# PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

**Vấn đề cần nắm:**

1. Khái niệm phương trình

2. Phương trình bậc nhất và quy về bậc nhất

3. Phương trình bậc nhất và quy về bậc hai

4. Hệ phương trình

**Chủ đề 3**

*Qua chủ đề này ta hình thành cho học sinh khái niệm phương trình một cách chính xác theo quan điểm của mệnh đề chứa biến, rèn luyện cho học sinh cách giải và biện luận phương trình và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, phương trình và hệ phương trình bậc hai.*

*Kiến thức trong chủ đề này bổ sung và hoàn chỉnh những kiến thức ở THCS, do đó yêu cầu đối với học sinh gồm mấy điểm:*

*1. Biết giải và biện luận phương trình, hệ phương trình trong trường hợp có tham số.*

*2. Biết giải một số hệ phương trình bậc hai đặc biệt và các hệ đối xứng loại 1, loại 2 và hệ đẳng cấp.*

🟄🟄🟄

## §1. Khái niệm phương trình

### A. Lý thuyết

#### I. Phương trình một ẩn

**1.** Điều kiện xác định của phương trình là những điều kiện của ẩn để các biểu thức trong phương trình đều có nghĩa.

**2.** Hai phương trình gọi là tương đương nếu chúng có cùng một tập nghiệm. Hai phương trình vô nghiệm là tương đương.

**3.** Nếu mọi nghiệm của phương trình  đều là nghiệm của phương trình  thì phương trình  được gọi là phương trình hệ quả của phương trình . Ta viết: .

Phương trình hệ quả có thể có thêm nghiệm không phải là nghiệm của phương trình ban đầu ta gọi đó là nghiệm ngoại lai.

#### II. Các phép biến đổi phương trình

**1.** Nếu hàm  xác định với mọi giá trị của *x* mà tại đó  và  đều có nghĩa thì: .

**2.** Nếu hàm  xác định với mọi giá trị của *x* mà tại đó  và  đều có nghĩa và  thì: .

**3.** Đối với bất kỳ các hàm  và  và *n* là số tự nhiên ta có:

.

**Đặc biệt:**

|  |
| --- |
| + Nếu *n* là số tự nhiên lẻ thì:  +  thì:  + |

### B. Các dạng toán điển hình

**Dạng 1**

#### Tìm điều kiện của phương trình

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Tìm điều kiện của phương trình sau: .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Để phương trình có nghĩa ta phải có: .

**STUDY TIP**

+ Điều kiện để  có nghĩa là 

+ Điều kiện để  có nghĩa là 

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Điều kiện xác định của phương trình  là:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Phương trình xác định khi: .

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Tìm điều kiện xác định của phương trình: .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Điều kiện: .

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Tìm *m* để phương trình  xác định trên .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Phương trình xác định khi: .

Khi đó để phương trình xác định trên  thì:



**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Cho phương trình: . Tìm *m* để phương trình xác định trên .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Điều kiện ở biểu thức thứ 2 chỉ là:  vì căn thức nằm ở mẫu.

Điều kiện xác định của phương trình là:



Hay phương trình xác định trên  do đó điều kiện để phương trình xác định trên  là: 

 hay .

**Đáp án B.**

**Dạng 2**

#### Phương trình tương đương, phương trình hệ quả

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: ?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Ta có phương trình:  do đó tập nghiệm của phương trình đã cho là: . Xét các đáp án:

**STUDY TIP**

Hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

- Đáp án A: Giải phương trình: 



Do đó tập nghiệm của phương trình là: 

**STUDY TIP**





- Đáp án B: Giải phương trình: 

Do đó tập nghiệm của phương trình là: .

- Đáp án C: Giải phương trình: 

Do đó tập nghiệm  nên chọn đáp án C.

- Đáp án D: Có .

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: ?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Giải phương trình đã cho:  Tập nghiệm là ****.

Xét các đáp án:

- Đáp án A:



- Đáp án B:

- Đáp án C:

.

- Đáp án D:

.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Khẳng định nào sau đây là đúng?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Khẳng định nào sau đây là sai?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Chọn đáp án D vì 

Còn các khẳng định khác đều đúng.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:  **A.**  và  **B.**  và  **C.**  và  **D.**  và |

**Lời giải**

Xét các đáp án:

- Đáp án A: + Phương trình 

+ Phương trình 

Do đó cặp phương trình ở đáp án A không tương đương vì không cùng tập nghiệm.

- Đáp án B: + Phương trình 

+ Phương trình 

**STUDY TIP**



Vậy chọn đáp án B.

- Đáp án C: + Phương trình 



+ Phương trình 

Do đó hai phương trình trong đáp án C không tương đương.

- Đáp án D:  Tập nghiệm rỗng.

Do đó phương trình  và  không phải là hai phương trình tương đương.

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 6:** Xác định *m* để hai phương trình sau tương đương:  (1) và  (2)  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Hai phương trình vô nghiệm thì tương đương với nhau.

Dễ thấy phương trình (1) vô nghiệm.

Để hai phương trình tương đương thì phương trình (2) cũng phải vô nghiệm, tức là: .

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 7:** Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:  **A.**  và  **B.**  và  **C.**  và  **D.**  và |

**Lời giải**

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: Điều kiện của hai phương trình là 

Khi đó  nên ta có thể chia 2 vế của phương trình thứ hai cho  nên hai phương trình tương đương.

- Đáp án B: Hai phương trình có cùng tập nghiệm là  nên tương đương.

**STUDY TIP**

Điều kiện của phương trình  là:



- Đáp án C: Điều kiện của hai phương trình là  nên ta có thể nhận phương trình thứ nhất với  ta được phương trình thứ hai.

Vậy hai phương trình tương đương.

- Đáp án D: Phương trình  có 2 nghiệm  và  thỏa mãn điều kiện .

Còn phương trình  chỉ có nghiệm  vì  không thỏa mãn điều kiện .

Vậy hai phương trình không cùng tập nghiệm nên không tương đương.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 8:** Tìm *m* để hai phương trình sau tương đương:  và  (2)  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Ta có: Phương trình (2)  

Do hai phương trình tương đương nên  cũng là nghiệm của phương trình (1), thay vào ta có . Khi  hai phương trình đã cho có cùng tập nghiệm nên tương đương.

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 9:** Tìm tất cả các giá trị thực của *m* để hai phương trình sau tương đương:  (1) và  (2)  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Phương trình (1) 

Do 2 phương trình tương đương nên  cũng phải là nghiệm của (2) nên thay  vào phương trình (2) ta có:



+ Với :

Phương trình (1) trở thành: 

Phương trình (2) trở thành 

**STUDY TIP**

Với câu hỏi trắc nghiệm ta có thể thử từng đáp án.

Vậy hai phương trình tương đương.

+ Với :

Phương trình (1) trở thành: 

Phương trình (2) trở thành: 

Vậy  Hai phương trình không tương đương.

Vậy  thỏa mãn đề bài.

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 10:** Cho phương trình . Trong các phương trình sau đây phương trình nào không phải là phương trình hệ quả của phương trình đã cho:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Phương trình (2) là phương trình hệ quả của phương trình (1) nếu tập nghiệm của phương trình (2) chứa tập nghiệm của phương trình (1).

Giải phương trình  Tập nghiệm 

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: 

Vậy tập nghiệm của phương trình là 

**STUDY TIP**

Phương trình 



Vậy phương trình ở đáp án A là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án B: 

Vậy phương trình ở đáp án B là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án C:  vô nghiệm



Vậy phương trình ở đáp án C không là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

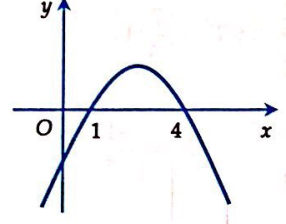
- Đáp án D: Giải phương trình ta có: 

**Đáp án C.**

**Dạng 3**

#### Tìm điều kiện của phương trình liên quan đến đồ thị hàm số

|  |
| --- |
| - Kiến thức cần nhớ  +  Đồ thị của hàm số  nằm phía trên trục hoành.  +  Đồ thị của hàm số  nằm phía dưới trục hoành.  +   Đồ thị hàm số  nằm trên đồ thị hàm số: . |



|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Cho parabol  có đồ thị như hình vẽ. Phương trình  có điều kiện xác định là:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

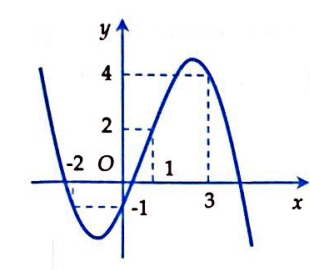
Đồ thị  mà  là những giá trị *x* làm cho đồ thị nằm phía trên trục hoành.

Điều kiện:  nhìn đồ thị ta thấy:  thì đồ thị nằm phía trên trục hoành hay hàm cho .

