SỞ GD VÀ ĐT QUẢNG NINH **KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 12 NĂM HỌC 2017-2018**

MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 180 phút)

Họ và tên thí sinh:...SBD:..................... **BẢNG A**

Bài 1: **(3 điểm)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (H), điểm $A(-4;-1)$ và đường thẳng $(d): y=-x+m$ (với m là tham số). Gọi B, C là giao điểm của (d) và (H). Chứng minh rằng tam giác ABC cân tại A với mọi m. Tìm các giá trị của m để tam giác ABC đều.

Bài 2: **(3 điểm)**

1) Cho tam giác ABC có đường trung tuyến CM vuông góc với đường phân giác trong AD, biết $CM=\dfrac{1}{2}AD$, chứng minh $\cos A=\dfrac{4}{5}$.

2) Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(5x^2+12x+6)\sqrt{2000x+2001}+\sqrt[3]{2017x+2018}}{x+1}$.

Bài 3: **(3 điểm).** Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2017^{x-y-2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{y^2+4y+5}-y-2\right)=1 \\ 2\sqrt{y^2+4y+9}=2\sqrt{x-1}+x^2 \end{cases}$.

Bài 4: **(3 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A ($AB>AC$). Trên cạnh AB lấy điểm I sao cho $AI=AC$. Đường tròn đường kính IB cắt BC tại $M\left(\dfrac{60}{17};\dfrac{15}{17}\right)$ (điểm M khác B) và cắt CI kéo dài tại điểm $N(4;-1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết điểm A thuộc đường thẳng d có phương trình $2017x+2018y=0$.

Bài 5: **(4 điểm).** Trong mặt phẳng (P) cho nửa đường tròn đường kính $AB=2a$, C là một điểm di động trên nửa đường tròn đó (điểm C không trùng với A và B)Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại A lấy điểm S sao cho $SA=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.Gọi D,E lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC.

1) Khi $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$,hãy tính thể tích khối đa diện $ABCDE$ theo a.

2) Giả sử DE cắt BC tại M , đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (SBC) tại D cắt mặt phẳng (P) tại N .Chứng tỏ A,M,N thẳng hàng. Tính côsin của góc $\widehat{BAC}$ để đoạn thẳng MN có độ dài ngắn nhất.

Bài 6: **(2 điểm).** Cho hai số thực x,y khác 0 thỏa mãn $2(x^4+y^4)=x^4+y^4$. Tìm các giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{x^2}{y^2+1}+\frac{y^2}{x^2+1}+\frac{1}{\sqrt{x^4+y^4+1}}.$$

LỜI GIẢI ĐƯỢC THỰC HIỆN BỞI CÁC GIÁO VIÊN
NHÓM THBTN – TÀI LIỆU TOÁN THPT

ĐỖ ĐƯỜNG HIẾU **ĐẶNG MẠNH HÙNG**
NÔNG HƯNG **NGUYỄN CÔNG PHƯƠNG**
HOÀNG MINH QUÂN **ĐINH VĂN VANG**

Bài 1: **(3 điểm)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (H), điểm $A(-4;-1)$ và đường thẳng $(d): y=-x+m$ (với m là tham số). Gọi B, C là giao điểm của (d) và (H). Chứng minh rằng tam giác ABC cân tại A với mọi m. Tìm các giá trị của m để tam giác ABC đều.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và đường thẳng (d) là:

$$\frac{2x-1}{x+1}=-x+m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=(-x+m)(x+1) \\ x\neq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-(m-3)x-m-1=0 \ (1) \\ x\neq -1 \end{cases}$$

Điều kiện để (d) và (H) cắt nhau tại hai điểm là phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x\neq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-3)^2-4(-m-1)>0 \\ (-1)^2-(m-3).(-1)-m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m+13>0 \\ -3\neq 0 \end{cases} \text{ (luôn đúng).}$$

Hoành độ giao điểm của (d) và (H) là hai nghiệm x_1 và x_2 của phương trình (1), ta có $x_1+x_2=m-3$ và $x_1x_2=-m-1$.

