**MẶT CẦU – KHỐI CẦU**

**Câu 1.** Cho đường tròn  đường kính  và đường thẳng . Để hình tròn xoay sinh bởi  khi quay quanh  là một mặt cầu thì cần có thêm điều kiện nào sau đây:

(I)Đường kính  thuộc .

(II) cố định và đường kính  thuộc .

(III) cố định và hai điểm  cố định trên.

**A**. Chỉ (I). **B**. Chỉ (II).

**C**. Chỉ (III). **D**. Không cần thêm điều kiện nào.

**Câu 2.** Cho mặt cầu  tâm , bán kính  và mặt phẳng  có khoảng cách đến  bằng . Một điểm  tùy ý thuộc . Đường thẳng  cắt  tại . Hình chiếu của  trên  là . Mệnh đề nào sau đây đúng?

*I*

*N*

*M*

*O*

**

**A**.  tiếp xúc với .

**B**. 

**C**. Cả A và B đều sai.

**D**. Cả A và B đều đúng.

**Câu 3.** Cho mặt cầu  và một điểm , biết . Qua  kẻ một tiếp tuyến tiếp xúc với  tại . Khi đó độ dài đoạn  bằng:

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 4.** Cho mặt cầu  và một điểm , biết . Qua  kẻ một cát tuyến cắt  tại  và  sao cho . Khi đó khoảng cách từ  đến  bằng:

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 5.** Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Biết khoảng cách từ  đến  bằng . Khi đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng  với  là một đường tròn có đường kính bằng:

*O*

*H*

*r*

**

**A**. . **B**. .

**C**. . **D**. .

**Câu 6.** Cho mặt cầu tâm  bán kính . Một mặt phẳng cắt mặt cầu và cách tâm  một khoảng bằng . Thế thì bán kính của đường tròn do mặt phẳng cắt mặt cầu tạo nên là:

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 7.** Diện tích hình tròn lớn của một hình cầu là . Một mặt phẳng  cắt hình cầu theo một hình tròn có diện tích là . Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng  bằng:

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 8.** Một hình cầu có bán kính là , một mặt phẳng cắt hình cầu theo một hình tròn có độ dài là . Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng là:

**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 9.** Cho mặt cầu ,  là một điểm ở trên mặt cầu  và  là mặt phẳng qua  sao cho góc giữa  và  bằng 

**

*A*

*r*

**

*H*

*O*

Diện tích của đường tròn giao tuyến bằng:

**A**.  **B**. 

**C**.  **D**. 

**Câu 10.** Cho hình chóp tứ giác đều  có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng . Khi đó mặt cầu nội tiếp hình chóp  có bán kính bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 11.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại  và . Cạnh bên  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Cạnh bên  và vuông góc với đáy . Tính theo  diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  ta được:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 13.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cân tại , . Cạnh bên , hình chiếu của điểm  lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh huyền . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 14.** Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng  và cạnh bên bằng . Gọi  là chiều cao của khối chóp và  là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp. Tỉ số  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 15.** Cho hình chóp tứ giác đều  có cạnh đáy bằng , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 16.** Cho hình chóp  có đáy  là hình thang cân, đáy lớn , . Cạnh bên  và vuông góc với đáy. Gọi  là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp . Tỉ số  nhận giá trị nào sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 17.** Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật với , . Cạnh bên  vuông góc với đáy và góc giữa  với đáy bằng . Gọi  là trung điểm ,  là chiều cao của khối chóp  và  là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp . Biểu thức liên hệ giữa  và  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 18.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh bằng . Đường thẳng  vuông góc với đáy . Gọi  là trung điểm , mặt phẳng  đi qua hai điểm  và  đồng thời song song với  cắt ,  lần lượt tại . Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm  nhận giá trị nào sau đây?

**A.**  **B.** . **C.**  **D.** 

**Câu 19.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Đường thẳng  vuông góc đáy  Gọi  là hình chiếu của  trên đường thẳng . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  có giá trị nào sau đây?

