**Chuyên đề:**

**PHƯƠNG PHÁP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

**TRONG GIẢI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG**

**CẤU TRÚC CHUYÊN ĐỀ**

**Phần I**

**KIẾN THỨC CƠ BẢN**

----

**1. Đinh lý Talet trong tam giác.**

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỷ lệ.

MN // BC

A

C

M

N





B

**2. Khái niệm tam giác đồng dạng.**

Tam giác A’B’C’ gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu:

+  ; 



**3. Các trường hợp đồng dạng của tam giác:**

a) Trường hợp thứ nhất (ccc):

Nếu 3 cạnh của tam giác này tỷ lệ với 3 cạnh của tam giác kia thì 2 tam giác đó đồng dạng.

b) Trường hợp thứ 2(cgc):

Nếu 2 cạnh của tam giác này tỷ lệ với 2 cạnh của tam giác kia và 2 góc tạo bởi tạo các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam đó giác đồng dạng.

c) Trường hợp thứ 3(gg):

Nếu 2 góc của tam giác này lần lượt bằng 2 góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

d) Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông.

+ Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

+ Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỷ lẹ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

+ Nếu cạnh huyền và một cạnh của tam giác vuông này tỷ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

**PHẦN III**

**CÁC DẠNG TOÁN CỤ THỂ**

**----**

**DẠNG 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG, TỶ SỐ , DIỆN TÍCH**

**Loại 1**: **TÍNH ĐỘ DÀI ĐOẠN THẲNG**

-----

**+ Ví dụ minh họa:**

Bài 36 – 79 – SGK (có hình vẽ sẵn)

ABCD là h.thang (AB // CD)

A 12,5 B GT AB = 12,5cm; CD = 28,5cm

 = 

x KL x = ?

D C **Giải**

ΔABD và ΔBDC có :  =  (gt)

 =  ( so le trong do AB // CD)

⇒ ΔABD P ΔBDC (g.g)

⇒  =  hay  = 

⇒ x2 = 12,5 . 28,5 ⇒ x = ≈ 18,9(cm)

Bài 35 – 72 – SBT:

A ΔABC; AB = 12cm; AC = 15cm

10 8 GT BC = 18dm; AM = 10cm; AN = 8cm

KL MN = ?

M N

B C **Giải**

Xét ΔABC và ΔANM ta có :

 =  = 

⇒  = 

 =  = 

Mặt khác, có  chung

Vậy ΔABC P ΔANM (c.g.c)

Từ đó ta có :  =  hay  ⇒  = 12(cm)

Bài tập 3:

a) Tam giác ABC có  = 2; AB = 4cm; BC = 5cm.

Tính độ dài AC?

b) Tính độ dài các cạnh của ΔABC có  = 2 biết rằng số đo các cạnh là 3 số tự nhiên liên tiếp.

A **Giải**

a) Trên tia đối của tia BA lấy BD = BC

B ΔACD và ΔABC có  chung;  =  = ∝

⇒ ΔACD P ΔABC (g.g)

⇒  =  ⇒ AC2 = AB. AD

D C = 4 . 9 = 36

⇒ AC = 6(cm)

b) Gọi số đo của cạnh BC, AC, AB lần lượt là a, b, c.

Theo câu (a) ta có.

AC2 = AB. AD = AB(AB+BC) ⇒ b2 = c(c+a) = c2 + ac (1)

Ta có b > c (đối diện với góc lớn hơn) nên chỉ có 2 khả năng là:

b = c + 1 hoặc b= c + 2

\* Nếu b = c + 1 thì từ (1) ⇒ (c + 1)2 = c2 + ac ⇒ 2c + 1 = ac

⇒ c(a-2) = 1 (loại) vì c= 1 ; a = 3; b = 2 không là các cạnh của 1 tam giác

\* Nếu b = c + 2 thì từ (1) ⇒ (c + 2)2 = c2 + ac ⇒ 4c + 4 = ac

⇒ c(a – 4) = 4

Xét c = 1, 2, 4 chỉ có c = 4; a = 5; 5 = 6 thỏa mãn bài toán.

Vậy AB = 4cm; BC = 5cm; AC = 6cm.

***Bài tập đề nghị:***

+ Bài 1: Cho ΔABC vuông ở A, có AB = 24cm; AC = 18cm; đường trung trực của BC cắt BC , BA, CA lần lượt ở M, E, D. Tính độ dài các đoạn BC, BE, CD.

+ Bài 2: Hình thoi BEDF nội tiếp ΔABC (E ∈ AB; D ∈ AC; F ∈ AC)

1. Tính cạnh hình thoi biết AB = 4cm; BC = 6cm. Tổng quát với BC = a, BC = c.
2. Chứng minh rằng BD <  với AB = c; BC = a.
3. Tính độ dài AB, BC biết AD = m; DC = n. Cạnh hình thoi bằng d.