Gọi $B(x_1;-x_1+m)$ và $C(x_2;-x_2+m)$. Tọa độ trung điểm M của cạnh BC là:

$$\begin{cases} x_H=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{m-3}{2} \\ y_H=\dfrac{(-x_1+m)+(-x_2+m)}{2}=\dfrac{m+3}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{m-3}{2};\frac{m+3}{2}\right).$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AH}=\left(\frac{m+5}{2};\frac{m+5}{2}\right)\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{2}}{2}|m+5|.$$

$$\overrightarrow{BC}=(x_2-x_1;-x_2+x_1)\Rightarrow BC=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{2(m^2-2m+13)}.$$

Vì $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=\left(\dfrac{m+5}{2}\right)(x_2-x_1)+\left(\dfrac{m+5}{2}\right)(-x_2+x_1)=0$ nên $AH\perp BC$. Do đó tam giác ABC cân đỉnh A với mọi m.

Điều kiện để tam giác ABC đều là

$$AH=\frac{BC\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}|m+5|=\frac{\sqrt{2(m^2-2m+13)}.\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2m^2-16m+14=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=7 \end{array}\right..$$

Vậy, với $m=1$ hoặc $m=7$ thì tam giác ABC đều.

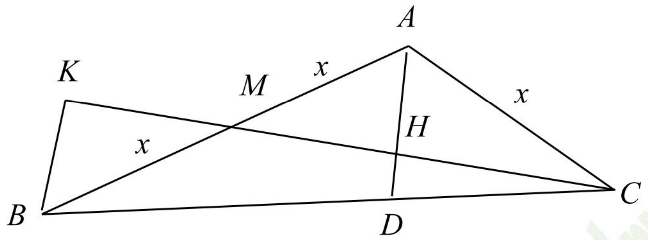
Bài 2: **(5 điểm)**

1) Cho tam giác ABC có đường trung tuyến CM vuông góc với đường phân giác trong AD, biết $CM = \frac{1}{2}AD$, chứng minh $\cos A = \frac{4}{5}$.

2) Tính giới hạn $\lim\limits_{x \to -1} \frac{\left(5x^2+12x+6\right)\sqrt{2000x+2001}+\sqrt[3]{2017x+2018}}{x+1}$.

Lời giải

1) Ta có



Đặt $AC = x$, $AD = 4$. Gọi $H = CM \cap AD$.

Ta có tam giác AMC cân tại A (có đường cao AD đồng thời là đường phân giác)

Suy ra $AM = AC = MB = x$.

Gọi K là hình chiếu của B trên CM.

$BK = AH = \sqrt{x^2-1}$, $CM = \frac{AD}{2} = 2$.

$CH = HM = 1$ (Do H là trung điểm CM).

$CK = 3, BC = \sqrt{BK^2+CK^2} = \sqrt{x^2+8}$, $DH = AD - AH = 4 - \sqrt{x^2-1}$.

$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = 2 \Rightarrow DC = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}\sqrt{x^2+8}$.

$CD^2 = DH^2 + CH^2 \Leftrightarrow \frac{8+x^2}{9} = \left(4-\sqrt{x^2-1}\right)^2 + 1^2$.

$\Leftrightarrow \left(x^2-1\right) - 9\sqrt{x^2-1} + 18 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2-1}=3\\ \sqrt{x^2-1}=6\,(ktm)\end{array}\right.$. Suy ra $x^2 = 10$.

$\cos A = \frac{4x^2+x^2-\left(x^2+8\right)}{2.2x.x} = \frac{4x^2-8}{4x^2} = \frac{4}{5}$.

2) Đặt $f(x) = \left(5x^2+12x+6\right)\sqrt{2000x+2001}+\sqrt[3]{2017x+2018}$.