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ khẳng định nào sau đây là đúng?  **A.** Phương trình  xác định trên khoảng .  **B.** Phương trình  xác định trên đoạn .  **C.** Phương trình  xác định trên khoảng .  **D.** Phương trình  xác định trên khoảng . |

**Lời giải**

Nhìn đồ thị ta thấy 

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ. Khi đó phương trình  xác định trên tập nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

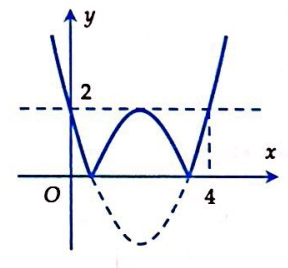
Ta thấy đường thẳng:  đi qua các điểm  và .

Từ điều kiện của phương trình là:  ta thấy trên đoạn .

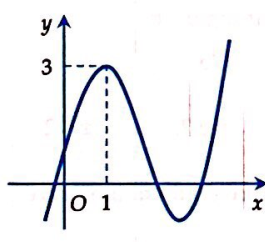
Đồ thị  nằm phía trên đường thẳng  nên với  thì .

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Cho parabol  có đồ thị như hình vẽ. Khi đó điều kiện xác định của phương trình  là:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Đồ thị  như hình bên.

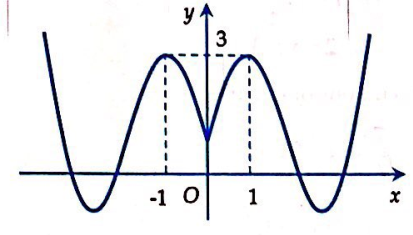
Khi đó điều kiện: .

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Cho hàm  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của *m* để phương trình  xác định trên .  **A.** 5 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4 |

**Lời giải**

Đồ thị  như hình vẽ:



.

**Đáp án C.**

### C. Bài tập rèn luyện kĩ năng

**Xem đáp án chi tiết tại trang 82**

**Câu 1:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 2:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 3:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 4:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.**  và 

**C.**  **D.**  và 

**Câu 5:** Điều kiện xác định của phương trình  thuộc tập nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 6:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 7:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

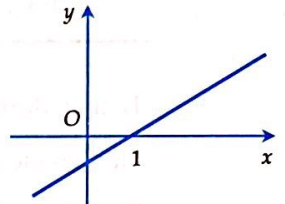
**Câu 8:** Điều kiện xác định của phương trình

 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

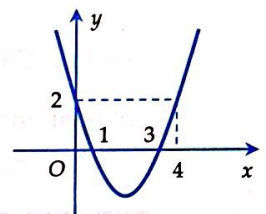
**Câu 9:** Cho đường thẳng  có đồ thị như hình vẽ. Khi đó điều kiện xác định của phương trình  là:



**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 10:** Cho parabol  có đồ thị như hình vẽ:



Phương trình  có điều kiện là:

**A.**  **B.** 

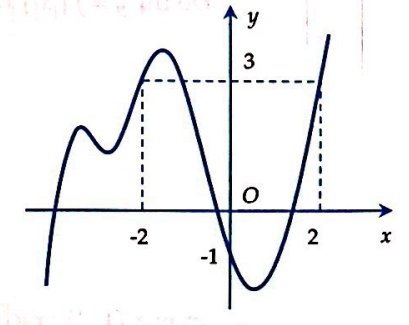
**C.**  **D.** 

**Câu 11:** Cho parabol  như hình vẽ câu 10. Khi đó điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12:** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó phương trình  xác định trên tập nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

## §2. Phương trình bậc nhất và quy về bậc nhất

### A. Lý thuyết

Giải biện luận phương trình :

|  |
| --- |
| + Nếu  thì phương trình có nghiệm duy nhất .  + Nếu  và  thì phương trình vô nghiệm.  + Nếu  và  thì phương trình có nghiệm . |

### B. Các dạng toán điển hình

**Dạng 1**

#### Giải biện luận phương trình

**STUDY TIP**

Phương trình  có nghiệm duy nhất khi 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của *m* để phương trình:  có nghiệm dyu nhất là nghiệm nguyên?  **A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 |

**Lời giải**

Phương trình 

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất khi  và 

Khi đó nghiệm duy nhất là:  là nghiệm nguyên 

 Có 4 giá trị của *m*.

**Đáp án D.**

**STUDY TIP**

Phương trình  hay phương trình  vô nghiệm 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Tìm các giá trị của *p* để phương trình sau đây vô nghiệm.  .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Phương trình đã cho tương đương với 



Phương trình vô nghiệm 

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Cho phương trình . Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình đã cho có nghiệm.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Viết lại phương trình: 

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi: 

Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi .

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Cho hai hàm số:  và . Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau.  **A.**  **B.**  và  **C.**  **D.**  và |

**Lời giải**

Hai đường thẳng đã cho cắt nhau khi và chỉ khi phương trình:

 có nghiệm duy nhất

 có nghiệm duy nhất 

**Đáp án B.**

**STUDY TIP**

Phương trình  có vô số nghiệm 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Cho hai hàm số  và . Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hai đường thẳng trên trùng nhau.  **A.**  **B.**  và  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi phương trình:

 có vô số nghiệm

 vô số nghiệm .

**Đáp án C.**

**Dạng 2**

#### Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

**Phương pháp:**

|  |
| --- |
| Dùng tính chất:  +  + |

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Giải và biện luận phương trình . Khẳng định nào sau đây là đúng?  **A.**  phương trình đã cho có nghiệm.  phương trình đã cho vô nghiệm.  **B.** Phương trình đã cho luôn có nghiệm .  **C.** Phương trình đã cho vô nghiệm .  **D.**  phương trình đã cho vô nghiệm. |

**Lời giải**

**STUDY TIP**



Phương trình đã cho 

+) 

+) 

Vậy  phương trình có 2 nghiệm .

 phương trình vô nghiệm.

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Giải biện luận phương trình: . Khi đó kết luận nào sau đây là đúng?  **A.**  phương trình có 2 nghiệm .  phương trình đều có nghiệm .  **B.**  phương trình có 2 nghiệm .  phương trình vô nghiệm.  **C.**  phương trình có nghiệm duy nhất .  phương trình vô nghiệm.  **D.**  phương trình có 2 nghiệm .  phương trình có nghiệm .  phương trình có nghiệm . |

**Lời giải**

Phương trình đã cho tương đương với 

- Giải (1): 

+ Với  phương trình có nghiệm duy nhất .

+ Với  ta có phương trình , phương trình vô nghiệm.

- Giải (2): 

+ Với  phương trình có nghiệm duy nhất .

+ Với  phương trình , phương trình vô nghiệm.

Kết luận:

+  phương trình đã cho có 2 nghiệm .

+  phương trình (1) vô nghiệm nhưng phương trình (2) có nghiệm .

+  phương trình (2) vô nghiệm nhưng phương trình (1) có nghiệm .

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Xác định *m* để phương trình sau có nghiệm duy nhất:  (1).  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** không tồn tại *m* |

**Lời giải**

**Cách 1:**

Ta thấy nếu  là nghiệm thì  cũng là nghiệm do đó điều kiện cần để phương trình (1) có nghiệm duy nhất là 

Thay  vào phương trình (1) ta được .

- Với  phương trình (1) trở thành: 

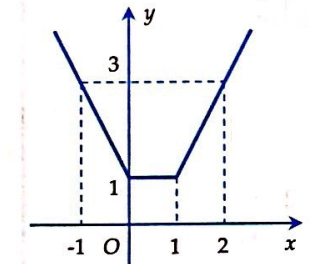
Ta thấy phương trình có ít nhất 3 nghiệm .

Vậy không tồn tại *m* để (1) có nghiệm duy nhất.

**Cách 2:**

Ta vẽ đồ thị  ta có bảng xét dấu:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 | |  | 1 | |  |
|  |  | 0 | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 0 | |  |
|  |  |  |  | 1 |  |  |  |

Vậy 

Ta có đồ thị như hình bên ta thấy  thì đường thẳng  không thể cắt đồ thị tại một điểm duy nhất nên phương trình (1) không có nghiệm duy nhất.

**Đáp án D.**

**Dạng 3**

#### Phương trình chứa ẩn ở mẫu

|  |
| --- |
| **Ví dụ:** Tìm *m* để phương trình:  (1) có nghiệm.  **A.**  **B.**  và  **C.**  **D.**  hoặc |

**Lời giải**

Điều kiện xác định của phương trình: .

Khi đó phương trình (1)  (2)

- Với  phương trình (2) có nghiệm duy nhất  nó là nghiệm của (1).

Khi 

- Với  phương trình (2) vô nghiệm  (1) vô nghiệm.

Vậy phương trình (1) có nghiệm khi 

**Đáp án B.**

### C. Bài tập rèn luyện kĩ năng

**Xem đáp án chi tiết tại trang 129**

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị thực của *m* để phương trình:  vô nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 2:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để phương trình:  vô nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 3:** Tìm *m* để phương trình:

 vô nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 4:** Tìm *a* để phương trình:

 có nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 5:** Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình  có nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 6:** Cho phương trình . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  phương trình có nghiệm .

 phương trình có 1 nghiệm .