**Loại 2:** **TÍNH GÓC**

**Ví dụ minh họa:**

+ Bài 1: Cho ΔABH vuông tại H có AB = 20cm; BH = 12cm. Trên tia đối của HB lấy điểm C sao cho AC = AH. Tính .

A

ΔABH;  = 900 ; AB = 20cm

20 GT BH = 12cm; AC = AH

KL  = ?

B 12 H C **Giải:**

Ta có 

⇒ 

Xét ΔABH và Δ CAH có :

 =  = 900

 (chứng minh trên)

⇒ ΔABH P ΔCAH (CH cạnh gv) ⇒ = 

Lại có  +  = 900 nên  +  = 900

Do đó : BAC = 900

Bài 2: Cho hình thoi ABCD cạnh a, có A = 600. Một đường thẳng bất kỳ đi qua C cắt tia đối của các tia BA, DA tương ứng ở M, N. Gọi K là giao điểm của BN và DM. Tính BKD? M

Hình thoi ABCD;  = 600 ;

B GT BN ∩ DM tại K KL Tính  = ?

K C

A

D

**Giải:** N

Do BC // AN (vì N ∈ AD) nên ta có :  (1)

Do CD // AM (vì M ∈ AB) nên ta có :  (2)

Từ (1) và (2) ⇒ 

ΔABD có AB = AD (đ/n hình thoi) và  = 600 nên là Δ đều

⇒ AB = BD = DA

Từ  (cm trên) ⇒ 

Mặt khác :  =  = 1200

Xét 2ΔMBD và ΔBDN có : ;  = 

⇒ ΔMBD P ΔBDN (c.g.c)

⇒  = 

ΔMBD và ΔKBD có  = ;  chung ⇒  =  = 1200

Vậy = 1200

***Bài tập đề nghị:***

ΔABC có AB: AC : CB = 2: 3: 5 và chu vi bằng 54cm;

ΔDEF có DE = 3cm; DF = 4,5cm; EF = 6cm

1. Chứng minh ΔAEF P ΔABC
2. Biết A = 1050; D = 450. Tính các góc còn lại của mỗi Δ

**Loại 3:**  **TÍNH TỶ SỐ ĐOẠN THẲNG, TỶ SỐ CHU VI, TỶ SỐ DIỆN TÍCH**

**Ví dụ minh họa:**

+ Bài 1: Cho ΔABC, D là điểm trên cạnh AC sao cho .

Biết AD = 7cm; DC = 9cm. Tính tỷ số 

B ΔABC; D ∈ AC : ;

GT AD = 7cm; DC = 9cm KL Tính .

C B A

**Giải:**

ΔCAB và ΔCDB có C chung ;  =  (gt)

⇒ ΔCAB P ΔCDB (g.g) ⇒  do đó ta có :

CB2 = CA.CD

Theo gt CD = 9cm; DA = 7cm nên CA = CD + DA = 9 + 7 = 16 (cm)

Do đó CB2 = 9.16 = 144 ⇒ CB = 12(cm)

Mặt khác lại có : 

+ Bài 2: (Bài 29 – 74SGK)

A

A’ ΔABC và ΔA’B’C’: AB =6 ;

6

46

6 9 GT AC = 9; A’C’ = 6; B’C’ = 8 KL a) ΔABC P ΔA’B’C’

B 12 C B’ 12 C’ b) Tính tỉ số chu vi của ΔA’B’C’ và ΔABC

**Giải:**

a) ΔA’B’C’ P ΔABC (c.c.c)

Vì 

b) ΔA’B’C’ P ΔA+B+C+ (câu a) ⇒  = 

= 

Vậy 

+ Bài 3: Cho hình vuông ABCD, gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của Ab, BC, CE cắt DF ở M. Tính tỷ số ?

D C Hình vuông ABCD; AE = EB ;

M GT BF = CF; CE ∩ DF tại M F KL Tính ?

A E B **Giải:**

Xét ΔDCF và ΔCBE có DC = BC (gt);  =  = 900; BE = CF

* ΔDCF = ΔCBE (c.g.c) ⇒ 1 = 2

Mà 1 + 2 = 1v ⇒ 1 + 1 = 1v ⇒ ΔCMD vuông ở M

ΔCMD P ΔFCD (vì 1 = 2 ;  = ) ⇒ 

 =  ⇒ SCMD = . SFCD

Mà SFCD = CF.CD = .BC.CD = CD2

Vậy SCMD = . CD2 = . (\*)

Áp dụng định lý pitago vào tam giác vuông DFC, ta có:

DF2 = CD2 + CF2 = CD2 + (BC)2 = CD2 + CD2 = CD2

Thay DF2 = CD2 ta có :

SCMD  = CD2 = SABCD

⇒  = 

***Bài tập đề nghị:***

Cho ΔABC, D là trung điểm của BC, M là trung điểm của AD.