Ta có hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $x_0 = -1 \in \mathbb{R}$, $f(-1) = 0$

$f'(x) = (10x+12)\sqrt{2000x+2001} + \frac{\left(5x^2+12x+6\right).200}{\sqrt{2000x+2001}} + \frac{2017}{3\sqrt[3]{\left(2017x+2018\right)^2}}$

$f'(-1) = -1998$.

Ta có

$$\lim_{x \to -1} \frac{\left(5x^2+12x+6\right)\sqrt{2000x+2001}+\sqrt[3]{2017x+2018}}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = f'(-1) = -1998.$$

Bài 3: **(3 điểm).** Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2017^{x-y-2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{y^2+4y+5}-y-2\right)=1 \\ 2\sqrt{y^2+4y+9} = 2\sqrt{x-1}+x^2 \end{cases}$

Lời giải

ĐK: $x \geq 1$.

Ta có

$2017^{x-y-2}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\left(\sqrt{y^2+4y+5}-y-2\right)=1$

$\Leftrightarrow 2017^{x}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=2017^{y+2}\left(\sqrt{(y+2)^2+1}+y+2\right)$ (*)

Nhận xét: $\sqrt{x^2+1}>|x|\Rightarrow \sqrt{x^2+1}+x>0,\forall x$.

Xét hàm số $f(t)=2017^{t}\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)$ trên $\mathbb{R}$.

Có $f'(t)=2017^{t}\ln 2017\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)+2017^{t}\left(\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}+1\right)$

$=2017^{t}\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)\left(\ln 2017+\dfrac{1}{\sqrt{t^2+1}}\right)>0,\forall t\in(0;+\infty)$.

Do đó phương trình $(*)$: $f(x)=f(y+2)\Leftrightarrow x=y+2$. Thay vào phương trình

$2\sqrt{y^2+4y+9}=2\sqrt{x-1}+x^2$ ta được:

$2\sqrt{x^2+5}=2\sqrt{x-1}+x^2$

$\Leftrightarrow x^2-4+2\left(\sqrt{x-1}-1\right)-2\left(\sqrt{x^2+5}-3\right)=0\Leftrightarrow (x-2)(x+2)+\dfrac{2(x-2)}{\sqrt{x-1}+1}-\dfrac{2(x-2)(x+2)}{\sqrt{x^2+5}+3}=0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left(x+2+\dfrac{2}{\sqrt{x-1}+1}-\dfrac{2(x+2)}{\sqrt{x^2+5}+3}\right)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[(x+2)\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{x^2+5}+3}\right)+\dfrac{2}{\sqrt{x-1}+1}\right]=0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[\dfrac{(x+2)\left(\sqrt{x^2+5}+1\right)}{\sqrt{x^2+5}+3}+\dfrac{2}{\sqrt{x-1}+1}\right]=0$

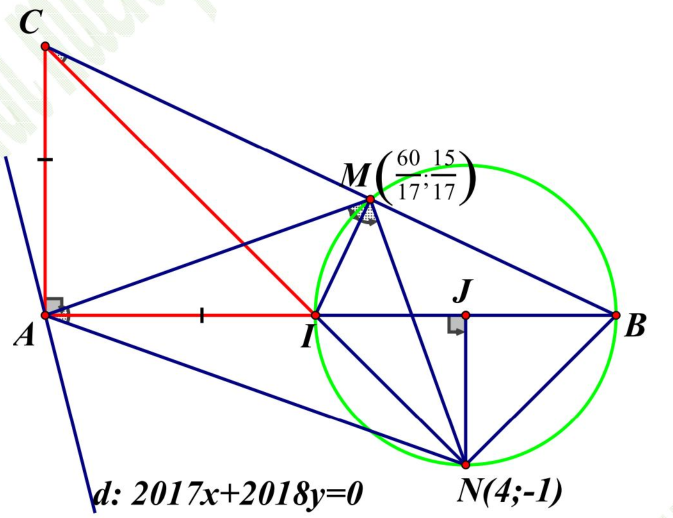
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ \dfrac{(x+2)\left(\sqrt{x^2+5}+1\right)}{\sqrt{x^2+5}+3}+\dfrac{2}{\sqrt{x-1}+1}=0 \quad \left(\textit{Vô nghiệm do } x\ge 1\right)\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=4$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(2;4)$.