**A.**  **B.** . **C.**  **D.** 

**Câu 20.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cân tại  và . Cạnh bên  vuông góc với đáy . Gọi  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên cạnh bên  và . Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 21.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông tâm , . Hình chiếu vuông góc  của đỉnh  trên mặt phẳng đáy  là trung điểm . Đường thẳng  tạo với mặt đáy một góc bằng . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  nhận giá trị nào sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 22.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh , hình chiếu vuông góc của đỉnh  trên mặt phẳng  là trung điểm  của cạnh . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng . Gọi  là trọng tâm tam giác ,  là bán kính mặt cầu có tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng . Đẳng thức nào sau đây sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 23.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Mặt bên  là tam giác vuông tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 24.** Cho hình chóp  có đáy  là một tam giác đều cạnh bằng . Cạnh bên  và vuông góc với đáy . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 25.** Cho tứ diện  có các cạnh  đôi một vuông góc và , , . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 26.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại , . Cạnh bên  vuông góc với đáy . Gọi  là trung điểm của ,  tạo với đáy  một góc  Gọi  lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp . Tỉ số  bằng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 27.** Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi cạnh , góc . Cạnh bên  và vuông góc với đáy .

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  nhận giá trị:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 28.** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông tại  và . Mặt phẳng  vuông góc với đáy, , . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 29.** Cho lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông tại , , góc  bằng . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 30.** Cho lăng trụ đứng  có đáy là tam giác đều cạnh . Mặt phẳng  tạo với mặt đáy góc  và điểm  là trọng tâm tam giác . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  bằng:

**A.**  **B.** . **C.**  **D.** 

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI**

**Câu 1.** **Chọn C**.

**Câu 2.** Vì  là hình chiếu của  trên  nên  mà  nên  là tiếp điểm của  và .

Đường thẳng  cắt  tại  nên  vuông góc với  tại . Suy ra  tiếp xúc với .

Tam giác  vuông tại  nên . **Chọn D**.

**Câu 3.** Vì  tiếp xúc với  tại  nên .

Suy ra  **Chọn D**.

**Câu 4.** Gọi  là hình chiếu của  lên .

Ta có , suy ra  là trung điểm của  nên .

Suy ra  **Chọn B**.

**Câu 5.** Gọi  là hình chiếu của  xuống .

Ta có  nên  cắt  theo đường tròn .

Bán kính đường tròn  là 

Suy ra đường kính bằng **Chọn B**.

**Câu 6.** Mặt phẳng cắt mặt cầu  theo một đường tròn .

Vậy . **Chọn C**.

**Câu 7.** Hình tròn lớn của hình cầu  là hình tròn tạo bởi mặt phẳng cắt hình cầu và đi qua tâm của hình cầu. Gọi  là bán kính hình cầu thì hình tròn lớn cũng có bán kính là .

Theo giả thiết, ta có  và 

Suy ra . **Chọn D**.

**Câu 8.** Gọi khoảng cách từ tâm cầu đến mặt phẳng là , ta có .

Theo giả thiết  và .

Vậy . **Chọn A**.

**Câu 9.** Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên  thì

●  là tâm của đường tròn giao tuyến của  và .

● 

Bán kính của đường tròn giao tuyến: .

Suy ra diện tích đường tròn giao tuyến:  **Chọn C**.

**Câu 10.**

Gọi  là tâm của hình vuông .

Ta có  là trục đường tròn ngoại tiếp đáy.

Gọi  là trung điểm của  và  là chân đường phân giác trong của góc .

Suy ra  là tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp, bán kính .

Ta có 

Dựa vào tính chất của đường phân giác ta có:

 **Chọn B**.

**Câu 11.** Gọi  là trung điểm , suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

*S*

*A*

*B*

*C*

*M*

*I*

Gọi  là trung điểm , suy ra

 nên .

