BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐỊNH NGHĨA ĐẠO HÀM

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

**1. Định nghĩa đạo hàm tại một điểm**

 • Cho hàm số *y = f(x)* xác định trên khoảng *(a; b)* và *x0 ∈ (a; b):*

  =  (Δx = x – x0, Δy = f(x0 + Δx) – f(x0))

 • Nếu hàm số *y = f(x)* có đạo hàm tại *x0* thì nó liên tục tại điểm đó.

**2. Đạo hàm bên trái, bên phải**

. .

***Hệ quả :*** Hàm có đạo hàm tại  và  đồng thời .

**3. Đạo hàm trên khoảng, trên đoạn**

  Hàm số  có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên  nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc 

  Hàm số  có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên  nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc  đồng thời tồn tại đạo hàm trái  và đạo hàm phải .

**4. Mối liên hệ giữa đạo hàm và tính liên tục**

  Nếu hàm số  có đạo hàm tại  thì  liên tục tại .

**Chú ý:** Định lí trên chỉ là điều kiện cần, tức là một hàm có thể liên tục tại điểm  nhưng hàm đó không có đạo hàm tại .

B – BÀI TẬP

**Câu 1.** Giới hạn (*nếu tồn tại*) nào sau đây dùng để định nghĩa đạo hàm của hàm số  tại?

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm thì biểu thức ở đáp án C đúng.

**Chọn C.**

**Câu 2.** Cho hàm số  liên tục tại . Đạo hàm của  tại  là

**A. **.

**B. **.

**C. ** (nếu tồn tại giới hạn).

**D. ** (nếu tồn tại giới hạn).

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Định nghĩa  hay  (nếu tồn tại giới hạn).

**Câu 3.** Cho hàm số có đạo hàm tại  là . Khẳng định nào sau đây **sai?**

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D**

**A.** Đúng (theo định nghĩa đạo hàm tại một điểm).

**B.** Đúng vì

 ****

**C.** Đúng vì

Đặt  



**Câu 4.** Số gia của hàm số  ứng với  và  bằng bao nhiêu?

**A. .** **B. .** **C. **. **D. **.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn** **C.**

Ta có .

Với  và  thì .

**Câu 5.** Tỉ số  của hàm số theo x và là

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**



**Câu 6.** Số gia của hàm số ứng với số gia của đối số x tại  là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

Với số gia của đối số x tại  Ta có



**Câu 7.** Cho hàm số , đạo hàm của hàm số ứng với số gia của đối số x tại x0 là

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B**

Ta có :



Nên 

Vậy 

**Câu 8.** Cho hàm số . Xét hai mệnh đề sau:

(I) .

(II) Hàm số không có đạo hàm tại .

Mệnh đề nào đúng?

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Gọi  là số gia của đối số tại 0 sao cho .

Ta có .

Nên hàm số không có đạo hàm tại 0.

**Câu 9.**  tại điểm .

 **A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**



Vậy .

**Câu 10. ** tại .

 **A.  B.  C.  D.** Đáp án khác

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Ta có 



Dẫn tới  hàm số không liên tục tại  nên hàm số không có đạo hàm tại .

**Câu 11.** Cho hàm số . Khi đó là kết quả nào sau đây?

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** Không tồn tại.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B**

Ta có 

 

**Câu 12.** Cho hàm số . Khi đó  là kết quả nào sau đây?

**A.** Không tồn tại. **B.**  **C.** 1. **D.** 2.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

Ta có  nên .

Do  nên  không tồn tại.

**Câu 13.** Cho hàm số . Để hàm số này có đạo hàm tại  thì giá trị của *b* là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B**

Ta có



 có đạo hàm tại  khi và chỉ khi  liên tục tại 

 

**Câu 14.** Số gia của hàm số  ứng với x và là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

Ta có



**Câu 15.** Xét ba mệnh đề sau:

 (1) Nếu hàm số  có đạo hàm tại điểm thì  liên tục tại điểm đó.

 (2) Nếu hàm số  liên tục tại điểm  thì  có đạo hàm tại điểm đó.

 (3) Nếu  gián đoạn tại  thì chắc chắn  không có đạo hàm tại điểm đó.

 Trong ba câu trên:

**A.** Có hai câu đúng và một câu sai. **B.** Có một câu đúng và hai câu sai.

**C.** Cả ba đều đúng. **D.** Cả ba đều sai.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

(1) Nếu hàm số  có đạo hàm tại điểm thì  liên tục tại điểm đó. Đây là mệnh đề đúng.

(2) Nếu hàm số  liên tục tại điểm  thì  có đạo hàm tại điểm đó.

Phản ví dụ

Lấy hàm  ta có  nên hàm số  liên tục trên .

Nhưng ta có 

Nên hàm số không có đạo hàm tại .

Vậy mệnh đề (2) là mệnh đề sai.

(3) Nếu  gián đoạn tại  thì chắc chắn  không có đạo hàm tại điểm đó.

Vì (1) là mệnh đề đúng nên ta có  không liên tục tại  thì  có đạo hàm tại điểm đó.

Vậy (3) là mệnh đề đúng.

**Câu 16.** Xét hai câu sau:

(1) Hàm số  liên tục tại 

(2) Hàm số  có đạo hàm tại 

Trong hai câu trên:

**A.** Chỉ có (2) đúng. **B.** Chỉ có (1) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B**

Ta có : . Vậy hàm số  liên tục tại 

Ta có : (với )

Do đó : 

Vì giới hạn hai bên khác nhau nên không tồn tại giới hạn của  khi .

Vậy hàm số  không có đạo hàm tại 

**Câu 17.** Cho hàm số . Xét hai câu sau:

(1). Hàm số trên có đạo hàm tại .

(2). Hàm số trên liên tục tại .

Trong hai câu trên:

**A.** Chỉ có (1) đúng. **B.** Chỉ có (2) đúng. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

Ta có

+) .

+) .

+) .

. Vậy hàm số liên tục tại .

Mặt khác:

+) .

+) .

. Vậy hàm số không có đạo hàm tại .

**Câu 18.** Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại .

 **A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D**

Ta có:; 

Hàm có đạo hàm tại  thì hàm liên tục tại   (1)



(Do)

Hàm có đạo hàm tại .

**Câu 19.** Cho hàm số . Với giá trị nào sau đây của *a, b* thì hàm số có đạo hàm tại ?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

Hàm số liên tục tại  nên Ta có 

Hàm số có đạo hàm tại  nên giới hạn 2 bên của  bằng nhau và Ta có





Vậy 

**Câu20 .**  tại .

 **A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

Ta có: 

Vậy .

**Câu 21. ** tại 

 **A. 1 B. 2 C. 3 D. 5**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A**

Ta có 

 nên hàm số liên tục tại 

 và



Vậy .

**Câu 22. ** tại .

 **A. 2 B. 0 C. 3 D.** đáp án khác

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D**

Ta có hàm số liên tục tại  và



Nên 



Do đó 

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm .

**Nhận xét:** Hàm số  có đạo hàm tại  thì phải liên tục tại điểm đó.

**Câu 23.** Tìm a,b để hàm số có đạo hàm trên .

 **A.  B.  C.  D. **

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C**

Ta thấy với  thì  luôn có đạo hàm. Do đó hàm số có đạo hàm trên  khi và chỉ khi hàm có đạo hàm tại.

Ta có:  liên tục tại.

 Khi đó: 

.

Vậy  là những giá trị cần tìm.