Bài 4: **(3 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A ($AB>AC$). Trên cạnh AB lấy điểm I sao cho $AI=AC$. Đường tròn đường kính IB cắt BC tại $M\left(\dfrac{60}{17};\dfrac{15}{17}\right)$ (điểm M khác B) và cắt CI kéo dài tại điểm $N(4;-1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết điểm A thuộc đường thẳng d có phương trình $2017x+2018y=0$.

Lời giải



+) $\angle CAB = \angle CNB = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $ANBC$ nội tiếp $\Rightarrow \angle NCB = \angle NAB$ (1)

+) $\angle CAB = \angle CMI = 90^\circ$ (vì $\angle IMB$ chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow$ Tứ giác $AIMC$ nội tiếp

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle ICM = \angle IAM & (2) \\ \angle ICA = \angle IMA = 45^\circ & (3) \end{cases}$$

+) Từ (3) và $\angle IMN = 45^\circ$ suy ra: $\angle AMN = 90^\circ$. Từ đó, đường thẳng MA qua $M\left(\frac{60}{17};\frac{15}{17}\right)$ và nhận $\overrightarrow{MN}\left(\frac{8}{17};-\frac{32}{17}\right)$ là vectơ pháp tuyến, có phương trình: $x-4y=0$. Suy ra, MA cắt d tại điểm $A(0;0)$. Đường thẳng AN qua $A(0;0)$ và $N(4;-1)$ nên có phương trình $x+4y=0$.

+) Từ (1) và (2) suy ra, AB là đường phân giác trong của tam giác MAN tại đỉnh A. Do đó AC là đường phân giác ngoài của tam giác MAN tại đỉnh A. Phương trình của chúng là:

$$\frac{|x-4y|}{\sqrt{5}} = \frac{|x+4y|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ x=0 \end{array}\right.$$

Do M,N nằm khác phía qua AB nên phương trình $AB: y=0$, phương trình $AC: x=0$.

+) Do $\angle ICA = 45^\circ$ (theo (3)) và $\angle IMN = 45^\circ$ (vì chắn $\frac{1}{4}$ đường tròn) nên MI là đường phân giác trong của tam giác MAN tại đỉnh M. Suy ra BC là đường phân giác ngoài của tam giác này tại M. Phương trình của chúng là:

$$\frac{|4x+y-15|}{\sqrt{5}} = \frac{|x-4y|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+5y-15=0 \\ 5x-3y-15=0 \end{array}\right.$$

(Trong đó MN qua $M\left(\frac{60}{17};\frac{15}{17}\right)$ và $N(4;-1)$ nên có phương trình $4x+y-15=0$)

Do A,N khác phía nhau qua MI nên phương trình MI: $5x-3y-15=0$, phương trình $BC: 3x+5y-15=0$.

+) Từ đó, AB cắt BC tại $B(5;0)$ và AC cắt BC tại $C(0;3)$.

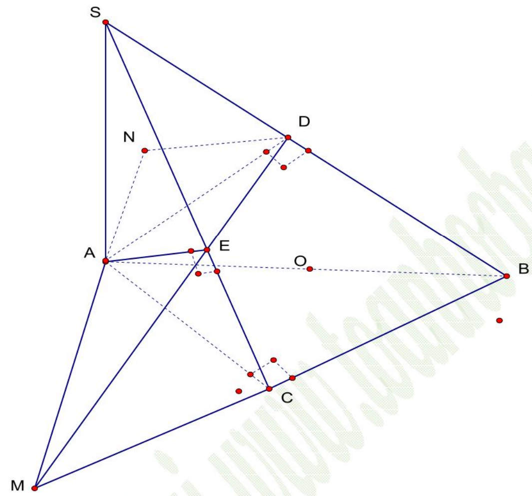
Vậy tọa độ các đỉnh tam giác ABC là $A(0;0)$, $B(5;0)$, $C(0;3)$.