1. BM cắt AC ở P, P’ là điểm đối xứng củ P qua M. Chứng minh rằng PA = P’D. Tính tỷ số  và 
2. Chứng minh AB cắt Q, chứng minh rằng PQ // BC. Tính tỷ số  và 
3. Chứng minh rằng diện tích 4 tam giác BAM, BMD, CAM, CMD bằng nhau. Tính tỷ số diện tích ΔMAP và ΔABC.

**Loại 4:** **TÍNH CHU VI CÁC HÌNH**

+ Bài 1(bài 33 – 72 – SBT)

ΔABC; O nằm trong ΔABC;

GT P, Q, R là trung điểm của OA, OB, OC KL a) ΔPQR P ΔABC

b) Tính chu vi PQR. Biết chu vi ΔABC 543cm

**Giải:**

a) PQ, QR và RP lần lượt là đường trung bình của ΔOAB , ΔACB và ΔOCA. Do đó ta có :

PQ = AB; QR = BC ; RP = CA

Từ đó ta có :  A

⇒ ΔPQR P ΔABC (c.c.c) với tỷ số đồng dạng K =  P

b) Gọi P là chu vi của ΔPQR ta có : O

P’ là chu vi của ΔPQR ta có : Q R

 ⇒ P’ = P = .543 = 271,5(cm) B C

Vậy chu vi của ΔPQR = 271,5(cm).

+ Bài 2: Cho ΔABC, D là một điểm trên cạnh AB, E là 1 điểm trên cạnh AC sao cho DE // BC.

Xác định vị trí của điểm D sao cho chu vi ΔABE =  chu vi ΔABC.

Tính chu vi của 2 tam giác đó, biết tổng 2 chu vi = 63cm

A ΔABC; DE//BC; C.viΔADE=C.vi ΔABC

GT C.vi ΔADE + C.viΔADE = 63cm

D E KL Tính C.vi ΔABC và C.vi ΔADE

B C

**Giải:**

Do DE // BC nên ΔADE PΔABC theo tỷ số đồng dạng.

K =  =  . Ta có .

⇒  =  = 9

Do đó: Chu vi ΔABC = 5.9 = 45 (cm)

Chu vi ΔADE = 2.9 = 18 (cm)

***Bài tập đề nghị:***

+ Bài 1: ΔA’B’C’ P ΔABC theo tỷ số đồng dạng K = .

Tính chu vi của mỗi tam giác, biết hiệu chu vi của 2 tamgiasc đó là 51dm.

+ Bài 2: Tính chu vi ΔABC vuông ở A biết rằng đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành 2 tam giác có chu vi bằng 18cm và 24cm.

**Loại 5:** **TÍNH DIỆN TÍCH CÁC HÌNH**

+ Bài 1(Bài 10 – 63 – SGK):

A ΔABC; đường cao AH, d// BC, d cắt AB, AC, AH

GT theo thứ tự tại B’, C’, H’ B’ H’ C’ KL a) 

b) Biết AH’ = AH; SΔABC = 67,5cm2

B H CTính SΔA’B’C’

**Giải:**

a) Vì d // BC ⇒  = = =  = (đpcm)

b) Từ  ⇒ ()2 = = = 

Mà AH’ = AH ⇒  =  ⇒ ()2 = ()2 = 

Vậy  =  và ⇒ SΔABC = 67,5cm2

Nên ta có : =  ⇒  = 

⇒ SΔAB’C’ =  = 7,5(cm2)

+ Bài 2(bài 50 – 75 – SBT)

ΔABC( = 900); AH ⊥ BC

GT BM = CM; BH = 4cm; CH = 9cm KL Tính SΔAMH

**Giải:** A

Xét 2Δ vuông HBA và Δ vuông HAC có :

 +  = 1v (1)

 +  = 1v (2)

Từ (1) và (2) ⇒  = 

Vậy ΔHBA P Δ HAC (g.g) B 4 H M C

⇒  ⇒ HA2 = HB.HC = 4.9 = 36 9

⇒ HA = 6cm

Lại có BC = BH + HC = 4cm + 9cm = 13cm

SΔABM = SΔABC = .  = 19,5(cm2)

SΔAHM = SΔBAH = 19,5 - .4.6 = 7,5(cm2)

Vậy SΔAMH = 7,5(cm2)

+ Bài 3: Cho ΔABC và hình bình hành AEDF có E ∈ AB; D ∈ BC, F ∈ AC.