**B.**  phương trình đã cho có tập nghiệm .

 phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

**C.**  vô nghiệm.

 phương trình có nghiệm .

**D.**  phương trình vô nghiệm.

 phương trình có nghiệm duy nhất .

**Câu 7:** Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để phương trình:  có nghiệm.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 8:** Biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình  là:

**A.** Hình vuông cạnh bằng 

**B.** Đường tròn tâm *O* bán kính bằng 1

**C.** Hai đường thẳng 

**D.** Hình vuông cạnh bằng 1

## §3. Phương trình bậc hai và quy về bậc hai

### A. Lý thuyết

**1.** Giải biện luận phương trình: 

Ta có: .

+ : phương trình vô nghiệm.

+ : phương trình có nghiệm kép .

+ : phương trình có hai nghiệm phân biệt: .

**2. Định lí Vi-et**

Nếu phương trình  có 2 nghiệm  thì 

**STUDY TIP**

Trong trường hợp phương trình có 2 nghiệm trái dấu ta không cần điều kiện  vì  nên phương trình luôn có 2 nghiệm.

Nếu hai số *x, y* mà  thì *x, y* là nghiệm của phương trình  (với ).

**3.** Phương trình có 2 nghiệm trái dấu 

**4.** Phương trình có 2 nghiệm dương 

**5.** Phương trình có 2 nghiệm âm 

### B. Các dạng toán điển hình

**Dạng 1**

#### Xác định tham số biện luận số nghiệm của phương trình bậc hai

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của *m* thuộc đoạn  để phương trình  vô nghiệm?  **A.** 9 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 20 |

**Lời giải**

Phương trình đã cho vô nghiệm khi 

Vì  nên , có 10 phần tử thỏa mãn.

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Phương trình  có nghiệm kép thì:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Phương trình  có nghiệm duy nhất xảy ra ở 1 trong 2 trường hợp sau:

+ TH1: , phương trình  có nghiệm duy nhất.

+ TH2:  hoặc 

Phương trình đã cho có nghiệm kép khi: .

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Tìm *m* để phương trình  có nghiệm duy nhất.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Viết lại phương trình: 

- Với : Khi đó phương trình có dạng  là nghiệm.

- Với : Ta có. Khi đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt khi .

Vậy  thỏa mãn.

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Phương trình  có hai nghiệm phân biệt khi:  **A.**  **B.**  **C.**  và  **D.**  và |

**Lời giải**

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi:



**Đáp án C.**

**Dạng 2**

#### Dấu của nghiệm phương trình bậc hai

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Phương trình  có hai nghiệm phân biệt cùng dấu khi và chỉ khi:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

ĐK để phương trình có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu:



Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi .

Khi đó, gọi hai nghiệm của phương trình là .

Do  cùng dấu nên  hay .

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Phương trình  có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

ĐK để phương trình có 2 nghiệm âm phân biệt:



Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:



**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Phương trình  có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Giả srw phương trình có 2 nghiệm trái dấu thì .

**STUDY TIP**

ĐK để phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt:



Khi đó  trái dấu nên phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt.

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Gọi *S* là tập tất cả các giá trị nguyên của *m* thuộc đoạn  để phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt. Tổng các phần tử của *S* bằng:  **A.**  **B.** 2 **C.** 18 **D.** 21 |

**Lời giải**

Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt khi:



Vậy tổng các phần tử của *S* là .

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Phương trình  có hai nghiệm trái dấu khi:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi:



**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 6:** Tìm điều kiện của *m* để phương trình  có 2 nghiệm phân biệt  thỏa mãn .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Trước hết phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi:

 luôn đúng

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Vi-et ta có: 

Để  thỏa mãn 

**STUDY TIP**



ta đi so sánh hai số với nhau.

 Điều kiện: 





**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 7:** Tìm điều kiện của *m* để phương trình  có 2 nghiệm phân biệt  thỏa mãn .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Việc so sánh  với 2 số ta đưa về so sánh 2 số  và  với số 0.

Trước hết phương trình đã cho phải có 2 nghiệm  thỏa mãn *m*.

Để  thỏa mãn  ta đi so sánh hai số  và  với số 0.

Vậy điều kiện là: 

Theo định lí Vi-et ta có: 





**Đáp án C.**

**Dạng 3**

#### Định lí Vi-et và những bài toán về phương trình bậc hai

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Giả sử phương trình  (*m* là tham số) có hai nghiệm là . Tính giá trị của biểu thức  theo *m*.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**





Ta có: 



Theo định lí Vi-et ta có:  thay vào  ta được:

.

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Giả sử phương trình  có hai nghiệm . Tính giá trị của biểu thức .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Vì *a* và *c* trái dấu nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt .

**STUDY TIP**





Theo định lí Vi-et ta có:

 và 



**Đáp án B.**

**STUDY TIP**

Trong lời giải bên ta nhân 2 vế của *P* ở đẳng thức (1) với 4 để  luôn là số nguyên với *m* nguyên.

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Gọilà hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị nguyên của *m* sao cho biểu thức  có giá trị nguyên.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Ta có 

Để phương trình có hai nghiệm thì 

Theo định lí Vi-et ta có: 

Khi đó  (1)



 thì  là ước của 

Thử lại với  thỏa mãn.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Gọi  là hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị lớn nhất  của biểu thức .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Ta có: 

**STUDY TIP**



Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi: 

Theo định lí Vi-et ta có: 

Khi đó: 





Do  khi .

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Gọi  là hai nghiệm của phương trình . Tìm *m* để biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Ta có  .

Do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm.

**STUDY TIP**

Lời giải bên ta đã trừ hai vế của (1) cho số 1 đưa về hằng đẳng thức  để đánh giá dễ dàng hơn.

 (1)





Vậy  khi .

**Đáp án B.**

**Dạng 4**

#### Tìm điều kiện để các nghiệm của phương trình bậc hai thỏa mãn điều kiện cho trước

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Giả sử phương trình:  có 2 nghiệm . Khi đó hệ thức nào sau đây là điều kiện để phương trình có một nghiệm bằng *k* lần nghiệm còn lại?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Phương trình bậc hai có nghiệm này bằng *k* lần nghiệm kia thì 

Theo định lí Vi-et ta có: 

Khi đó: 



Nếu  thì một trong hai thừa số của *P* là  hay nghiệm này bằng *k* lần nghiệm kia.

**Đáp án B.**

**STUDY TIP**

PT:   có 2 nghiệm  thì:



|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho phương trình: . Xác định *m* để phương trình có hai nghiệm  thỏa mãn .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Phương trình có 2 nghiệm 



Khi đó phương trình có 2 nghiệm  thỏa mãn 

.

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Cho hai phương trình  (1) và  (2). Giả sử *a, b, c* là ba số khác nhau từng đôi một và  nếu phương trình (1) và phương trình (2) có đúng một nghiệm chung thì nghiệm khác của hai phương trình trên là nghiệm của phương trình nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Giả sử hai phương trình có nghiệm chung  khi đó: 

Trừ vế theo vế hai đẳng thức trên ta có:  (vì )

Phương trình (1) có nghiệm  nên ta có: 

Phương trình (2) có nghiệm  nên ta có: 

Vậy ta được 

Vậy  là nghiệm của phương trình:  (3)

Và phương trình (3) có 

**Đáp án B.**

**Dạng 5**

#### Các phương trình quy về bậc hai

**Phương pháp:**

**STUDY TIP**

Phương trình:



nếu đặt  thì phương trình thu được luôn là phương trình bậc 4 trùng phương.

**1.** : Đặt .

**2.** : Đặt .

**3.** : Đặt .

**4.** : Chia cho , đặt .

**5.** : Đặt .

**6.** : Đặt .

**7.** 

+ Xét .

+ Với , chia hai vế cho  ta có phương trình: . Đặt .

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình: .  **A.**  **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0 |

**Lời giải**

Đặt  hay , ta có phương trình:



Đặt , phương trình trở thành: 

Với  Tổng các nghiệm là .

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho phương trình . Đặt  ta được phương trình nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Với  không là nghiệm.

 chia 2 vế cho  ta được phương trình:



Đặt  ta có phương trình:

**STUDY TIP**

 thì 



**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình:  .  **A.**  **B.** 5 **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Trong phương trình ta nhóm  và  để sau khi nhân ra ta được những biểu thức giống nhau là 

Phương trình 

Đặt:  ta có phương trình:



+ Với 

+ Với  vô nghiệm.

Vậy tổng .

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Phương trình  có bao nhiêu nghiệm?  **A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 |

**Lời giải**

Đặt  ta có phương trình:

 trở thành  có nghiệm 



Vậy phương trình có 2 nghiệm.

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Tính tổng các nghiệm của phương trình: .  **A.** 3 **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

ĐKXĐ: . Khi đó phương trình đã cho tương đương với:



Đặt  ta có phương trình: 



Vậy tổng các nghiệm bằng .