Bài 5: **(4 điểm).** Trong mặt phẳng (P) cho nửa đường tròn đường kính $AB=2a$, C là một điểm di động trên nửa đường tròn đó (điểm C không trùng với A và B)Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại A lấy điểm S sao cho $SA=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$ .Gọi D,E lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC.

a) Khi $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$,hãy tính thể tích khối đa diện $ABCDE$ theo a.

b) Giả sử DE cắt BC tại M , đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (SBC) tại D cắt mặt phẳng (P) tại N .Chứng tỏ A,M,N thẳng hàng. Tính côsin của góc $\widehat{BAC}$ để đoạn thẳng MN có độ dài ngắn nhất.

Lời giải



a) $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow AC=AB.\cos\widehat{BAC}=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$ và $BC=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a$ $SB=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a$, $SC=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a$

Ta có: $SD=\dfrac{SA^2}{SB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a,$ $SE=\dfrac{SA^2}{SC}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$

$\dfrac{V_{SADE}}{V_{SABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SD}{SB}.\dfrac{SE}{SC}=\dfrac{1}{8}\Rightarrow V_{ABCDE}=\dfrac{7}{8}V_{SABC}=\dfrac{7\sqrt{6}}{54}a^3$

b) Dễ chứng minh được $AE\perp(SBC)\Rightarrow A,E,D,N,M$ đồng phẳng nên A,M,N thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt (ABC) và (DMN) Nên A,M,N thẳng hàng.

Phân tích: Ý tưởng là phân tích MN theo góc $\widehat{BAC}=\alpha$ Tính MN theo α và mội cạnh khác.

Đặt $\widehat{BAC}=\alpha$ Ta có $\dfrac{MA}{MN}=\dfrac{ME}{MD}$ Sử dụng định lý Menelaus cho tam giác SED và 3 điểm M,C,B Ta có $\dfrac{ME}{MD}.\dfrac{BD}{BS}.\dfrac{CS}{CE}=1$,

Mặt khác ta có $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$; $BD=\dfrac{BA^2}{BS}=\sqrt{3}$ $\Rightarrow\dfrac{BD}{BS}=\dfrac{3}{4}$

$AC=2a\cos\alpha;$

$SC=\sqrt{SC^2+AC^2}=\sqrt{\dfrac{4}{3}a^2+4a^2\cos^2\alpha}$,

$$CE=\frac{AC^2}{SC}=\frac{4a^2\cos^2\alpha}{\sqrt{\frac{4}{3}a^2+4a^2\cos^2\alpha}}=\frac{4a\cos^2\alpha}{\sqrt{\frac{4}{3}+4\cos^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow\frac{CS}{CE}=\frac{1+3\cos^2\alpha}{3\cos^2\alpha}$$

Như vậy ta có

$$\frac{ME}{MD}.\frac{3}{4}.\frac{1+3\cos^2\alpha}{3\cos^2\alpha}=1\Leftrightarrow\frac{MA}{MN}=\frac{ME}{MD}=\frac{4\cos^2\alpha}{1+3\cos^2\alpha}\Leftrightarrow MN=\frac{MA\left(1+3\cos^2\alpha\right)}{4\cos^2\alpha}$$

Tính MA theo α

Do $SDCM$ là tứ giác nội tiếp nên $BC.BM=BD.BS\Leftrightarrow BM=\frac{BD.BS}{BC}=\frac{\sqrt{3}a.\frac{4}{\sqrt{3}}a}{2a\sin\alpha}=\frac{2a}{\sin\alpha}$