Do đó  là trục của , suy ra

 

Hơn nữa, tam giác  vuông tại  có  là trung điểm  nên . 

Từ  và , ta có 

hay  là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

Vậy bán kính . **Chọn C.**

*I*

*O*

*B*

*D*

*C*

*A*

*S*

**Câu 12.** Gọi , suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông .

Gọi  là trung điểm , suy ra



Do đó  là trục của hình vuông , suy ra



Tam giác  vuông tại  có  là trung điểm cạnh huyền  nên . 

Từ  và , ta có: 

Vậy diện tích mặt cầu  (đvdt). **Chọn B.**

**Câu 13.** Gọi  là trung điểm , suy ra 

Tam giác  có  là đường cao và cũng là trung tuyến nên tam giác  cân tại .

Ta có , suy ra tam giác  đều.

*M*

*C*

*A*

*S*

*G*

*B*

Gọi  là trọng tâm , suy ra . 

Tam giác  vuông tại , có  là trung điểm cạnh huyền  nên  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Lại có  nên  là trục của tam giác .

Mà  thuộc  nên suy ra . 

Từ  và , suy ra

 hay  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp .

Bán kính mặt cầu . **Chọn B.**

**Câu 14.** Gọi  là tâm , suy ra  và 

*M*

*I*

*O*

*C*

*B*

*A*

*S*

Trong , ta có 

Trong mặt phẳng , kẻ trung trực  của đoạn  cắt  tại , suy ra

● nên .

● nên .

Do đó  nên  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp .

Gọi  là tung điểm , ta có  nên

 Vậy  **Chọn C.**

*D*

*I*

*O*

*B*

*C*

*A*

*S*

*d*

**Câu 15.** Gọi , suy ra .

Ta có .

Trong , ta có .

Ta có  là trục của hình vuông .

Trong mặt phẳng , kẻ đường trung trực  của đoạn .

Gọi .

Xét  có   đều.

Do đó  cũng là đường trung tuyến của . Suy ra  là trọng tâm .

Bán kính mặt cầu . Suy ra  **Chọn D.**

**Câu 16.** Ta có  hay 

Gọi  là trung điểm .

Ta có  nên  là hình thoi.

Suy ra .

Do đó tam giác  vuông tại . Ta có:

 hay 

Tương tự, ta cũng có  hay 

Ta có  nên khối chóp  nhận trung điểm  của  làm tâm mặt cầu ngoại tiếp, bán kính . Suy ra  **Chọn D.**

**Câu 17.** Ta có .

Trong , ta có 

Ta có .

Lại có . Do đó hai điểm  cùng nhìn đoạn  dưới một góc vuông nên hình chóp  nội tiếp mặt cầu tâm  là trung điểm , bán kính

 **Chọn A.**

**Câu 18.** Mặt phẳng  song song với  cắt ,  lần lượt tại  nên .

*I*

*O*

*M*

*E*

*B*

*D*

*C*

*A*

*S*

*F*

 cân tại , trung tuyến  nên . 

Ta có .

Do đó .

Từ  và , suy ra . 

Lại có .

Từ  và , suy ra . Tương tự ta cũng có 

Do đó  nên năm điểm  cùng thuộc mặt cầu tâm  là trung điểm của , bán kính . **Chọn C.**

**Câu 19.** Gọi .

*O*

*S*

*A*

*C*

*D*

*B*

*H*

Vì  là hình vuông nên .

Ta có .

Lại có .

Suy ra  nên tam giác  vuông tại  và có  là trung điểm cạnh huyền  nên suy ra .

Từ  và , suy ra

 **Chọn C.**

**Câu 20.** Theo giả thiết, ta có

 và . 

Do  

Từ  và , suy ra ba điểm  cùng nhìn xuống  dưới một góc  nên hình chóp  nội tiếp mặt cầu tâm  là trung điểm , bán kính .

Vậy thể tích khối cầu  (đvtt). **Chọn A.**

**Câu 21.** Ta có .

Trong tam giác vuông , có

 và 

Trong tam giác vuông , có



Xét tam giác , ta có .