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 6:** Số nghiệm của phương trình:  là:  **A.** vô nghiệm **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4 |

**Lời giải**

ĐKXĐ:  hoặc 

Đặt  ta có phương trình:



Với  (TMĐK)

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

**Đáp án B.**

**STUDY TIP**



|  |
| --- |
| **Ví dụ 7:** Cho phương trình: . Đặt  ta có phương trình nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Để ý  nên ta tách:  bằng cách đồng nhất hệ số và ta được: 

Điều kiện: 

Ta có: 

Chia hai vế cho  ta được: 

Đặt  ta có phương trình: .

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 8:** Cho phương trình:  Đặt  ta được phương trình nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

ĐKXĐ: 

Đặt 

 thay vào phương trình đã cho ta có:

.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 9:** Cho phương trình:  và , khi đó *t* nhận giá trị nào sau đây?  **A.** 19 **B.** 13 **C.** 11 **D.** 27 |

**Lời giải**

ĐKXĐ: 

Ta có: 

Khi đó: 

Thay vào phương trình đã cho ta có:



**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 10:** Cho phương trình: . Tìm tất cả các giá trị của *n* để phương trình đã cho có nghiệm.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Phương trình:





Lập bảng biến thiên cho hàm số  ta cũng tìm được *n*.

ĐKXĐ: .

Đặt: 

Xét  trên 

Khi đó:  phương trình đã cho trở thành: 

 có .

Nếu  thì phương trình có 2 nghiệm 

- Với  (không thỏa mãn).

- Với  (thỏa mãn) thì: 

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 11:** Cho phương trình:  (1). Tìm *m* để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Đặt  ta có phương trình:  (2)

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt 



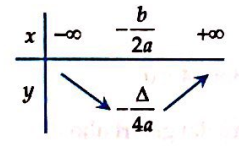
**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 12:** Tìm *m* để phương trình:  có hai nghiệm thực phân biệt. Khi đó có bao nhiêu giá trị nguyên của thỏa mãn.  **A.** 10 **B.** 11 **C.** 21 **D.** 20 |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Bảng biến thiên của hàm số  



ĐKXĐ: 

Phương trình 

Ta thấy  không là nghiệm.

Với , phương trình 

Đặt  ta có phương trình: 

Vì mỗi  thì có 2 nghiệm *x* nên bài toán trở thành tìm *m* để phương trình  có một nghiệm lớn hơn .

Xét hàm số 

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Vì  nên 

Vì  nên có 21 giá trị của *m* thỏa mãn.

**Đáp án C.**

### C. Bài tập rèn luyện kĩ năng

**Xem đáp án chi tiết tại trang 130**

**Câu 1:** Phương trình  vô nghiệm khi:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 2:** Số nguyên *k* nhỏ nhất thỏa mãn phương trình  vô nghiệm là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 3:** Phương trình  có nghiệm duy nhất khi:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 4:** Phương trình  có nghiệm kép khi:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 5:** Phương trình  có nghiệm duy nhất khi:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 6:** Phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 7:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* thuộc đoạn  để phương trình  có hai nghiệm âm phân biệt.

**A.** 5 **B.** 6 **C.** 10 **D.** 11

**Câu 8:** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số *m* để phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 9:** Cho phương trình  trong đó , . Nếu hiệu các nghiệm của phương trình bằng 1, khi đó *p* bằng:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 10:** Gọi  là hai nghiệm của phương trình . Tìm *m* để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 11:** Gọi  là hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị nhỏ nhất  của biểu thức .

**A.**  **B.**  **C.** 0 **D.** 1

**Câu 12:** Giả sử các nghiệm của phương trình  là lập phương các nghiệm của phương trình . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 13:** Cho phương trình:



Xác định *m* để phương trình có hai nghiệm phân biệt  và nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 14:** Cho phương trình;

.

Xác định *m* để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 15:** Giả sử phương trình  (, ) có các nghiệm . Lập phương trình bậc hai có các nghiệm của nó là .

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Câu 16:** Xác định các giá trị của *m* để phương trình  có 3 nghiệm dương phân biệt.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 17:** Cho phương trình:



Tìm *m* để phương trình có nghiệm .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 18:** Tìm *m* để phương trình:

 có đúng 3 nghiệm.

**A.** không tồn tại *m* **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 19\*:** Cho phương trình:

.

Tìm *m* để phương trình có nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 20\*:** Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để phương trình  có nghiệm.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

## §4. Hệ phương trình

### A. Các dạng toán điển hình

**Dạng 1**

#### Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn



**- Tính các định thức:** 





**- Biện luận:**

|  |
| --- |
| + Nếu  thì hệ có nghiệm duy nhất:  + Nếu  và  hoặc  thì hệ vô nghiệm.  + Nếu  thì hệ có vô số nghiệm hoặc vô nghiệm. (Khi đó thay tham số vào hệ ta sẽ kết luận cụ thể). |

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Tìm *m* để hệ phương trình:  có nghiệm duy nhất. Khi đó tính ?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Phương trình bậc hai   có 2 nghiệm thì:  

Ta có: 





Vậy hệ có nghiệm duy nhất 

và nghiệm 

**Đáp án A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hai đường thẳng:  và . Tìm *m* để hai đường thẳng  và  song song.  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Xét hệ phương trình:  (\*)







  Hệ phương trình (\*) vô nghiệm .

**Đáp án B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Cho ba đường thẳng  (1)  (2)  (3)  Giá trị *m* thuộc khoảng nào sau đây để  đồng quy tại một điểm?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

 đồng quy   đi qua giao điểm của  và 

 đồng quy khi và chỉ khi hệ phương trình:  có nghiệm duy nhất.

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được:  thay vào (3) ta tìm được .

**Đáp án C.**

#### Hệ đối xứng loại I

**Dạng 2**

**1. Định nghĩa**

Hệ đối xứng loại I là hệ chứa hai ẩn *x, y* mà khi ta thay đổi vai trò *x, y* cho nhau thì từng phương trình trong hệ không thay đổi.

 trong đó: 

**2. Phương pháp giải tổng quát**

|  |
| --- |
| **- Bước 1:** Đặt điều kiện nếu có.  **- Bước 2:** Đặt  + Đưa hệ về hệ mới chứa ẩn  + Giải hệ tìm *S, P*. Chọn *S, P* thỏa mãn .  **- Bước 3:** Với *S, P* tìm thấy thì *x, y* là nghiệm của phương trình: |

**STUDY TIP**

****

****

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Biết  là nghiệm duy nhất của hệ phương trình . Khi đó  bằng:  **A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4 |

**Lời giải**

Đặt  ta có: 

Khi đó ta có hệ: 

*x, y* là nghiệm của phương trình: 



**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hệ phương trình:  Xác định *a* để hệ có ít nhất một nghiệm  thỏa mãn  và .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Đặt  ta có hệ phương trình: 

Khi đó *S, P* là nghiệm phương trình:

 hoặc 

**STUDY TIP**

Phương trình:

 có 2 nghiệm khi và chỉ khi: 

Để hệ đã cho có ít nhất một nghiệm thỏa mãn  thì 

TH1:  thì: 

TH2:  thì: 

Vậy .

**Đáp án A.**

**Dạng 3**

**Hệ đối xứng loại II**

**1. Định nghĩa**

|  |
| --- |
| Hệ phương trình đối xứng loại II là hệ chứa hai ẩn *x, y* mà khi thay đổi *x* bởi *y* và *y* bởi *x* thì phương trình này trở thành phương trình kia của hệ. |

***Chú ý:*** Nếu  là nghiệm của hệ thì  cũng là nghiệm của hệ.

**2. Phương pháp giải**

|  |
| --- |
| - Trừ vế với vế hai phương trình và biến đổi phương trình nhận được về phương trình tích số.  - Kết hợp một phương trình tích với một phương trình của hệ để tìm nghiệm. |

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Hệ phương trình  có bao nhiêu nghiệm?  **A.** 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** Vô nghiệm |

**Lời giải**

Trừ vế theo vế của hai phương trình (1) và (2) ta được:

**STUDY TIP**

Khi cộng vế với vế của 2 phương trình trong hệ đối xứng loại II ta luôn được một phương trình đối xứng.



- TH1: Với  thế vào (1) ta có phương trình: 

 Hệ có nghiệm là .

- TH2: Với . Kết hợp với tổng của hai phương trình (1) và (2) ta có hệ:

 (là hệ đối xứng loại I)

Đặt  ta có hệ: 

Từ (3) ta có:  thế vào (4) ta được:



 *x, y* là nghiệm của phương trình: 

 Hệ có nghiệm  là .

Kết luận: Vậy hệ phương trình đã cho có 5 nghiệm.

**Đáp án C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Tìm *a* để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:    **A.** Không có giá trị nào của *a* **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Nếu  là một nghiệm và  cũng là nghiệm để hệ có nghiệm duy nhất thì điều kiện cần 

Do tính đối xứng nên: Nếu hệ có nghiệm  thì cũng có nghiệm .