Tính diện tích hình bình hành biết rằng : SEBD = 3cm2; SFDC = 12cm2;

ΔABC hình bình hành AEDF

GT SEBD = 3cm2; SFDC = 12cm2 KL Tính SAEDF

**Giải:**

Xét ΔEBD và ΔFDC có = 1 (đồng vị do DF // AB) (1)

E1 = D2 ( so le trong do AB // DF)

⇒ 1 = 1 (2)

D2 = E1 ( so le trong do DE // AC)

Từ (1) và (2) ⇒ ΔEBD P ΔFDC (g.g)

Mà SEBD : SFDC = 3 : 12 = 1 : 4 = ()2

Do đó :  ⇒ FD = 2EB và ED = FC A

⇒ AE = DF = 2BE ( vì AE = DF) F

AF = ED = EC ( vì AF = ED) E 1

Vậy SADE = 2SBED = 2.3 = 6(cm2) 1 2

SADF = SFDC = . 12 = 6(cm2) B D C

⇒ SAEDF = SADE + SADF = 6 + 6 = 12(cm2)

***Bài tập đề nghị:***

+ Bài 1:Cho hình vuông ABCD có độ dài = 2cm. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AD, DC. Gọi I, H theo thứ tự là giao điểm của AF với BE, BD.

Tính diện tích tứ giác EIHD

+Bài 2: Cho tứ giác ABCD có diện tích 36cm2, trong đó diện tích ΔABC là 11cm2. Qua B kẻ đường thẳng // với AC cắt AD ở M, cắt CD ở N. Tính diện tích ΔMND.

+ Bài 3: Cho ΔABC có các B và C nhọn, BC = a, đường cao AH = h. Xét hình chữ nhật MNPQ nội tiếp tam giác có M ∈ AB; N ∈ AC; PQ ∈ BC.

1. Tính diện tích hình chữ nhật nếu nó là hình vuông.
2. Tính chu vi hình chữ nhật a = h
3. Hình chữ nhật MNPQ có vị trí nào thì diện tích của nó có giá trị lớn nhất.

**DẠNG II:**

**CHỨNG MINH HỆ THỨC, ĐẲNG THỨC NHỜ TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

**I. Các ví dụ và định hướng giải:**

1. Ví dụ 1: Bài 29(SGK – T79) – (H8 – Tập 2)

Cho hình thang ABCD(AB // CD). Gọi O là giao điểm của 2đường chéo AC và BD

1. Chứng minh rằng: OA. OD = OB. OC.
2. Đường thẳng qua O vuông góc với AB và CD theo thứ tự tại H và K.

CMR:  = 

\* Tìm hiểu bài toán : Cho gì?

Chứng minh gì?

\* Xác định dạng toán:

? Để chứng minh hệ thức trên ta cần chứng minh điều gì?

TL:  = 

? Để có đoạn thẳng trên ta vận dụng kiến thức nào.

TL: Chứng minh tam giác đồng dạng

a) OA. OD = OB.OC

Sơ đồ :

+ 1 = 1 (SLT l AB // CD)

D

K

C

B

H

O

A

+  =  ( Đối đỉnh)

⇓

ΔOAB P ΔOCD (g.g)

⇓

 = 

⇓

OA.OD = OC.OC

b)  = 

Tỷ số  bằng tỷ số nào?

TL :  = 

? Vậy để chứng minh  =  ta cần chứng minh điều gì.

TL:  = 

Sơ đồ :

+ =  = 900

+ 1 = 1.(SLT; AB // CD) Câu a

⇓ ⇓

ΔOAH P ΔOCK(gg) ΔOAB P ΔOCD

⇓ ⇓

 =   = 

 = 

*2. Ví dụ 2:*

Cho hai tam gíac vuông ABC và ABD có đỉnh góc vuông C và D nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB. Gọi P là giao điểm của các cạnh AC và BD. Đường thẳng qua P vuông góc với AB tại I.

CMR : AB2 = AC. AP + BP.PD

O C

P6

A I B

Định hướng:

- Cho HS nhận xét đoạn thẳng AB (AB = AI + IB)

⇒ AB2 = ? (AB.(AI + IB) = AB . AI + AB. IB)

- Việc chứng minh bài toán trên đưa về việc chứng minh các hệ thức

AB.AI = AC.AP

AB.IB = BP.PD

- HS xác định kiến thức vận dụng để chứng minh hệ thức (Δ P)

Sơ đồ : +  =  = 900  +  =  = 900

+  chung +  chung

⇓ ⇓

ΔADB P ΔPIB ΔACB P ΔAIP (gg)

⇓ ⇓

 =   = 

⇓ ⇓

AB.AI = PB.DB AB . AI = AC . AP

AB . IB + AB . AI = BP . PD + AC . AP

⇓

AB (IB + IA) = BP . PD + AC . AP

⇓

AB2 = BP . PD + AC . AP

*3. Ví dụ 3:* Trên cơ sở ví dụ 2 đưa ra bài toán sau:

Cho Δ nhọn ABC, các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. A

CMR: BC2 = BH . BD + CH.CE D

Định hướng: Trên cơ sở bài tập 2 E

Học sinh đưa ra hướng giải quyết bài tập này. H

⇒ Vẽ hình phụ (kẻ KH ⊥ BC; K ∈ BC).