Áp dụn định lý cosin trong tam giác AMB ta có

$$AM^2=AB^2+BM^2-2AB.BM.\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=4a^2+\frac{4a^2}{\sin^2\alpha}-2\frac{4a^2}{\sin\alpha}\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)$$

$$=\frac{4a^2}{\sin^2\alpha}-4a^2=4a^2\left(\frac{1}{\sin^2\alpha}-1\right)=4a^2.\cot^2\alpha$$

$$AM=2a\cot\alpha\quad(2)$$

Vậy $MN=\frac{MA\left(1+3\cos^2\alpha\right)}{4\cos^2\alpha}=\frac{2a\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\left(1+3\cos^2\alpha\right)}{4\cos^2\alpha}=\frac{a}{2}\frac{1+3\cos^2\alpha}{\sin\alpha.\cos\alpha}=\frac{a}{2}.\frac{5+3\cos2\alpha}{\sin2\alpha}$

Đặt $t=\sin2\alpha$ ta có $MN=\frac{a}{2}.\frac{5+3\sqrt{1-t^2}}{t}$

Đặt $y=\frac{5+3\sqrt{1-t^2}}{t}$ Ta tìm $miny$ $\forall t\in\left[-1:1\right]$,

$$y'=\left[\frac{3t^2}{\sqrt{1-t^2}}-\left(5+3\sqrt{1-t^2}\right)\right]:t^2<0,\forall t\in\left[-1;1\right]$$

t	-1	0	1
y'	-	‖	+
y	-5 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘ 5

Do $MN>0$ $\Rightarrow$ $y>0$ ta xét $t\in\left[0;1\right]$ Vậy Min $MN=\frac{5a}{2}$ *khi* $t=1\Leftrightarrow\sin2\alpha=1\Leftrightarrow\alpha=45^\circ$

Khi đó $\cos\alpha=\cos45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài 6: **(2 điểm).** Cho hai số thực x,y khác 0 thỏa mãn $2\left(x^4+y^4\right)=x^4+y^4$. Tìm các giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{x^2}{y^2+1}+\frac{y^2}{x^2+1}+\frac{1}{\sqrt{x^4+y^4+1}}.$$

Lời giải

Ta có: $x^4y^4=2\left(x^4+y^4\right)\ge\left(x^2+y^2\right)^2\Rightarrow x^2y^2\ge x^2+y^2$

Mà $x^2y^2 \le \left(\dfrac{x^2+y^2}{2}\right)^2$

Suy ra: $x^2+y^2 \ge 4$

Ta có: $\left(x^2+y^2-1\right)^2 = x^4+y^4+1+2x^2y^2-2x^2-2y^2 \ge x^4+y^4+1$

Suy ra: $\sqrt{x^4+y^4+1} \le x^2+y^2-1$

Ta có: $P+2 = \dfrac{x^2}{y^2+1}+1+\dfrac{y^2}{x^2+1}+1+\dfrac{1}{\sqrt{x^4+y^4+1}}$

$=\left(x^2+y^2+1\right)\dfrac{4}{x^2+y^2+1}+\dfrac{1}{x^2+y^2-1}$

Suy ra: $P \ge \dfrac{4t+4}{t+2}+\dfrac{1}{t-1}-2, t = x^2+y^2 \ge 4$ ta có: $P \ge f\left(t\right) = \dfrac{4t+4}{t+2}+\dfrac{1}{t-1}-2, t \ge 4$

$f'\left(t\right) = \dfrac{4}{\left(t+2\right)^2}-\dfrac{1}{\left(t-1\right)^2}$

$f'\left(t\right) = 0 \Leftrightarrow 2\left(t-1\right) = t+2 \Leftrightarrow t = 4$

Bảng biến thiên:

t	4		$+\infty$
$f'\left(t\right)$	0	$+$	
$f\left(t\right)$	$\dfrac{5}{3}$		2

$P \ge f\left(t\right) \ge \dfrac{5}{3} \Rightarrow P_{\min} = \dfrac{5}{3}$ khi $x = y = \sqrt{2}.$

Cảm ơn quý thầy cô và các em học sinh đã đọc.