 Một điều kiện cần để hệ có nghiệm duy nhất là  thế vào (1) ta được:



Để hệ có nghiệm duy nhất thì phương trình (3) phải vô nghiệm hoặc có nghiệm kép .

- TH1: (3) vô nghiệm 

- TH2: (3) có nghiệm kép 

Khi đó  không phải nghiệm kép.

Thử lại với  giải hệ thấy có nghiệm duy nhất.

**Đáp án B.**

**Dạng 4**

#### Hệ đồng bậc

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Cho hệ phương trình:  Gọi  là nghiệm của hệ. Khi đó tất cả các tỉ số  thuộc tập nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

Nhận xét ta thấy vế trái của hai phương trình đã cho đều bậc 3 với *x* và *y* còn vế phải là bậc 0 (hay hằng số) nên ta nhân chéo để đưa về phương trình đồng bậc.

**STUDY TIP**

Phương trình (3) trong lời giải là phương trình đẳng cấp bậc 3 (là phương trình mà tất cả các đơn thức của nó đều bậc 3)

Hệ phương trình 

Với  không là nghiệm.

Với  chia hai vế của (3) cho  ta được: 

Giải phương trình bậc ba ta có: 

+ Với  thay vào (2) ta có:  vô nghiệm.

+ Với  thay vào (2) ta có: 

+ Với  thay vào (2) ta có: 

Tóm lại chỉ có:  thỏa mãn.

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hệ phương trình: . Giả sử hệ có nghiệm , , thì tỷ số:  là nghiệm của phương trình nào sau đây?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**

Phương trình (1) có vế trái bậc 1, vế phải bậc 2.

Phương trình (2) có vế trái bậc 2, vế phải bậc 1.

Nhận xét: Ta nói mỗi phương trình đều có một vế bậc nhất vế còn lại là bậc hai với *x, y* nên khi nhân vế với vế của hai phương trình ta được phương trình đồng bậc:



Vì  ta chia 2 vế cho  ta được phương trình:



 là nghiệm của phương trình: 

**Đáp án A.**

#### Giải hệ bằng phương pháp thế

**Dạng 5**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Biết cặp  là nghiệm duy nhất của hệ phương trình:    Khi đó tổng  là:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

**STUDY TIP**





Hệ phương trình 

Thế *xy* ở phương trình (2) vào phương trình (1) ta được:



+ Với  không thỏa mãn hệ.

+ Với  thay vào (2) ta có:

.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hệ phương trình: .  Hệ phương trình này có bao nhiêu nghiệm?  **A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 |

**Lời giải**

Trong phương trình (1) ta coi *x* là ẩn và giải phương trình bậc hai:

**STUDY TIP**

Phương trình bậc hai  với ẩn là *x* thì hệ số ;;.



Có 

- Với  thế vào phương trình (2) ta được phương trình:

. Khi đó hệ có nghiệm là .

- Với  thế vào phương trình (2) ta được phương trình:





Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm  là .

**Đáp án C.**

**Dạng 6**

#### Giải hệ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

**STUDY TIP**

Hệ đã cho ta thấy có những biểu thức giống nhau là  và .

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Cho hệ phương trình: .  Biết hệ có 2 nghiệm  và . Tính tổng .  **A.**  **B.** 6 **C.** 7 **D.** |

**Lời giải**

Dễ thấy  không phải là nghiệm của hệ.

Với  chia hai vế của các phương trình trong hệ cho *y* ta được hệ:



Đặt  ta có hệ: 

- TH1:  ta có hệ:

 hoặc 

- TH2:  ta có hệ:

 vô nghiệm

Vậy hệ có nghiệm  là  và .

**Đáp án B.**

**STUDY TIP**

Trong phương trình (1) biến đổi  thì thấy có những biểu thức giống nhau, từ đó tìm cách đặt ẩn phụ.

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hệ phương trình:  Gọi  là nghiệm của hệ mà . Khi đó  là:  **A.** 5 **B.**  **C.**  **D.** 10 |

**Lời giải**

Điều kiện: 

Phương trình 

Giải phương trình bậc hai ta được: 

- Với  thế vào (2) ta được nghiệm  không thỏa mãn .

- Với  thế vào (2) ta được nghiệm .

**Đáp án D.**

**Dạng 7**

#### Hệ phương trình 3 ẩn

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Cho hệ phương trình: .  Số nghiệm của hệ phương trình trên là:  **A.** 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5 |

**Lời giải**

Ta coi *z* như là tham số thì hệ đã cho là hệ đối xứng với *x* và *y* nên:

Hệ phương trình 



- Với  ta có: .

Hệ này có nghiệm .

- Với  ta có: 

**STUDY TIP**

Trong Ví dụ 1, ta cũng có thể dùng phương pháp thế để giải.

Giải hệ ta có nghiệm .

- Với  ta có: 

Giải hệ ta có 2 nghiệm  và .

Vậy hệ đã cho có 5 nghiệm.

**Đáp án D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho hệ phương trình:  Giả sử ,  là các nghiệm của hệ. Tính .  **A.** 0 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 9 |

**Lời giải**

Nhân vế với vế 3 phương trình trên ta được: 

- Với  ta có hệ: 

Thay (1) vào (4) ta được 

Thay (2) vào (4) ta được 

Thay (3) vào (4) ta được 

 Hệ có nghiệm là  là 

- Tương tự với  ta giải được nghiệm là 



**Đáp án A.**

### B. Bài tập rèn luyện kĩ năng

**Xem đáp án chi tiết tại trang 132**

**Câu 1:** Cho hệ phương trình:  . Khi hệ có nghiệm duy nhất  thì tổng  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 2:** Xác định *m* để hệ phương trình sau vô nghiệm:



**A.**  hoặc  **B.** 

**C.**  hoặc  **D.**  hoặc 

**Câu 3:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của *m* để hệ phương trình:  có nghiệm nguyên (tức là )?

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** Vô số

**Câu 4:** Biết hệ phương trình:  có hai nghiệm  và . Khi đó  bằng:

**A.** 14 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 5:** Cho hệ phương trình: . Gọi  và  là các nghiệm của hệ. Tính .

**A.** 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

**Câu 6:** Cho hệ phương trình: .

Đặt , tính ?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 6

**Câu 7:** Tìm *m* để hệ phương trình sau có nghiệm:



**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 8:** Cho . Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức . Khi đó các giá trị nhỏ nhất và lớn nhất theo thứ tự là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 9:** Số nghiệm của hệ phương trình  là:

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

**Câu 10:** Tìm số nghiệm của hệ phương trình sau:



**A.** 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

**Câu 11:** Gọi ,  là các nghiệm của hệ phương trình: .

Hãy tính .

**A.** 0 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 5

**Câu 12\*:** Cho hệ phương trình: . Xác định *a* để hệ có tích *x.y* nhỏ nhất.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 13\*:** Cho hệ phương trình:

.

Biết rằng hệ đã cho có 2 nghiệm là  và . Khi đó tổng  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 14\*:** Cho hệ phương trình:



Biết hệ phương trình có hai nghiệm là  và . Tìm .

**A.** 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8

### BÀI KIỂM TRA CHỦ ĐỀ III

**Xem đáp án chi tiết tại trang 134**

**Câu 1:** Cặp  là nghiệm của phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 2:** Cho phương trình bậc hai   có hai nghiệm . Hãy xác định mệnh đề đúng.

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Câu 3:** Hệ phương trình nào sau đây không phải là hệ 3 phương trình bậc nhất 3 ẩn?

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Câu 4:** Cho phương trình . Hãy chọn mệnh đề **đúng**?

**A.** Phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi 

**B.** Phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi 

**C.** Phương trình nghiệm đúng với mọi *x* khi và chỉ khi 

**D.** Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi 

**Câu 5:** Điều kiện xác định của phương trình:

 là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 6:** Phương trình  có:

**A.** Hai nghiệm trái dấu **B.** Hai nghiệm dương

**C.** Hai nghiệm âm **D.** Vô nghiệm

**Câu 7:** Tìm điều kiện xác định của phương trình

.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 8:** Chọn cặ phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

**A.**  và 

**B.**  và 

**C.**  và 

**D.**  và 

**Câu 9:** Cho các phương trình sau:

 (1)

 (2);

 (3);

 (4).

Số phương trình vô nghiệm là:

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 10:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

.

**A.** 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 

**Câu 11:** Cho  là hai nghiệm của phương trình . Trong các phương trình sau đây, phương trình nào chỉ có hai nghiệm là  và ?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 12:** Nghiệm của hệ phương trình  là . Tính  bằng:

**A.** 2 **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 13:** Một công ty Taxi có 85 xe chở khách gồm 2 loại, xe chở được 4 khách và xe chở được 7 khách. Dùng tất cả xe đó, tối đa mỗi lần công ty chở một lần được 445 khách. Hỏi công ty đó có mấy xe mỗi loại?