Sử dụng ΔP chứng minh tương tự ví dụ 2 B C

*4. Ví dụ 4:* Cho Δ ABC, I là giao điểm của 3 đường phân giác, đường thẳng vuông góc với CI tại I cắt AC và BC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng.

a) AM . BI = AI. IM A

I

b) BN . IA = BI . NI M

c)  = 

\* Định hướng:

a) ? Để chứng minh hệ thức AM. BI = AI. B N C

IM ta cần chứng minh điều gì. 

b) Để chứng minh đẳng thức trên ta cần chứng minh điều gì.

(Δ AMI P ΔAIB)

Sơ đồ:

 =  (gt)  =  \* CM:  = 

Δv MIC:  = 900 - 

ΔAMI P ΔAIB (gg) ΔABC:  +  + = 1800(t/c tổng...)

⇓ ⇒  +  +  = 900

 =  Do đó:  =  +  (1)

⇓ Mặt khác: =  + (t/c góc ngoài Δ)

AM. BI = AI . IM hay  =  +  (2)

Từ 91) và (2) ⇒  =  hay  = 

ΔAMI P ΔAIB ( =  ;  = )

⇒  =  ⇒ AM . BI = AI. IM

b) Tương tự ý a.

Chứng minh ΔBNI P ΔBIA (gg)

⇒  =  ⇒ BN . IA = BI. IN

c) (Câu a) (Câu b)

⇓ ⇓

- HS nhận xét =  ΔAMI P ΔAIB ΔBNI P ΔBIA

⇓ ⇓

Tính AI2 ; BI2 ⇒   =   = 

⇓ ⇓

(Tính AI2 ; BI2 nhờ ΔP) AI2 = AM . AB BI2 = BN . AB

 = 

⇓

 = 

**II. Bài tập đề nghị:**

+ Bài 1: Cho hình thanh ABCD (AB // CD), gọi O là giao điểm của 2 đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với 2 đáy cắt BC ở I cắt AD ở J.

CMR : a)  =  + 

b)  =  + 

+ Bài 2: Cho ΔABC, phân giác AD (AB < AC). trên tia đối của tia DA lấy điểm I sao cho  = .

CMR: a) AD . DI = BD . DC

b) AD2 = AB . AC - BD . DC

**DẠNG 3: CHỨNG MINH QUAN HỆ SONG SONG**

**I. Mục tiêu chung :**

- Học sinh vận dụng định nghĩa tam giác đồng dạng, các trường hợp đồng dạng của tam giác, định lý Ta – lét đảo, để giải quyết các bài toán về chứng minh quan hệ song song.

- Thông bao các bài tập khắc sâu các kiến thức về tam giác đồng dạng, định lý Ta – lét đảo.

- Rèn kỹ năng tư duy, suy luận lô gic, sáng tạo khi giải bài tập.

**II. Kiến thức áp dụng.**

- Định nghĩa tam giác đồng dạng.

- Các trường hợp đồng dạng của tam giác.

- Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

\* Ví dụ minh họa:

*+ Ví dụ 1:*

Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi M là trung điểm của CD, E là giao điểm của MA và BD; F là giao điểm của MB và AC.

Chứng minh rằng EF / / AB

A B ABCD (AB // CD)

DM = MC

E F gt MA ∩ DB = 

MB ∩ AC = 

KL EF // AB

D M C

**Định hướng giải:**

- Sử dụng trường hợp đồng dạng của tam giác

- Định nghĩa hai tam giác đồng dạng

- Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song (định lý Ta lét đảo)

**Sơ đồ phân tích:**

AB // CD (gt) AB // CD (gt)

⇓ ⇓

AB // DM AB // MC

⇓ ⇓

ΔMED P Δ AEB GT ΔMFC P ΔBFA

⇓ ⇓ ⇓

 =  ; MD = MC  = 

⇓

 = 

⇓

EF // AB (Định lý Ta lét đảo)

+ Ví dụ 2:

Cho Δ ABC có các góc nhọn, kẻ BE, CF là hai đường cao. Kẻ EM, FN là hai đường cao của ΔAEF.

Chứng minh MN // BC

**Sơ đồ phân tích**

ΔAMF P ΔAFC (g.g); ΔAFN P ΔABE A

⇓ ⇓ M N

 =   =  F E

⇓

 .  =  .  B C

⇓

 = 

⇓

MN // BC (định lý Ta – lét đảo)

+ Ví dụ 3: Cho ΔABC, các điểm D, E, F theo thứ tự chia trong các cạnh AB, BC, CA theo tỷ số 1 : 2, các điểm I, K theo thứ tự chia trong các đoạn thẳng ED, FE theo tỉ số 1 : 2. Chứng minh rằng IK // BC.