Suy ra tam giác  vuông tại .

Vậy các đỉnh  cùng nhìn xuống  dưới một góc vuông nên tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  là , bán kính . **Chọn C.**

**Câu 22.** Ta có .

Tam giác  đều cạnh  nên .

Trong tam giác vuông , ta có .

Vì mặt cầu có tâm  và tiếp xúc với  nên bán kính mặt cầu 

Ta có 

Gọi  lần lượt là trung điểm  và .

Suy ra  và .

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên , suy ra . 

Ta có  

Từ  và , suy ra  nên .

Trong tam giác vuông , ta có .

Vậy . **Chọn D.**

**Câu 23.** Gọi 

Suy ra  

Gọi  là trung điểm , do tam giác  vuông tại  nên .

Gọi  là hình chiếu của  trên .

Từ giả thiết suy ra 

Ta có nên  là trục của tam giác , suy ra  

Từ  và , ta có 

Vậy  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp , bán kính .

Suy ra  (đvtt). **Chọn A.**

**Câu 24.** Gọi  là trọng tâm , suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp .

Từ  dựng tia  (như hình vẽ).

Suy ra  là trục của tam giác .

Trong mặt phẳng ,

kẻ trung trực  của đoạn thẳng .

Gọi 

.

Suy ra  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp .

Ta có ;

.

Trong tam giác vuông , ta có  **Chọn C.**

**Câu 25.** Gọi  là trung điểm ,

suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp 

Kẻ  (như hình vẽ).

Suy ra  là trục của .

Trong mặt phẳng , kẻ trung trực  của đoạn thẳng  cắt  tại .

Khi đó  chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

Bán kính mặt cầu: **Chọn D.**

**Câu 26.** Ta có .

*x*

*J*

*I*

*d*

*C*

*B*

*A*

*S*

Tam giác  vuông cân tại , suy ra .

Trong , ta có .

Kẻ  (như hình vẽ).

Suy ra  là trục của .

Trong mặt phẳng , kẻ trung trực  của đoạn thẳng  cắt  tại . Khi đó  chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Bán kính:  nên  **Chọn B.**

**Câu 27.** Gọi  là trọng tâm tam giác đều . Kẻ , suy ra  là trục của .

Trong mặt phẳng , kẻ trung trực  của đoạn  cắt  tại .

*G*

*S*

*A*

*B*

*C*

*D*

*I*

*E*

*M*

*x*

*d*

Khi đó  chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

Ta có ;



Suy ra bán kính:

 **Chọn A.**

**Câu 28.** Gọi  là trung điểm , suy ra  và .

Do đó  là trục của tam giác .

Trong mặt phẳng , kẻ đường trung trực  của đoạn  cắt  tại . Khi đó  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp , bán kính 

*S*

*A*

*B*

*C*

*M*

*I*

*P*

Ta có 

Trong tam giác vuông , ta có

.

Ta có , suy ra



**Chọn C**.

**Câu 29.** Ta có .

Trong , ta có

 

Trong , ta có



Gọi  là trung điểm ,

suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp .

Gọi  là trung điểm ,

suy ra .

Do đó  là trục của , suy ra 

Hơn nữa, tam giác  vuông tại  có  là trung điểm  nên . 

Từ  và , ta có  hay  là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  với bán kính . **Chọn B.**

*P*

*B'*

*G'*

*C'*

*A'*

*C*

*B*

*A*

*G*

*I*

**Câu 30.** Gọi  là trung điểm , ta có

.

Trong , có ;

.

Gọi  là trọng tâm tam giác đều , suy ra  cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp 

Vì lặng trụ đứng nên .

Do đó  là trục của tam giác .

Trong mặt phẳng , kẻ trung trực  của đoạn thẳng  cắt  tại . Khi đó  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp , bán kính 

Ta có 

. **Chọn D.**