**A.** 50 xe 4 chỗ; 35 xe 7 chỗ

**B.** 35 xe 7 chỗ; 50 xe 4 chỗ

**C.** 45 xe 4 chỗ; 40 xe 7 chỗ

**D.** 40 xe 4 chỗ; 45 xe 7 chỗ

**Câu 14:** Cho phương trình  có hai nghiệm  phân biệt. Hãy tính .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 15:** Tìm số nghiệm của phương trình

?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

**Câu 16:** Cho phương trình . Đặt , . Khi đó, phương trình đã cho trở thành phương trình nào sau đây?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 17:** Gọi *S* là tổng các nghiệm của phương trình . Hãy tính *S*.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 18:** Phương trình  có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 19:** Cho phương trình . Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình đã cho?

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Câu 20:** Tìm giá trị thực của tham số *m* để hệ phương trình  có duy nhất một nghiệm. Khi đó *m* thuộc khoảng nào sau đây

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 21:** Phương trình  có nghiệm duy nhất khi:

**A.**  **B.** 

**C.**  và  **D.**  hay 

**Câu 22:** Với điều kiện nào của *m* thì phương trình  có nghiệm âm?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**  và 

**Câu 23:** Cho hệ phương trình  (I), *m* là tham số. Mệnh đề nào **sai**?

**A.** Hệ (I) có vô số nghiệm.

**B.** Khi  thì hệ (I) có vô số nghiệm.

**C.** Hệ (I) có nghiệm duy nhất .

**D.** Khi  thì hệ (I) vô nghiệm.

**Câu 24:** Số nghiệm của phương trình

 là:

**A.** 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

**Câu 25:** Một lớp học có 36 học sinh được phân thành 3 nhóm *A, B, C* để thảo luận trong giờ học toán. Biết nhóm *A* ít hơn nhóm *B* 2 học sinh, tổng số học sinh nhóm *A* và *C* gấp đôi số học sinh nhóm *B*. Hỏi số lượng học sinh từng nhóm *A, B, C* lần lượt là bao nhiêu?

**A.** 12, 14, 16 **B.** 12, 10, 14

**C.** 14, 12, 10 **D.** 10, 12, 14

**Câu 26:** Giả sử phương trình:



có các nghiệm là . Tính 

**A.**  **B.**  **C.** **D.** 

**Câu 27:** Tổng các nghiệm của phương trình

 là:

**A.** 6 **B.**  **C.**  **D.** 7

**Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* trên đoạn  để phương trình  vô nghiệm.

**A.** 4 **B.** 3 **C.** 19 **D.** 20

**Câu 29:** Phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt khi?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 30:** Cho phương trình:

.

Có bao nhiêu giá trị của tham số *m* để phương trình có 2 nghiệm sao cho tổng bình phương hai nghiệm đó bằng 5?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 31:** Thảo và Châu đi xe đạp cùng xuất phát một lúc đi từ A đến B dài 30km, vận tốc trung bình của Châu nhanh hơn vận tốc trung bình của Thảo 3km/h nên Châu đến B sớm hơn Thảo 30 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi người.

**A.** Vận tốc trung bình của Châu là 15km/h, của Thảo là 12km/h

**B.** Vận tốc trung bình của Châu là 12km/h, của Thảo là 15km/h

**C.** Vận tốc trung bình của Châu là 15km/h, của Thảo là 17km/h

**D.** Vận tốc trung bình của Châu là 11km/h, của Thảo là 8km/h

**Câu 32:** Có bao nhiêu tam giác cân có một góc gấp đôi góc kia?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

**Câu 33:** Cho phương trình . Đặt: , , . Ta có (1) vô nghiệm khi và chỉ khi:

**A.**  **B.**  hoặc 

**C.**  **D.** 

**Câu 34:** Số nghiệm của phương trình  là:

**A.** 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 35:** Số nghiệm của phương trình:

 là:

**A.** 2 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 5

**Câu 36:** Có bao nhiêu giá trị của tham số *m* để phương trình  vô nghiệm?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 37:** Cho  (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên *m* trên đoạn  để phương trình (1) có nghiệm duy nhất

**A.** 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 38:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của *m* để phương trình:  có đúng 3 nghiệm thuộc .

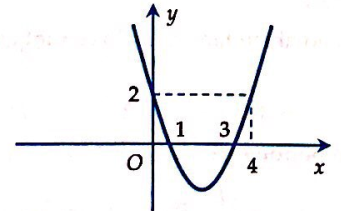
**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

**Câu 39:** Gọi  là hai nghiệm của phương trình  (*m* là tham số). Tìm giá trị lớn nhất  của biểu thức .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 40:** Cho hàm số bậc hai  có đồ thị như hình vẽ. Tìm các giá trị nguyên của *m* trên đoạn  để phương trình  xác định trên .



**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 41:** Cho hệ phương trình  . Có bao nhiêu giá trị *m* để hệ đã cho có nghiệm duy nhất  thỏa mãn điều kiện .

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 42:** Cho *a, b, c, d* là các số thực khác 0. Biết *c* và *d* là hai nghiệm của phương trình  và *a, b* là hai nghiệm của phương trình . Tính giá trị của biểu thức .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 43:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* thuộc đoạn  để phương trình  có đúng hai nghiệm phân biệt?

**A.** 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 11

**Câu 44:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để phương trình  có đúng bốn nghiệm?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

**Câu 45:** Nghiệm của phương trình  thuộc khoảng nào sau đây:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 46:** Nghiệm của phương trình  có dạng  với *a, b, c* tối giản. Tính 

**A.** 11 **B.** 43 **C.** 61 **D.** 29

**Câu 47:** Phương trình:



có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 48:** Tìm số nghiệm của hệ phương trình sau:



**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 49:** Tìm số nghiệm của hệ phương trình sau:



**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 50:** Tìm số nghiệm của hệ phương trình sau:



**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CHỦ ĐỀ 3**

### I. KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH

**Câu 1:** **Đáp án D.**

ĐKXĐ: 

**Câu 2: Đáp án B.**

ĐKXĐ: 

Vậy .

**Câu 3: Đáp án A.**

ĐKXĐ: 

.

**Câu 4: Đáp án B.**

ĐKXĐ: 

**Câu 5: Đáp án C.**

ĐKXĐ: 

**Câu 6: Đáp án D.**

ĐKXĐ:



**Câu 7: Đáp án D.**

ĐKXĐ:



**Câu 8: Đáp án C.**

ĐKXĐ:



**Câu 9: Đáp án D.**

Nhìn đồ thị ta thấy 

Điều kiện: .

**Câu 10: Đáp án A.**

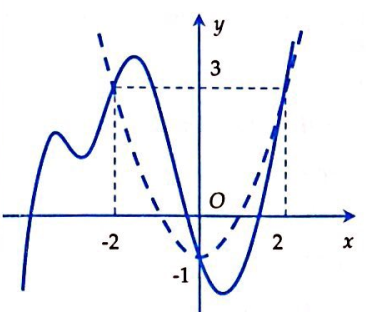
Nhìn đồ thị ta thấy 

**Câu 11: Đáp án B.**

Từ đồ thị ta thấy .

**Câu 12: Đáp án B.**

Vẽ lại hình:



Ta thấy: Parabol  đi qua các điểm , , 

nên  thì .

### II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ QUY VỀ BẬC NHẤT

**Câu 1:** **Đáp án B.**

Phương trình đã cho vô nghiệm khi:



**Câu 2: Đáp án A.**

Phương trình đã cho vô nghiệm khi:



**Câu 3: Đáp án C.**

Phương trình đã cho vô nghiệm khi:



**Câu 4: Đáp án B.**

ĐKXĐ: 

Phương trình tương đương với  là nghiệm khi  

**Câu 5: Đáp án C.**

ĐKXĐ: .

Phương trình tương đương với 

**** là nghiệm của phương trình đã cho khi



**Câu 6: Đáp án A.**

Phương trình 



- Với : (1) nghiệm đúng ; (2) có nghiệm 

- Với : (1) vô nghiệm, (2) có nghiệm 

**Câu 7: Đáp án C.**

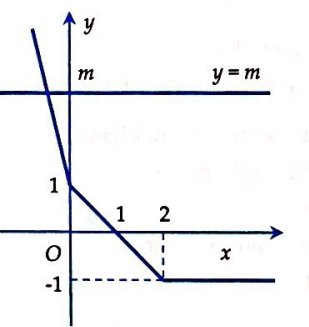
Viết lại phương trình thành:

 (\*)

Vẽ đồ thị hàm số:





Vì số nghiệm của phương trình (\*) bằng số giao điểm của đồ thị  với đường thẳng  nên  thì phương trình có nghiệm.

**Câu 8: Đáp án A.**

Khử giá trị tuyệt đối ta được

1.  ta có phương trình:



2.  ta có phương trình:



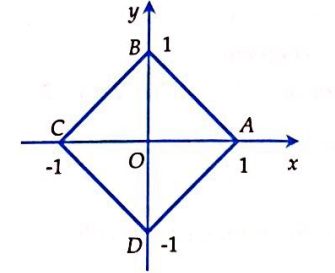
3.  ta có phương trình:



4.  ta có phương trình:



Vẽ 4 đường thẳng  suy ra tập nghiệm của phương trình là hình vuông *ABCD* cạnh bằng .