Gọi M là trung điểm của AF

Gọi N là giao điểm của DM và EF A

I

K

F

Xét Δ ADM và Δ ABC có : D M N

 =  =  Góc A chung

⇒ΔADM P ΔABC (c.gc) B E C

⇒  =  mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên DM // BC

⇒ MN // EC mà MF = FC nên EF = FN

Ta có :  =  .  =  .  =  (1)

mà  =  (gt) (2)

Từ 91) và (2) ⇒  =  Suy ra IK // DN (định lý Ta – lét đảo)

Vậy IK // BC.

**\* Bài tập đề nghị:**

Cho tứ giác ABCD, đường thẳng đi qua A song song với BC cắt BD. Đường thẳng đi qua B và song song với AD cắt AC ở G. Chứng mi9nh rằng EG // DC

**DẠNG 4 : CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

**I. Các ví dụ và định hướng giải:**

+ Ví dụ:

Cho ΔABC; AB = 4,8cn; AC = 6,4cm; BC = 3,6cm

B

F

D

A

E

3,6

C

2,4

Trên AB lấy điểm D sao cho AD = 3,2cm, trên AC

lấy điểm E sao cho AE = 2,4cm, kéo dài ED cắt CB ở F.

1. CMR : Δ ABC P ΔAED
2. ΔFBD P ΔFEC
3. Tính ED ; FB?

Bài toán cho gì?

Dạng toán gì?

Để chứng minh 2 Δ đồng dạng có những phương pháp nào?

Bài này sử dụng trường hợp đồng dạng thứ mấy?

Sơ đồ chứng minh:

a) GT

⇓

 chung

 =  = 2

⇓

ΔABC P ΔAED (c.g.c)

ΔABC P Δ AED (câu a)

b) ⇓

 =  ;  = 

⇓

 = 

 chung

⇓

ΔFBD P ΔFEC (g.g)

c) Từ câu a, b hướng dẫn học sinh thay vào tỷ số đồng dạng để tính ED và FB.

+ Ví dụ 2: Cho ΔABC cân tại A; BC = 2a; M là trung điểm của BC. Lấy các điểm D và E trên AB; AC sao cho  = .

A

E

C

M

B

D

1

1

a) CMR : ΔBDM P ΔCME

b) ΔMDE P ΔDBM

c) BD . CE không đổi

? Để chứng minh ΔBDM P ΔCME ta cần chứng minh điều gì.

? Từ gt → nghĩ đến 2Δ có thể P theo trường hợp nào (g.g)

? Gt đã cho yếu tố nào về góc. ( = )

? Cần chứng minh thêm yếu tố nào ( = )

1. Hướng dẫn sơ đồ

gt góc ngoài ΔDBM

⇓ ⇓

 = ;  =  + ;  =  + 

ΔABC cân

⇓ ⇓

 =  ;  = 

⇓

ΔBDM P ΔCME (gg)

Câu a gt

⇓ ⇓

b)  = ; CM = BM

⇓

 = 

⇓

 = (gt) ; 

⇓

ΔDME P ΔDBM (c.g.c)

c) Từ câu a : ΔBDM P ΔCME (gg)

⇒  ⇒ BD . CE = Cm . BM

Mà CM = BM =  = a

⇒ BD . CE =  (không đổi)

Lưu ý: Gắn tích BD . CB bằng độ dài không đổi

Bài đã cho BC = 2a không đổi

Nên phải hướng cho học sinh tính tích BD. CE theo a

A

Q

F

B

M

D

N

C

P

E

+ Ví dụ 3: Cho ΔABC có các trung điểm

của BC, CA, AB theo thứ tự là D, E, F.

Trên cạnh BC lấy điểm M và N sao

cho BM = MN = NC. Gọi P là

giao điểm của AM và BE;

Q là giao điểm của CF và AN.

CMR: a) F, P, D thẳng hàng; D, Q, E thẳng hàng.

b) ΔABC P ΔDQP

*\* Hướng dẫn*

a) Giáo viên hướng dẫn học sinh chứng minh 3 điểm thẳng hàng có nhiều phương pháp. Bài này chọn phương pháp nào?

- Lưu ý cho học sinh bài cho các trung điểm → nghĩ tới đường trung bình Δ.

→ Từ đó nghĩ đến chọn phương pháp: CM cho 2 đường thẳng PD và FP cùng // AC

PD là đường trung bình ΔBEC → PD // AC

⇒F, P, D thẳng hàng

FP là đường trng bình ΔABE → FP // AC

Tương tự cho 3 điểm D, Q, E

1. PD =  . EC = . = 

 = 4 

 (Đơn vị EF // AB)

 (so le trong PD // AC)

 = 4 

⇓ ⇓

 ; 

⇓

ΔABC P ΔDQP (c.g.c)

**Dạng chứng minh tam giác đồng dạng.**

**II. Bài tập đề nghị**

+ Bài 1: Cho ΔABC, AD là phân giác ; AB < AC. Trên tia đối của DA lấy điểm I sao cho . Chứng minh rằng.

1. ΔADB P ΔACI; ΔADB P ΔCDI
2. AD2 = AB. AC - BD . DC

+ Bài 2: Cho ΔABC; H, G, O lần lượt là trực tâm, trọng tâm, giao điểm 3 đường trung trực của Δ. Gọi E, D theo thứ tự là trung điểm của AB và AC.

Chứng minh :

1. Δ OED P Δ HCB
2. Δ GOD P Δ GBH
3. Ba điểm O, G, H thẳng hàng và GH = 2OG

+ Bài 3: Cho ΔABC có Ab = 18cm, AC = 24cm, BC = 30cm. Gọi M là trung điểm BC. Qua M kẻ đường vuông góc với BC cắt AC, AB lần lượt ở D, E.

1. CMR : ΔABC P ΔMDC
2. Tính các cạnh ΔMDC
3. Tính độ dài BE, EC

+ Bài 4: Cho ΔABC; O là trung điểm cạnh BC.

Góc  = 600; cạnh ox cắt AB ở M; oy cắt AC ở N.

1. Chứng minh: ΔOBM P ΔNCO
2. Chứng minh : ΔOBM P ΔNOM
3. Chứng minh : MO và NO là phân giác của  và 
4. Chứng minh : BM. CN = OB2

**DẠNG 5: CHỨNG MINH ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU, GÓC BẰNG NHAU**

Ví dụ 1: Bài 20 T 68 – SGK

Cho hình thang ABCD (AB// CD). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Đường thẳng a qua O và song song với đáy của hình thang cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự tại E và F.

Chứng minh rằng : OE = Oì

D

E

A

B

F

C

|  |  |
| --- | --- |
| Định hướng  H:Bài cho đường thẳng EF // AB (và CD)  TL: Các tam giác đồng dạng và các đoạn thẳng tỷ lệ  H: EO và đoạn nào trên hình vẽ sẽ thường lập được tỷ số?  TL: .  H: Vậy OF trên đoạn nào? (gợi ý)  TL: | Sơ đồ giải  OE = OF  ⇑  =  ⇑  =  ; = ; =  ⇑ ⇑ ⇑  ΔAEC ΔBOF ΔAOB  P P P  ΔADC ΔBDC ΔCOD  ⇑ ⇑  EF // DC AB // CD  ⇑  gt |

H: Vậy để chứng minh đoạn thẳng bằng nhau (OE = OF) ta sẽ đưa về chứng minh điều gì?

TL :  =  (1)

H: OE; DC là cạnh của những tam giác nào? (ΔAEO; ΔADC, các tam giác này đã đồng dạng chưa? Vì dao?

H: Đặt câu hỏi tương tự cho OF , DC.

H: lập tỷ số bằng  = 

TL:  = ;  = 

H: Vậy để chứng minh (1) ta cần chứng minh điều gì?

TL:  = 

H: Đây là tỷ số có được từ cặp tam giác đồng dạng nào?

TL: Δ AOB; Δ COD

H: Hãy chứng minh điều đó.

Ví dụ 2: Bào 10 – T67 – SGK:

Cho hình thang ABCD (AB // CD) đường thẳng song song với đáy Ab cắt các cạnh bên và các đường chéo AD, BD, AC và BC theo thứ tự tại các điểm M, N, P, Q.

CMR: MN = PQ

Định hướng giải: Đây là bài tập mở rộng hơn so với ví dụ 1.

Từ hệ quả của định lý Talet cho ta các tam giác đồng dạng và ta chứng minh được:

 = 

D

M

A

B

Q

C

P

N

O

E

 = 

 = (kéo dài AD cắt BC tại E

rồi chứng minh

⇒  =  ⇒ MN = PQ

Ví dụ 3: Bài 32 – T77 – SGK

Trên một cạnh của góc xoy ( ≠ 1800), đặt các đoạn thẳng OA = 5cm, OB = 16cm. Trên cạnh thứ nhất của góc đó, đặt các đoạn thẳng OC = 8cm, OD = 10cm.

a) Chứng minh hai tam giác OCB và OAD đồng dạng.

b) Gọi giao điểm các cạnh AB và BC là I, CMR: Hai tam giác IAB và IBC có các góc bằng nhau từng đôi một.

x

y

D

I

C

A

B

5

O

8

10

⇒  =  ⇒ ΔOBC P Δ ODA

Góc O chung

1. ΔIAB và ΔICD ta dễ nhìn thấy không bằng nhau. Do đó để chứng minh chúng có các góc bằng nhau từng đôi một ta đi chứng minh đồng dạng.