**III. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ QUY VỀ BẬC HAI**

**Câu 1:** **Đáp án B.**

- Với 

Khi đó phương trình trở thành



- Với .

Ta có: .

Phương trình vô nghiệm khi



**Câu 2: Đáp án C.**

Viết lại phương trình:

.

- Với .

Khi đó phương trình trở thành



- Với .

Ta có 

, do đó số nguyên *k* nhỏ nhất là 

**Câu 3: Đáp án C.**

- Với . Khi đó, phương trình trở thành: .

Do đó  là một giá trị cần tìm.

- Với  ta có



Khi đó phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi



**Câu 4: Đáp án C.**

Phương trình đã cho có nghiệm kép khi:





**Câu 5: Đáp án C.**

Viết lại phương trình:



- Với 

Khi đó phương trình trở thành;

.

Do đó  là một giá trị cần tìm.

- Với .

Ta có:



Khi đó phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi:



**Câu 6: Đáp án B.**

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi 

Khi đó gọi hai nghiệm là  là



**Câu 7: Đáp án A.**

Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi:





Vậy có 5 giá trị thỏa mãn yêu cầu.

**Câu 8: Đáp án B.**

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt





Vậy với  thỏa mãn.

**Câu 9: Đáp án A.**

Giả sử  là hai nghiệm của phương trình khi đó ta có



Theo giả thiết ta có 









**Câu 10: Đáp án C.**

Gọi  là hai nghiệm của phương trình: .

Tìm *m* để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có:  để phương trình có nghiệm



Theo định lí Vi-et ta có:



Khi đó: 



 khi .

**Câu 11: Đáp án A.**

Ta có



Do đó phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của *m*. Theo hệ thức Vi-et ta có: 

Ta có: 

.

Khi đó:









.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi .

**Câu 12: Đáp án C.**

Giả sử phương trình  có hai nghiệm phân biệt  và phương trình  có hai nghiệm phân biệt .

Theo bài ra ta có: 





 (\*)

Theo hệ thức Vi-et: 

Thay vào (\*) ta được:



**Câu 13: Đáp án D.**

Phương trình đã cho có hai nghiệm  khi và chỉ khi





Một nghiệm gấp đôi nghiệm kia khi:











**Câu 14: Đáp án A.**

Phương trình có nghiệm







Xét 

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 3 |  |  |
|  |  |  |  | 8 |  |  |

 khi 

**Câu 15: Đáp án B.**

Phương trình bậc hai có các nghiệm  có dạng





Đặt  ta có:







Vậy phương trình đã cho cần lập là:



**Câu 16: Đáp án D.**

Phương trình đã cho có 3 nghiệm dương phân biệt



có hai nghiệm dương phân biệt 





**Câu 17: Đáp án C.**

Đặt 

Phương trình đã cho trở thành;

 (2)

với 

Yêu cầu bài toán tương đương với việc tìm *m* để phương trình (2) có nghiệm .

Ta có:  nên phương trình (2) có 2 nghiệm .

Ta đi tìm *m* để phương trình (2) có 2 nghiệm 

 vì 

 thỏa mãn yêu cầu tương đương với .

**Câu 18: Đáp án A.**

Đặt  ta có phương trình:

 (2)

Để phương trình đã cho có 3 nghiệm thì phương trình (2) phải có 2 nghiệm .

Điều kiện cần: 

Khi đó ta có phương trình:



Vậy không có giá trị nào của *m* để phương trình đã cho có 3 nghiệm.

**Câu 19: Đáp án D.**

Điều kiện: .

Phương trình



Đặt 

Bài toán trở thành tìm *m* để phương trình  có nghiệm thuộc .

Xét hàm số .

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 |  |  |  | 1 |
|  | 0 |  |  |  |  |

Từ bảng biến thiên  là giá trị cần tìm.

**Câu 20: Đáp án B.**

Điều kiện: .

Bình phương 2 vế của phương trình ta được: 

Đặt  ta có phương trình: .

Khảo sát  trên .

Ta có bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 |  | 1 |  |  |
|  | 9 |  | 10 |  |  |

Từ bảng biến thiên .

**IV. HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

**Câu 1:** **Đáp án B.**







Hệ có nghiệm duy nhất khi  và 

Khi đó: 



**Câu 2: Đáp án A.**

Hệ vô nghiệm 



**Câu 3: Đáp án C.**

Ta có:













+ Trường hợp 1: Hệ có vô số nghiệm



+ Trường hợp 2:



Lúc đó hệ có nghiệm duy nhất:



 là ước nguyên của 2 

**Câu 4: Đáp án D.**

Từ (2) ta có:  thế vào (1) ta có: 



- Với 

- Với 

 Hệ có nghiệm là 

.

**Câu 5: Đáp án A.**

Đặt 

Ta có:



Ta có hệ: 

Lại đặt:  ta có:



Ta có hệ: 



Vì  nên chỉ có 

thỏa mãn 

 *x, y* là nghiệm phương trình:



 Nghiệm của hệ là



**Câu 6: Đáp án C.**

Ta có:



Ta có hệ: 



**Câu 7: Đáp án D.**

Đặt: 

Khi đó hệ trở thành:



Suy ra *u, v* là nghiệm không âm của phương trình:

 (\*)

Theo đề bài hệ đã cho có nghiệm

 Phương trình (\*) có nghiệm không âm



**Câu 8: Đáp án B.**

Điều kiện: . Khi đó ta có hệ:



Đặt: 



Ta có hệ: 

(thỏa mãn ĐK)







**Câu 9: Đáp án C.**

Trừ vế theo vế của hai phương trình, ta được:







- TH1:  ta có hệ:



 Hệ có nghiệm là .

- TH2:  ta có hệ:





 hoặc 

Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm.

**Câu 10:** **Đáp án D.**

Trừ vế theo vế hai phương trình ta có:







- TH1: Với  thay vào (1) ta có:



 Hệ có nghiệm là

.

- TH2: . Kết hợp với phương trình mà ta cộng vế với vế của 2 phương trình đã cho ta được:





Đặt  ta có hệ:





 là nghiệm phương trình:



hay 

 Hệ có nghiệm là .

Vậy hệ phương trình đã cho có 5 nghiệm , , , .

**Câu 11: Đáp án A.**

**Nhận xét:** Vế trái của hai phương trình đều là bậc hai; vế phải là hằng số nên ta có thể nhân chéo hai phương trình đưa về phương trình đẳng cấp.

Ta có: 



+ Với  không là nghiệm của hệ

+ Với  chia hai vế cho  ta được: 

Đặt  ta có phương trình:



- Với  thay vào (1) ta được  vô nghiệm.

- Với  ta có:  thay vào (1)

 hoặc 

.

**Câu 12: Đáp án B.**

Đặt  ()

Hệ phương trình đã cho có dạng





Để hệ có nghiệm thì 

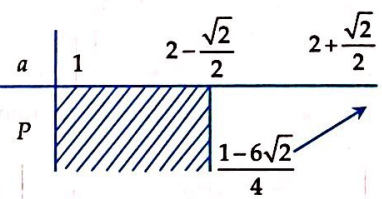




 (\*)

Điều kiện (\*) là điều kiện có nghiệm của hệ phương trình.

Xét:  ta có bảng biến thiên trên đoạn  là:



Vậy *P* đạt giá trị nhỏ nhất khi

.

**Câu 13: Đáp án B.**

Hệ đã cho biến đổi thành:



Đặt ,

hệ phương trình có dạng:



 hoặc 

- TH1: Với 



- TH2: Với 



Vậy nghiệm của hệ phương trình là:



.

**Câu 14: Đáp án C.**

Dùng máy tính cầm tay nhập biểu thức:



Ấn: SHIFT SOLV gán 

Máy luận:  … tức là (11,0489 …, 100) là 1 cặp nghiệm của phương trình.

- Nhập tiếp:  ấn “=” ta được kết quả là

12,0489…=11,0489…+1 = 

- Nhập tiếp:  ấn bằng máy hiện 2 ta hiểu:

 tại

.

Phương trình (1) của hệ phương trình với





Nhân liên hợp ta có:





Vì trong ngoặc vuông lớn hơn 0 nên  thế vào phương trình (2) của hệ ta được:



Đến đây dùng máy tính nhẩm được  hoặc .

Vậy .

**V. ĐỀ KIỂM TRA CHỦ ĐỀ 3**

**Câu 1:** **Đáp án A.**

Thay  vào phương trình của 4 đáp án ta thấy đáp án A.

**Câu 2: Đáp án D.**

**Câu 3: Đáp án A.**

Nhận dạng hệ 3 phương trình bậc nhất 3 ẩn theo công thức:

 trong đó mỗi phương trình là 1 phương trình bậc nhất 3 ẩn với các hệ số không đồng thời bằng 0.