Vì ΔOBC P ΔODA nên  =  (1)

Mặt khác ta có  (đối đỉnh)

⇒ ΔBAI P ΔDCI (g.g)

⇒ 

Ví dụ 4: Bài 36 – T72 – SGK

Hình thang ABCD (AB // CD) có AB = 4cm, CD = 16cm và BD = 8cm

Chứng minh : Ta chỉ xét chứng minh 

Xét ΔBAD và ΔDBC có AB // CD do đó :

 (so le trong )



D

A

B

C



⇒  ( cùng bằng )

⇒ ΔBAD P ΔDBC (c.g.c)

⇒ 

Ví dụ 4: Bài 60 – T77 – SBT

Tam giác ABC có hai trung tuyến AK và CL cắt nhau tại O. Từ một điểm P bất kỳ trên cạnh AC, vẽ các đường thẳng PE song song với AK, PF song song với CL ( E thuộc BC, F thuộc AB) các trung tuyến Ak, CL cắt đoạn thẳng EF theo thứ tự tại M, N

Chứng minh rằng các đoạn thẳng FM, MN, NE bằng nhau.

Định hướng giải:

L

B

K

E

C

P

A

M

N

O

Từ giả thiết cho song song ta suy ra

các tỷ lệ thức và tam giác đồng dạng

Ta có :

 =  (1)

 =  (cùng )

⇒  =  (2) ( ta có trung tuyến )

Từ (1) và (2) suy ra :  =  ⇒ FM =  FE

Tương tự ta cũng có EN = EF và do đó suy ra MN =  EF

Vậy FM = MN = NE

**Tóm lại:** Tam giác đồng dạng có nhiều ứng dụng trong giải toán. Khi ứng dụng để chứng minh đoạn thẳng bằng nhau, góc bằng nhau thì các phương pháp thường dùng ở đây là :

\* Đưa 2 đoạn thẳng cần quy bằng nhau về là tử của 2 tỷ số có cùng mẫu.

\* Chứng minh các đoạn thẳng cùng bằng một độ dài nào đó.

\* Đưa 2 góc cần chứng minh bằng nhau về là 2 góc tương ứng của 2 tam giác đồng dạng.

\* Chứng minh 2 tỷ số bằng nhau sau đó chứng minh tử bằng nhau suy ra 2 đoạn thẳng ở mẫu bằng nhau.

**Dạng 6 : TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ**

**I. Mục tiêu chung:**

- Học sinh biết vận dụng kiến thức về tam giác đồng dạng để xác định được các chiều cao, các khoảng cách... mà không cần đo trực tiếp.

- Rèn kỹ năng nhận biết hình (đọc hình) kỹ năng vẽ hình, kỹ năng tư duy và óc tưởng tượng.

**III. Các kiến thức áp dụng:**

- Các trường hợp đồng dạng của tam giác.

- Định nghĩa hai tam giác đồng dạng.

*\* Ví dụ minh họa:*  M

+ Ví dụ 1:

Để đo khoảng cách giữa 2 điểm A và M,

trong đó M không tới được, người ta tiến hành

đo và tính khoảng cách (như hình vẽ)

AB ⊥ BM; BH ⊥ AM. Biết Ah = 15m; AB = 35m. B H

**Giải :** Xét Δ AMB và Δ ABH có ;

 =  = 900 (gt) ;  chung A

⇒ ΔAMB P ΔABH (gg)

⇒  =  ⇒ AM =  = 81,7(m)

Vậy khoảng cách giữa 2 điểm A và M gần bằng 81,7 mét

+ Ví dụ 2: A

Một ngọn đèn đặt trên cao ở vị trí A,

hình chiếu vuông góc của nó trên mặt đất là H.

Người ta đặt một chiếc cọc dài 1,6m,

thẳng đứng ở 2 vị trí B và C thẳng hàng với H. B’ C’

Khi đó bóng cọc dài 0,4m và 0,6m I

Biết BC = 1,4m. Hãy tính độ cao AH.

**Giải** D b B H C c E

**Giải** d

Gọi BD, CE là bóng của cọc và B’ ; C’ là tương ứng của đỉnh cao. Đặt BB’ = CC’ = a ; BD = b ; CE = c ; BC = d ; Ah = x. Gọi I là giao điểm của AH và B’C’.

⇒  ⇒ 

⇒ (x – a) (b + d + c) = x.d

⇒ x =  = a(1+ )

Thay số ta được AH = 1,6 (1 + ) = 3,84(m)

Vậy độ cao AH bằng 3,84 mét A

**Bài tập đề nghị**: B C

Một giếng nước có đường kính DE = 0,8m (như hình vẽ).

Để xác định độ sâu BD của giếng, người ta đặt

một chiếc gậy ở vị trí AC, A chạm miệng giếng,

AC nhìn thẳng tới vị trí E ở góc của đáy giếng.

Biết AB = 0,9m; BC = 0,2m. Tính độ sâu BD của giếng. D E