**Câu 4: Đáp án A.**

**Câu 5: Đáp án A.**

Phân tích phương án nhiễu:

**B.** Sai do tính nhầm 

**C.** Sai do tính nhầm

.

**D.** Sai do không nhìn ra điều kiện.

**Câu 6: Đáp án B.**

 có



 Phương trình có 2 nghiệm dương

**Câu 7: Đáp án A.**

ĐKXĐ: 

**Câu 8: Đáp án D.**

ĐKXĐ: . Ta có:







Do đó,  và  không phải là cặp phương trình tương đương.

**Câu 9: Đáp án C.**

+) 



 Phương trình (1) vô nghiệm.

+) .

ĐKXĐ: 



mà 

 Phương trình (2) vô nghiệm.

+) 



 Phương trình (3) có nghiệm

+) 



 Phương trình (4) vô nghiệm.

**Câu 10: Đáp án A.**







Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là 3.

**Câu 11: Đáp án B.**

Phương trình đã cho có 2 hai nghiệm là 1 và 2.

Suy ra  và  là một trong hai giá trị  và 1.

Hai số có tổng bằng  và tích bằng 

Do đó  và  là nghiệm của phương trình

.

**Câu 12: Đáp án B.**

Điều kiện: 

Hệ phương trình



**Câu 13: Đáp án A.**

Gọi *x* là số xe chở được 4 khách và *y* là số xe chở được 7 khách (*x, y* nguyên và )

Ta có hệ phương trình:



**Câu 14: Đáp án A.**

ĐKXĐ: 







 (TMĐK)

Vậy .

**Câu 15: Đáp án A.**



Thử lại vào phương trình ta thấy  thỏa mãn nên  là nghiệm.

**Câu 16: Đáp án B.**

Đặt .



Khi đó, phương trình ban đầu trở thành .

**Câu 17: Đáp án D.**



. Vậy .

**Câu 18: Đáp án B.**

ĐKXĐ: .

Với điều kiện trên phương trình tương đương

 hoặc .

Đối chiếu điều kiện ta được phương trình có nghiệm duy nhất .

**Câu 19: Đáp án C.**

Ta có  .

Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là .

Xét các đáp án:

\* **Đáp án A.** Ta có





Do đó, tập nghiệm của phương trình là .

\* **Đáp án B.** Ta có

.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là .

\* **Đáp án C.** Ta có



 (vô nghiệm).

Do đó, tập nghiệm của phương trình là .

\* **Đáp án D.** Ta có

.

Do đó, tập nghiệm của phương trình là .

**Câu 20: Đáp án D.**

Từ hệ phương trình đã cho ta suy ra



Hệ phương trình 

có nghiệm duy nhất khi  là nghiệm của phương trình  tức là:

.

**Câu 21: Đáp án C.**



Nếu  Phương trình có vô số nghiệm

Nếu  Phương trình vô nghiệm

Nếu  và    Phương trình có 1 nghiệm duy nhất.

**Câu 22: Đáp án A.**



 (1)

Với :

Phương trình vô nghiệm

Với  Phương trình nghiệm đúng với mọi 

Với  và :

(1) 

Do đó phương trình có nghiệm âm khi và chỉ khi .

**Câu 23: Đáp án A.**

Hệ phương trình có vô số nghiệm



Hệ phương trình có nghiệm duy nhất



Với  ta có hệ  hệ vô nghiệm.

**Câu 24: Đáp án D.**















Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm số là: ; .

**Câu 25: Đáp án D.**

Gọi *A, B, C* lần lượt là số học sinh của 3 nhóm *A, B, C*.



Theo đề ta có 



**Câu 26: Đáp án D.**

Đặt , (với )

Ta có: 



Với 



**Câu 27: Đáp án C.**

ĐK  (\*)

Với điều kiện (\*) ta đặt   (1)

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm thỏa mãn (\*)

 (\*\*)

Với điều kiện (\*\*), phương trình đã cho trở thành: 



Với , ta có:

(1) 

Với , ta có:



Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt:



**Câu 28: Đáp án B.**





Theo bài ra 

**Câu 29: Đáp án A.**

 có 2 nghiệm phân biệt cùng dương khi







**Câu 30: Đáp án B.**











**Câu 31: Đáp án A.**

Gọi vận tốc trung bình của Thảo là *x* (km/h), 

Gọi vận tốc trung bình của Châu là  (km/h)

Thời gian Thảo đi từ A đến B là  (h)

Thời gian Châu đi từ A đến B là  (h)

Ta có phương trình: 



Vậy Vận tốc trung bình của Châu là 15km/h, của Thảo là 12km/h.

**Câu 32: Đáp án C.**

Gọi *A, B, C* lần lượt là số đo 3 góc của tam giác (), đơn vị độ. Không mất tính tổng quát ta giả sử 

Theo đề ta có

 hoặc 

 hoặc 

 hoặc 

**Câu 33: Đáp án B.**

Đặt  ()

(1) thành  (2)

Phương trình (1) vô nghiệm

 phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có 2 nghiệm cùng âm  hoặc 

**Câu 34: Đáp án C.**









+ Nếu  thì phương trình trở thành 



Kết hợp với  có nghiệm 

+ Nếu  thì phương trình trở thành 



Kết hợp với  ta có phương trình vô nghiệm.

Kết luận phương trình có nghiệm



**Câu 35: Đáp án A.**

ĐKXĐ: 

Với điều kiện trên ta có:









Vậy phương trình có 2 nghiệm 

**Câu 36: Đáp án D.**





**Câu 37: Đáp án D.**

Điều kiện: .

 (2), phương trình luôn có nghiệm là  và , để phương trình (1) có duy nhất 1 nghiệm thì   

**Câu 38: Đáp án D.**











. Phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc đoạn  khi phương trình (2) có hai nghiệm thuộc đoạn  và khác 



.

Không có giá trị nguyên nào của *m* thỏa mãn.

**Câu 39: Đáp án C.**



Để phương trình có hai nghiệm  . (\*)

Theo định lí Viet, ta có



Khi đó 





Vì 









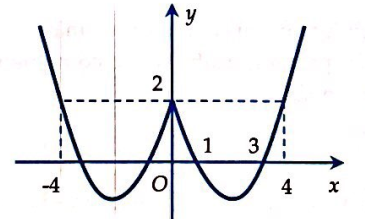


.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi : thỏa mãn (\*).

**Câu 40: Đáp án D.**

Đồ thị  như hình vẽ:







**Câu 41: Đáp án B.**







Với 

hệ có nghiệm duy nhất 

Ta có 





**Câu 42: Đáp án A.**

Vì *c, d* là hai nghiệm của phương trình  suy ra .

Vì *a, b* là hai nghiệm của phương trình  suy ra .

Khi đó, ta có hệ

.

Lại có 

.

- Với  thì từ : mâu thuẫn giả thiết.

- Với  thì từ  và từ .

Ta có: 

.

Khi đó 



**Câu 43: Đáp án B.**

Ta có 





Xét (1), ta có:

+  thì phương trình nghiệm đúng với mọi .

+  thì có nghiệm .

Xét (2), ta có:

+  thì phương trình vô nghiệm.

+  thì phương trình có nghiệm .

Vì  nên phương trình có hai nghiệm, phân biệt là   khi  và .

Mà  và 

 có 9 giá trị *m*.

**Câu 44: Đáp án D.**

ĐKXĐ: 

Đặt 

.

Với mỗi *t* thỏa mãn  thì (\*) có hai nghiệm *x* phân biệt.

Mặt khác phương trình đã cho trở thành:   (\*\*)

 k

Phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm khi và chỉ khi (\*\*) có hai nghiệm *t* phân biệt thỏa điều kiện

 hay 



 Có vô số giá trị *m*

**Câu 45: Đáp án C.**

ĐK: 













 (t/m)

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất 

**Câu 46: Đáp án D.**

+ Đặt . Khi đó ta có:



.

+ Sử dụng định lí Viet đảo hoặc phương pháp thế ta được: 

+ Vì vai trò của *u, v* như nhau nên ta chỉ cần xét  ta có:



**Câu 47: Đáp án B.**

Điều kiện:  (\*)

Ta thấy  thỏa mãn điều kiện (\*)

Nếu  thì

(\*) .

Do đó điều kiện xác định của phương trình là  hoặc .

Thay  và  vào phương trình thấy chỉ có  thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

**Câu 48: Đáp án B.**

Hệ phương trình tương đương với



Đặt , hệ phương trình đã cho trở thành.





Với  ta có 

Với  ta có



Vậy hệ phương trình có nghiệm  là  và .

**Câu 49: Đáp án A.**

Điều kiện: 

Hệ 







(Do 

)

Thay vào hệ ta được:

.

Vậy hệ có nghiệm: .

**Câu 50: Đáp án B.**

Ta thấy  không là nghiệm của hệ nên ta biến đổi hệ trở thành



Đặt  ta có hệ:







\* .

\* .

Vậy hệ đã cho có hai cặp nghiệm:

