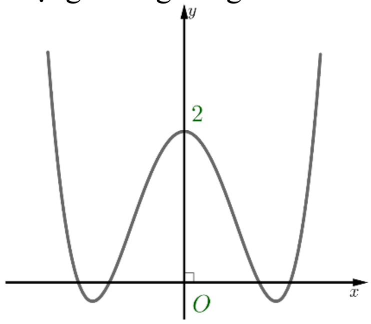
Đề 1 Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 BÀI THI: TOÁN *Thời gian: 90 phút*

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ



A. $y=-x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+3x^2+2$. **C.** $y=x^4-3x^2+2$ **D.** $y=x^3-2x^2-2$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ công bội $q=4$. Giá trị của u_3 bằng.

A. 32. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 3: Một tổ có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ để đi tập văn nghệ.

A. A_{11}^2. **B.** 30. **C.** C_{11}^2. **D.** 11.

Câu 4: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+4x$ là

A. $2^x\ln 2+2x^2+C$. **B.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+2x^2+C$. **C.** $2^x\ln 2+C$. **D.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 5: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-8)=2$ là

A. $x=-4$. **B.** $x=12$. **C.** $x=4$. **D.** $x=-\dfrac{4}{3}$.

Câu 7: Cho khối trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng 2. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $8p$. **B.** $8\sqrt{3}p$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}p$. **D.** $24p$.

Câu 8: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$, $B(3;-4;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;5;-3)$. **B.** $(2;5;3)$. **C.** $(2;-5;3)$. **D.** $(2;5;-3)$.

Câu 10: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là:

A. $y=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 11: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 12: Với a là số thực dương khác 1, $\log_{a^2}\left(a\sqrt{a}\right)$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 5. **D.** -3.

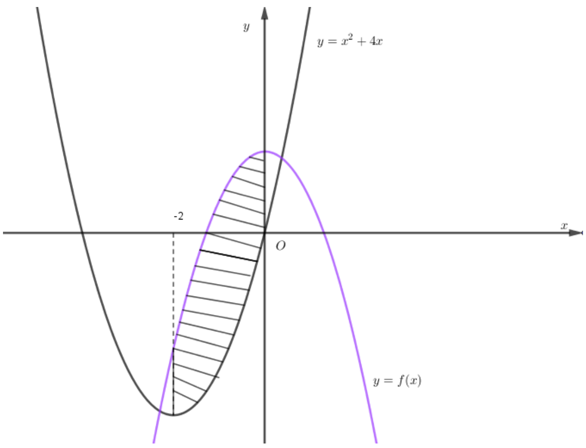
Câu 15: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $F(1)=1$. Giá trị của $F(3)$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 16: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(2x^2-x+1\right)$ là

A. $\dfrac{2x-1}{\left(2x^2-x+1\right)\ln 3}$. **B.** $\dfrac{4x-1}{\left(2x^2-x+1\right)\ln 3}$. **C.** $\dfrac{(4x-1)\ln 3}{\left(2x^2-x+1\right)}$. **D.** $\dfrac{4x-1}{\left(2x^2-x+1\right)}$.

Câu 17: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=x^2+4x$ và hai đường thẳng $x=-2$; $x=0$.



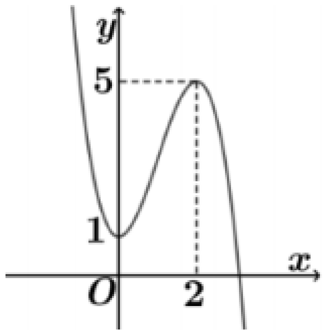
Biết $\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4}{3}$. Diện tích hình (H) là

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;5;-2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(2;2;-1)$. **B.** $(2;6;-2)$. **C.** $(4;4;-2)$. **D.** $(1;3;-1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt là



A. Vô số. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x}\ge 64$ là

A. $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[-1;3]$.

Câu 21: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** πa^2. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;0]$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{-1}{2}$. **D.** 0.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	‖	$+$	
y	3 ↗		$+\infty$ ‖ 4	↘	-5	↗	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

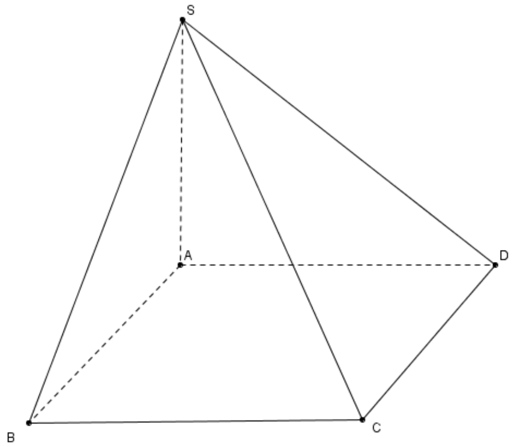
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x+2)+\log_3(x-2)=\log_3 5$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.



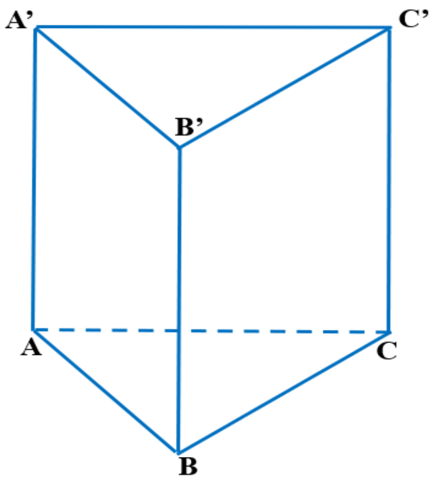
Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2$. Số điểm cực trị của hàm số bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 27: Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x}\left(1 + \dfrac{x}{\cos^2 x}\right)$ với $x \in (0;+\infty) \backslash \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ là

A. $-\dfrac{1}{x^2} + \tan x + C$. **B.** $\ln x + \tan x + C$. **C.** $-\dfrac{1}{x^2} - \tan x + C$. **D.** $\ln x - \tan x + C$.

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$, $AA' = 2a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2;-3;1)$ và $\vec{b} = (1;0;1)$. Côsin góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$. **C.** $-\dfrac{3}{2\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{3}{2\sqrt{7}}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	5	↘	-4	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-11=0$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn OA. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{22}a}{44}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{22}a}{11}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{22}a}{11}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{22}a}{44}$.

Câu 32: Cho phương trình $16^{x^2}-2.4^{x^2+1}+10=m$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực phân biệt là

A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;4;-3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=29$.

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=16$.

Câu 34: Giả sử n là một số nguyên dương thỏa mãn $3C_n^2-C_n^3=24$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $\left(x^2\sqrt{x}-\dfrac{2}{x}\right)^n$ với $x>0$.

A. $672x^{12}$. **B.** $-672x^{12}$. **C.** 672. **D.** -672.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)>0$ và có đạo hàm liên tục trên □, thỏa mãn $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0)=\left(\dfrac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}(4\ln 2-\ln 5)^2$. **B.** $4(4\ln 2-\ln 5)^2$. **C.** $\dfrac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$. **D.** $2(4\ln 2-\ln 5)^2$.

Câu 36: Cho hàm số $y=x^3+(m-2)x^2+(m-2)x+1$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, BC=2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC. Góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(1;-2;5)$. Phương trình của mặt cầu đi qua 2 điểm A, B và có tâm thuộc trục Oy là

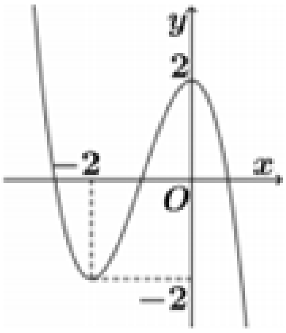
A. $x^2+y^2+z^2+4y-22=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+4y-26=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4y-22=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4y-26=0$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1)=\mathrm{e}^2$ và $f'(x)=\dfrac{2x-1}{x^2}\mathrm{e}^{2x}, \forall x\neq 0$. Khi đó $\int\limits_1^{\ln 3} xf(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $6-\mathrm{e}^2$. **B.** $\dfrac{6-\mathrm{e}^2}{2}$. **C.** $9-\mathrm{e}^2$. **D.** $\dfrac{9-\mathrm{e}^2}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=f(-x^2+x)$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 41: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $2\leq x\leq 2022$ và $2^y-\log_2(x+2^{y-1})=2x-y$?

A. 2022. **B.** 9. **C.** 2020. **D.** 10.

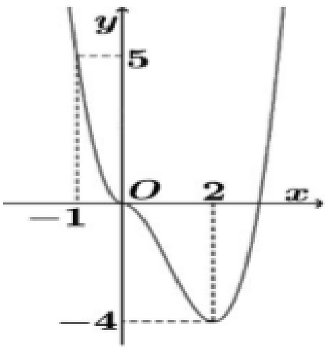
Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1)=5, f(-3)=0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $3f(2-x)+\sqrt{x^2+4}-x=m$ có nghiệm trong khoảng $(3;5)$ là

A. 16. **B.** 17. **C.** 0. **D.** 15.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $f(-1)=1$, $f\left(-\dfrac{1}{e}\right)=2$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Bất phương trình $f(x)<\ln(-x)+x^2+m$ có nghiệm đúng với mọi $x\in\left(-1;-\dfrac{1}{e}\right)$ khi và chỉ khi

A. $m > 0$. **B.** $m > 3-\frac{1}{e^2}$. **C.** $m \geq 3-\frac{1}{e^2}$. **D.** $m \geq 0$.

Câu 44: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ và thỏa mãn $f\left(x^2+1\right)+\dfrac{f\left(\sqrt{x}\right)}{4x\sqrt{x}}=\dfrac{2x+1}{2x}.\ln\left(x+1\right)$. Biết $\int_1^{17} f\left(x\right)\mathrm{d}x = a\ln 5-2\ln b+c$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Giá trị của $a+b+2c$ bằng

A. $\frac{29}{2}$. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 37.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là trung điểm của cạnh AB. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC bằng

A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

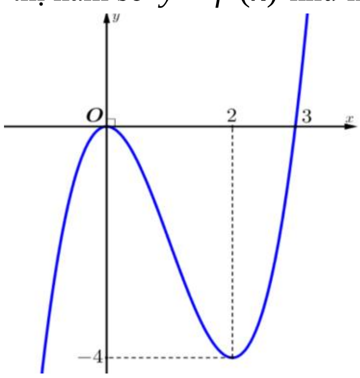
Câu 46: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$. Biết $f\left(1\right)=2$ và $\int_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x=\int_1^4 \dfrac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f\left(2-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x=4$. Giá trị của $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 47: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông SAB có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa trục SO và mặt phẳng $\left(SAB\right)$ bằng $30°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $4\sqrt{10}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{10}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{10}\pi a^2$. **D.** $8\sqrt{10}\pi a^2$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(e^x-2\right)-2022$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(SCD\right)$ bằng φ, với $\cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 50: Cho đa giác đều $\left(H\right)$ có 30 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của $\left(H\right)$. Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù bằng

A. $\frac{39}{140}$.   **B.** $\frac{39}{58}$.   **C.** $\frac{45}{58}$.   **D.** $\frac{39}{280}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.A**	**3.B**	**4.B**	**5.D**	**6.C**	**7.B**	**8.A**	**9.C**	**10.C**
11.B	**12.A**	**13.A**	**14.A**	**15.A**	**16.B**	**17.D**	**18.D**	**19.B**	**20.A**
21.D	**22.C**	**23.C**	**24.C**	**25.B**	**26.B**	**27.B**	**28.A**	**29.A**	**30.B**
31.B	**32.C**	**33.D**	**34.D**	**35.C**	**36.C**	**37.C**	**38.A**	**39.D**	**40.D**
41.D	**42.D**	**43.C**	**44.C**	**45.D**	**46.D**	**47.B**	**48.A**	**49.A**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **Chọn C**

Đồ thị đã cho là đồ thị của dạng hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$ nên phương án đúng là **C.**

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow$ phương án A và phương án C là sai.

Khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty$ $\Rightarrow$ phương án B là sai.

Vậy phương án C đúng.

Câu 2: **Chọn A**

Ta có $u_3 = u_1 q^2 = 2.4^2 = 32$.

Câu 3: **Chọn B**

+) Có 6 cách chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam.

+) Ứng với mỗi cách chọn 1 học sinh nam có 5 cách chọn 1 học sinh nữ từ 5 học sinh nữ.

Theo quy tắc nhân có $6.5 = 30$ cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ để đi tập văn nghệ.

Câu 4: **Chọn B**

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \left(2^x + 4x\right)\mathrm{d}x = \dfrac{2^x}{\ln 2} + 2x^2 + C$.

Câu 5: **Chọn D**

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V = B.h = a^2.3a = 3a^3$.

Câu 6: **Chọn C**

Ta có $\log_2(3x - 8) = 2 \Leftrightarrow 3x - 8 = 4 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 4$.

Câu 7: **Chọn B**

Diện tích đáy của khối trụ bán kính R là: $B = pR^2 = p.2^2 = 4p$.

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V = Bh = 4p.2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}p$.

Câu 8: **Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng (- ¥ ;- 1), (1;+ ¥) và nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Suy ra A là phương án đúng.

Câu 9: **Chọn C**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-5;3)$.

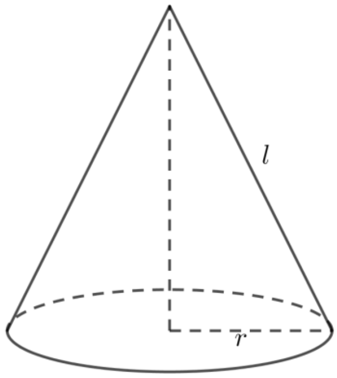
Câu 10: **Chọn C**

Xét hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right)=+\infty$.

Vậy phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là: $x = 1$.

Câu 11: **Chọn B**



Hình nón có độ dài đường sinh $l=3a$, bán kính đáy $r=a$ có diện tích xung quanh là

$S_{xq}=\pi rl=\pi.a.3a=3\pi a^2$.

Câu 12: **Chọn A**

Ta có: $\log_{a^2}\left(a\sqrt{a}\right)=\log_{a^2}\left(a^{\frac{3}{2}}\right)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{2}.\log_a a=\dfrac{3}{4}$.

Câu 13: **Chọn A**

Thể tích của khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}a^2.2a=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 14: **Chọn A**

+) Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

+) $y'=4x^3-4x$.

+) $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;2]\\x=\pm1\in[-1;2]\end{array}\right.$.

+) $y(0)=-3,\ y(-1)=y(1)=-4,\ y(2)=5$.

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} y=-4$ khi $x=\pm1$.

Câu 15: **Chọn A**

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên ta có

$$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=F(3)-F(1)\Leftrightarrow F(3)-1=3\Leftrightarrow F(3)=4.$$

Vậy $F(3)=4$.

Câu 16: **Chọn B**

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}$.

$$y' = \left[\log_3\left(2x^2 - x + 1\right)\right]' = \frac{\left(2x^2 - x + 1\right)'}{\left(2x^2 - x + 1\right)\ln 3} = \frac{4x - 1}{\left(2x^2 - x + 1\right)\ln 3}.$$

Vậy $y' = \dfrac{4x-1}{\left(2x^2 - x + 1\right)\ln 3}$.

Câu 17: Chọn D

Diện tích hình (H) là:

$$S = \int_{-2}^{0}\left[f(x) - \left(x^2 + 4x\right)\right]dx = \int_{-2}^{0} f(x)dx - \int_{-2}^{0}\left(x^2 + 4x\right)dx$$

$$= \frac{4}{3} - \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0} = \frac{4}{3} + \frac{(-2)^3}{3} + 2(-2)^2 = \frac{20}{3}.$$

Vậy diện tích hình (H) là $S = \dfrac{20}{3}$.

Câu 18: Chọn D

Gọi $I(x_I\,; y_I\,; z_I)$ là trung điểm của đoạn AB.

Ta có $\begin{cases} x_I = \dfrac{-1+3}{2} \\ y_I = \dfrac{1+5}{2} \\ z_I = \dfrac{0-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \\ z_I = -1 \end{cases}$.

Vậy $I(1;3;-1)$.

Câu 19: Chọn B

Từ đồ thị ta thấy để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt khi $1 < m < 5$. Vì m nguyên nên $m \in \{2;3;4\}$.

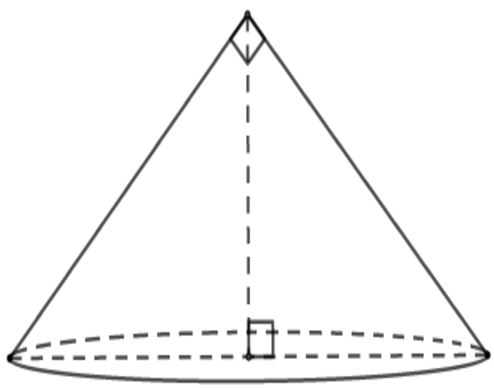
Vậy có 3 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 20: Chọn A

Ta có: $4^{x^2-2x} \geq 64 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $(-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$.

Câu 21: Chọn D



Từ giả thiết suy ra hình nón có bán kính đáy là $r=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; độ dài đường sinh là $l=a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Chọn C

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ liên tục trên đoạn $\left[-1;0\right]$.

Có $y'=\dfrac{-3}{\left(x-1\right)^2}<0$, $\forall x\in\left[-1;0\right]$.

Ta có $y\left(-1\right)=\dfrac{1}{2}$, $y\left(0\right)=-1$. Do đó $\max\limits_{[-1;0]} y=\dfrac{1}{2}$, $\min\limits_{[-1;0]} y=-1$.

Vậy tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $\dfrac{1}{2}.\left(-1\right)=\dfrac{-1}{2}$.

Câu 23: Chọn C

+) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$.

+) $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty \Rightarrow x=-1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} y=3\\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\end{cases}$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=3$.

Vậy số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 24: Chọn C

Điều kiện xác định của phương trình là: $x>2$.

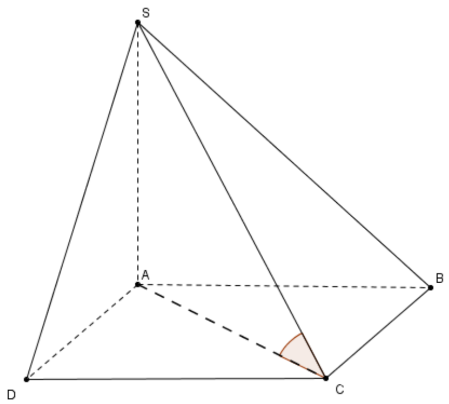
Ta có $\log_3\left(x+2\right)+\log_3\left(x-2\right)=\log_3 5$

$\Leftrightarrow \log_3\left[\left(x+2\right)\left(x-2\right)\right]=\log_3 5 \Leftrightarrow \left(x+2\right)\left(x-2\right)=5$

$\Leftrightarrow x^2-4=5 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3(\text{thỏa mãn})\\ x=-3(\text{loại})\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 25: Chọn B



Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC.

Suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC, chính là góc SCA.

Xét hình vuông $ABCD$ cạnh a có đường chéo $AC = a\sqrt{2}$.

Ta có: $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow SCA = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°.

Câu 26: Chọn B

Cho $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 27: Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{x}\left(1+\dfrac{x}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x = \int\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x = \int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x + \int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \ln x + \tan x + C$.

Câu 28: Chọn A

Trong tam giác vuông ABC: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AA'.AB.BC = 2\sqrt{3}a^3$.

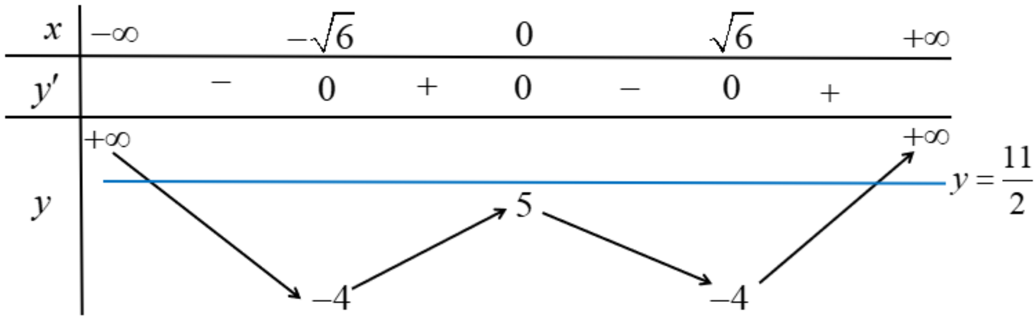
Câu 29: Chọn A

Côsin góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là: $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-1}{\sqrt{14}.\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2\sqrt{7}}$.

Câu 30: Chọn B

Ta có: $2f(x) - 11 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{11}{2}$.

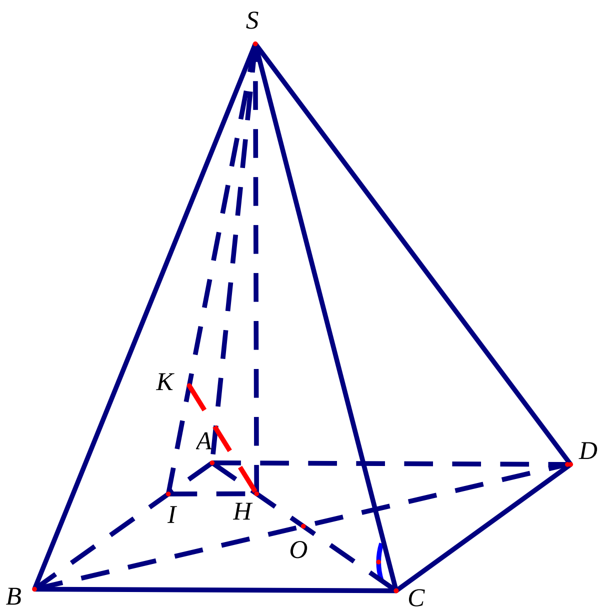
Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 11 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{11}{2}$.



Từ bảng biến thiên ta có đường thẳng $y=\dfrac{11}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f\left(x\right)-11=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 31: Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

Vì $SH\perp\left(ABCD\right)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là góc $SCH=30°$.

$ABCD$ là hình chữ nhật nên $AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow HC=\dfrac{3a\sqrt{3}}{4}$.

$SH=HC.\tan 30°=\dfrac{3a\sqrt{3}}{4}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{3a}{4}$.

Từ H kẻ đường thẳng $HI\perp AB,\ \left(I\in AB\right)\ \left(1\right)$.

Ta có $SH\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow SH\perp AB\ \left(2\right)$.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)\Rightarrow AB\perp\left(SHI\right)$.

Vì H là trung điểm của $OA\Rightarrow HA=\dfrac{1}{4}CA$. Do đó $d\left(C;\left(SAB\right)\right)=4d\left(H;\left(SAB\right)\right)$.

Trong mặt phẳng $\left(SHI\right)$, kẻ $HK\perp SI\ \left(3\right)$.

Vì $AB\perp\left(SHI\right)\Rightarrow AB\perp HK\ \left(4\right)$.

Từ (3) và $(4) \Rightarrow HK \perp (SAB)$, suy ra khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAB) là HK.

Ta lại có: $\dfrac{HI}{BC} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow HI = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Trong tam giác vuông SHI ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK^2 = \frac{\frac{9a^2}{16}\cdot\frac{a^2}{8}}{\frac{9a^2}{16}+\frac{a^2}{8}} = \frac{9a^2}{88} \Rightarrow HK = \frac{3a\sqrt{22}}{44}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là: $d\left(C,(SAB)\right) = 4HK = \dfrac{3a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 32: Chọn C

Xét phương trình: $16^{x^2} - 2.4^{x^2+1} + 10 = m\ (1)$.

Đặt $4^{x^2} = t, (t \ge 1)$ phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 8t + 10 = m\ (2)$.

Phương trình (1) có đúng 2 nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $t > 1$.

+ Xét hàm số $f(t) = t^2 - 8t + 10$, $(t > 1)$.

$f'(t) = 2t - 8$, suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

+ Bảng biến thiên

t	$-\infty$	1		4		$+\infty$
$f'(t)$			$-$	0	$+$	
$f(t)$		3	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $t > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -6 \\ m > 3 \end{array}\right.$.

Mà theo giả thiết m nguyên và $m \in [-10;10]$ nên $m \in \{-6;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của $m \in [-10;10]$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 33: Chọn D

Mặt cầu có tâm $I(2;4;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) nên bán kính của mặt cầu là:

$R = d\left(I,(Oxz)\right) = |y_I| = 4$.

Vậy phương trình mặt cầu cần lập là: $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Câu 34: Chọn D

Ta có: $3C_n^2 - C_n^3 = 24$, điều kiện: $n \geq 3$; $n \in \mathbb{N}$.

$$3C_n^2 - C_n^3 = 24 \Leftrightarrow 3\frac{n(n-1)}{2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 24$$

$$\Leftrightarrow n^3 - 12n^2 + 11n + 144 = 0 \Leftrightarrow (n-9)(n^2 - 3n - 16) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 9 \\ n = \frac{3+\sqrt{73}}{2} \\ n = \frac{3-\sqrt{73}}{2} \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta có $n = 9$ thỏa mãn.

Khi đó khai triển $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^9$ có số hạng tổng quát thứ $k+1$ là:

$T_{k+1} = C_9^k \left(x^2\sqrt{x}\right)^{9-k} . \left(\frac{-2}{x}\right)^k = C_9^k (-2)^k x^{\frac{45}{2} - \frac{7k}{2}}$ (với $k \in \mathbb{N}$, $k \leq 9$).

Từ giả thiết ta có phương trình $\frac{45}{2} - \frac{7k}{2} = 12 \Leftrightarrow 7k = 21 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^9$ bằng $C_9^3(-2)^3 = -672$.

Câu 35: Chọn C

Với $x \in [0;3]$ ta có:

$$(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow \int_0^3 \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = \int_0^3 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) dx \Rightarrow 2\sqrt{f(x)}\Big|_0^3 = \ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|\Bigg|_0^3$$

$$\Rightarrow 2\left(\sqrt{f(3)} - \sqrt{f(0)}\right) = \ln\frac{4}{5} - \ln\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{f(3)} - \sqrt{\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\ln\frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{f(3)} = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{8}{5} + \ln 2\right) = \frac{1}{2}(4\ln 2 - \ln 5) \Rightarrow f(3) = \frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2.$$

Vậy $f(3) = \frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2$.

Câu 36: Chọn C

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+) $y' = 3x^2 + 2(m-2)x + m - 2$.

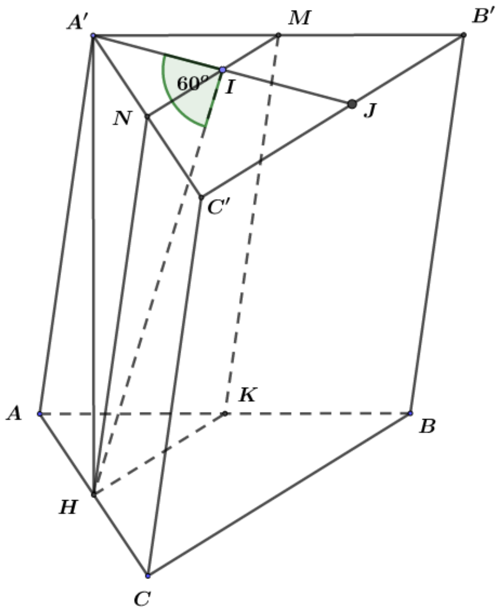
Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ (m-2)^2 - 3(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-2)(m-5) \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 5.$$

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2;3;4;5\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Chọn C



Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'B'$ và $A'C'$.

Dễ thấy $(BCC'B') // (HKMN)$ và $(ABC) // (A'B'C')$

$\Rightarrow \left((BCC'B'),(ABC)\right) = \left((HKMN),(A'B'C')\right)$.

Trong mặt phẳng $(A'B'C')$ kẻ $A'J \perp B'C'$ ($J \in B'C'$), $A'J \cap MN = I$.

Ta có $\begin{cases} MN \perp AI \\ MN \perp A'H \end{cases} \Rightarrow MN \perp (A'IH) \Rightarrow MN \perp HI$.

$\begin{cases} (HKMN) \cap (A'B'C') = MN \\ MN \perp HI, MN \perp A'I \\ HI \subset (HKMN), A'I \subset (A'B'C') \end{cases} \Rightarrow \left((HKMN),(A'B'C')\right) = (HI, A'I) = A'IH$ do $\Delta A'IH$ vuông tại A'.

Tam giác $A'B'C'$ có $A'I = \dfrac{1}{2}A'J = \dfrac{1}{2}.\dfrac{A'B'.A'C'}{B'C'} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a.\sqrt{(2a)^2 - a^2}}{2a} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác $A'IH$ có $A'H = A'I.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $V = A'H.S_{\Delta ABC} = \dfrac{3a}{4}.\dfrac{a^2.\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 38: Chọn A

Vì mặt cầu có tâm thuộc trục Oy nên gọi tâm mặt cầu là $I(0;a;0)$ với $a \in \mathbb{R}$.

Ta tính được $\overrightarrow{IA} = (1;2-a;3)$, $\overrightarrow{IB} = (1;-2-a;5)$.

Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow 1^2 + (2-a)^2 + 3^2 = 1^2 + (-2-a)^2 + 5^2$

$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 14 = a^2 + 4a + 30 \Leftrightarrow a = -2$.

Do đó $I(0;-2;0)$.

Lúc đó bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{1^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{26}$.

Ta có mặt cầu đã cho có tâm $I(0;-2;0)$ và có bán kính $R = \sqrt{26}$ nên phương trình mặt cầu là: $x^2 + (y+2)^2 + z^2 = (\sqrt{26})^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0$.

Câu 39: Chọn D

\+ $f'(x) = \dfrac{2x-1}{x^2}\mathrm{e}^{2x} = \dfrac{2}{x}\mathrm{e}^{2x} - \dfrac{1}{x^2}\mathrm{e}^{2x} = \dfrac{1}{x}\left(\mathrm{e}^{2x}\right)' + \left(\dfrac{1}{x}\right)'\mathrm{e}^{2x}$

$\Rightarrow f'(x) = \left(\mathrm{e}^{2x}.\dfrac{1}{x}\right)' \Rightarrow f(x) = \mathrm{e}^{2x}.\dfrac{1}{x} + C$.

\+ Do $f(1) = \mathrm{e}^2$ nên $\mathrm{e}^{2.1}.\dfrac{1}{1} + C = \mathrm{e}^2 \Leftrightarrow C = 0$.

\+ Vậy $f(x) = \mathrm{e}^{2x}.\dfrac{1}{x}$ nên $\displaystyle\int_1^{\ln 3} xf(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^{\ln 3} \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}\Big|_1^{\ln 3} = \frac{9}{2} - \frac{\mathrm{e}^2}{2} = \frac{9-\mathrm{e}^2}{2}$.

Câu 40: Chọn D

Ta có $g'(x) = (-2x+1).f'(-x^2+x)$.

\+ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2x+1=0 \\ f'(-x^2+x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ -x^2+x=-2 \\ -x^2+x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=-1 \\ x=2 \\ x=1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

\+ Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $f'(-x^2+x) > 0 \Leftrightarrow -2 < -x^2 + x < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < 0 \\ 1 < x < 2 \end{array}\right.$.

\+ Ta có bảng xét dấu hàm số $y = g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$-2x+1$		+		+		+	0	−		−		−	
$f'(-x^2+x)$		−	0	+	0	−		−	0	+	0	−	
$g'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ suy ra hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Chú ý: (Cách trắc nghiệm)

+ Nhận xét $g'(x)$ là hàm số đa thức bậc 5 có 5 nghiệm phân biệt vì vậy để xét dấu $g'(x)$ ta chỉ cần xét dấu của $g'(x)$ trên một khoảng bất kì, từ đó suy ra dấu của $g'(x)$ cho các khoảng còn lại.

+ Chẳng hạn xét dấu của $g'(x)$ trên khoảng $(2;+\infty)$: Ta có $g'(3)=-5.f'(-6)>0$ (Vì $f'(-6)<0$) suy ra $g'(x)>0, \forall x>2$.

Từ đó ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ suy ra hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 41: **Chọn D**

Đặt $\log_2\left(x+2^{y-1}\right)=t \Rightarrow x+2^{y-1}=2^t \Leftrightarrow x=2^t-2^{y-1}$.

Phương trình đã cho trở thành: $2^y-t=2\left(2^t-2^{y-1}\right)-y \Leftrightarrow 2.2^y+y=2.2^t+t$.

Xét hàm số $f(x)=2.2^x+x$ có $f'(x)=2.2^x\ln 2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó phương trình $2.2^y+y=2.2^t+t \Leftrightarrow f(y)=f(t) \Leftrightarrow y=t$.

Suy ra phương trình $\log_2\left(x+2^{y-1}\right)=y \Leftrightarrow x+2^{y-1}=2^y \Leftrightarrow x=2^{y-1}$.

Theo bài ra $2\le x\le 2022 \Rightarrow 2\le 2^{y-1}\le 2022 \Leftrightarrow 1\le y-1\le \log_2 2022 \Leftrightarrow 2\le y\le \log_2 2022+1$.

Do $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{2;3;4;...;11\}$ có 10 giá trị nguyên của y.

Mà $x=2^{y-1}$ nên với mỗi số nguyên $y\in\{2;3;4;...;11\}$ xác định duy nhất một giá trị nguyên của x.

Vậy có 10 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn bài toán.

Câu 42: **Chọn D**

Xét $g(x)=3f(2-x)+\sqrt{x^2+4}-x$ trên khoảng $(3;5)$.

$$g'(x)=-3f'(2-x)+\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-1.$$

Ta có $3<x<5 \Leftrightarrow -3<2-x<-1$.

Suy ra $f'(2-x)>0,\ \forall x\in(3;5) \Rightarrow -3f'(2-x)<0,\ \forall x\in(3;5)\ (1)$.

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}<1,\ \forall x\in(3;5) \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-1<0,\ \forall x\in(3;5)\ \ (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $g'(x)<0\ \ \forall x\in(3;5)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên khoảng $(3;5)$

x	3	5
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$12+\sqrt{13}$	
		$\sqrt{29}-5$

Từ bảng biến thiên suy ra, để phương trình $3f(2-x)+\sqrt{x^2+4}-x=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(3;5)$ thì $\sqrt{29}-5<m<12+\sqrt{13}$. Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2;3.....;15\}$.

Vậy có 15 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Chọn C

Bất phương trình $f(x)<\ln(-x)+x^2+m \Leftrightarrow f(x)-\ln(-x)-x^2<m$.

Đặt $g(x)=f(x)-\ln(-x)-x^2$.

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in\left(-1;-\frac{1}{e}\right) \Leftrightarrow g(x)<m, \forall x\in\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$.

Xét hàm số $g(x)$ trên $\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$.

Ta có $g'(x)=f'(x)-\frac{1}{x}-2x=f'(x)-\frac{1+2x^2}{x}$.

Với $x\in\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$ ta có $\begin{cases} f'(x)>0 \\ -\frac{1+2x^2}{x}>0 \end{cases} \Rightarrow g'(x)>0, \forall x\in\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$.

$\Rightarrow$ Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$

x	-1	$-\frac{1}{e}$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$		$g\left(-\frac{1}{e}\right)$
	$g(-1)$	

Từ bảng biến thiên ta có $g(x)<m, \forall x\in\left(-1;-\frac{1}{e}\right) \Leftrightarrow m\geq g\left(-\frac{1}{e}\right)$

$\Leftrightarrow m\geq f\left(-\frac{1}{e}\right)-\ln\left(\frac{1}{e}\right)-\left(-\frac{1}{e}\right)^2 \Leftrightarrow m\geq 3-\frac{1}{e^2}$.

Vậy $m\geq 3-\frac{1}{e^2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44: **Chọn C**

Do $f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ nên tồn tại $F\left(x\right)=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$, $\forall x>0$.

Với $x>0$, ta có:

$$f\left(x^2+1\right)+\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{4x\sqrt{x}}=\frac{2x+1}{2x}.\ln\left(x+1\right) \Leftrightarrow 2x.f\left(x^2+1\right)+\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}=\left(2x+1\right).\ln\left(x+1\right).$$

Xét vế trái: $g\left(x\right)=2x.f\left(x^2+1\right)+\dfrac{f\left(\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}} \Rightarrow \int g\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x^2+1\right)+F\left(\sqrt{x}\right)+C_1$.

Xét vế phải: $h\left(x\right)=\left(2x+1\right).\ln\left(x+1\right) \Rightarrow \int h\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(2x+1\right)\ln\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\int \ln\left(x+1\right)\mathrm{d}\left(x^2+x\right)$

$=\left(x^2+x\right)\ln\left(x+1\right)-\int\left(x^2+x\right)\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\left(x^2+x\right)\ln\left(x+1\right)-\int x\mathrm{d}x=\left(x^2+x\right)\ln\left(x+1\right)-\dfrac{x^2}{2}+C_2$.

Suy ra $F\left(x^2+1\right)+F\left(\sqrt{x}\right)=\left(x^2+x\right)\ln\left(x+1\right)-\dfrac{x^2}{2}+C \quad (1)$.

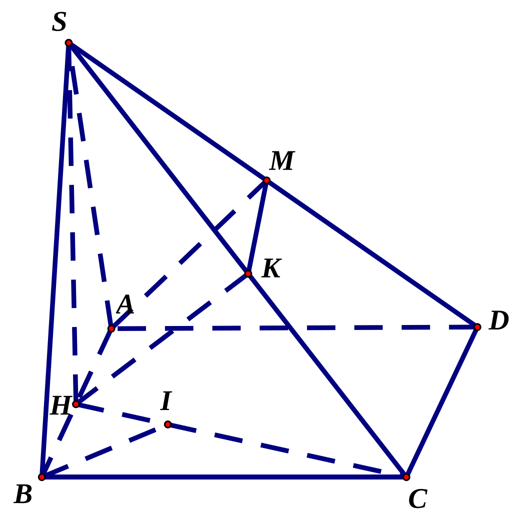
Thay $x=4$ vào (1) ta có: $F\left(17\right)+F\left(2\right)=20\ln 5-8+C$.

Thay $x=1$ vào (1) ta có: $F\left(2\right)+F\left(1\right)=2\ln 2-\dfrac{1}{2}+C$.

Nên $\int\limits_1^{17} f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(17\right)-F\left(1\right)=20\ln 5-2\ln 2-\dfrac{15}{2}$, suy ra $a=20$, $b=2$, $c=-\dfrac{15}{2}$.

Vậy: $a+b+2c=20+2-15=7$. Ta chọn **C.**

Câu 45: **Chọn D**



Gọi K là trung điểm của SC, H là trung điểm của cạnh AB suy ra $MKHA$ là hình bình hành.

$AM\,//\,HK \Rightarrow AM\,//\left(SHK\right) \Rightarrow d\left(AM,SC\right)=d\left(AM,\left(SHC\right)\right)=d\left(A,\left(SHC\right)\right)=d\left(B,\left(SHC\right)\right)$.

Hạ $BI\perp CH$ mà $SH\perp BI \Rightarrow BI\perp\left(SHC\right)$ nên $d\left(AM,SC\right)=BI$.

Xét tam giác BHC vuông tại B có BI là đường cao: $BI=\dfrac{BH.BC}{\sqrt{BH^2+BC^2}}=\dfrac{\frac{a}{2}.a}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SC bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46: Chọn D

Ta có: $4=\int_0^1 x^2 f'(x)dx=\int_0^1 x^2 d(f(x))=\left(x^2 f(x)\right)\Big|_0^1-\int_0^1 2xf(x)dx$

$\Leftrightarrow 4=f(1)-2\int_0^1 xf(x)dx \Leftrightarrow 4=2-2\int_0^1 xf(x)dx \Rightarrow \int_0^1 xf(x)dx=-1$.

Xét $\int_1^4 \frac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f\left(2-\sqrt{x}\right)dx$.

Đặt $t=2-\sqrt{x} \Rightarrow dt=-\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$.

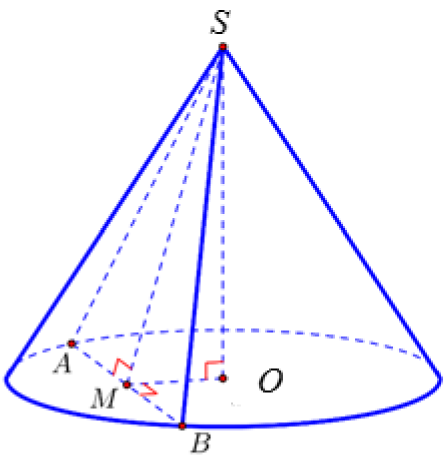
Với $x=1 \Rightarrow t=1$ và $x=4 \Rightarrow t=0$.

Khi đó $4=\int_1^4 \frac{1+3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} f\left(2-\sqrt{x}\right)dx=-\int_1^0 \left[1+3(2-t)\right] f(t)dt$

$\Leftrightarrow 4=\int_0^1 (7-3t) f(t)dt \Leftrightarrow 4=7\int_0^1 f(t)dt-3\int_0^1 tf(t)dt \Leftrightarrow 4=7\int_0^1 f(t)dt-3(-1) \Leftrightarrow \int_0^1 f(t)dt=\frac{1}{7}$.

Vậy $\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{7}$.

Câu 47: Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB, theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông cân tại S, $SM \perp AB$, $OM \perp AB$ và góc giữa SO và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{OSM}=30^\circ$.

*Ta có $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA^2 \Rightarrow l=SA=\sqrt{2S_{\Delta SAB}}=2a\sqrt{2}$; $AB=SA\sqrt{2}=4a$; $SM=\frac{1}{2}AB=2a$.

*Trong tam giác SOM ta có $OM=SM.\sin\widehat{OSM}=2a.\frac{1}{2}=a$.

*Trong tam giác OMB ta có $r=OB=\sqrt{OM^2+MB^2}=\sqrt{OM^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=a\sqrt{5}$.

* Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq}=\pi rl=\pi.OB.SA=\pi.a\sqrt{5}.2a\sqrt{2}=2\sqrt{10}\pi a^2$.

Câu 48: Chọn A

Ta có $g'(x)=e^x.f'\left(e^x-2\right)$.

Hàm số $y=g(x)=f(e^x-2)-2022$ nghịch biến khi $g'(x)\le 0 \Leftrightarrow f'\left(e^x-2\right)\le 0$.

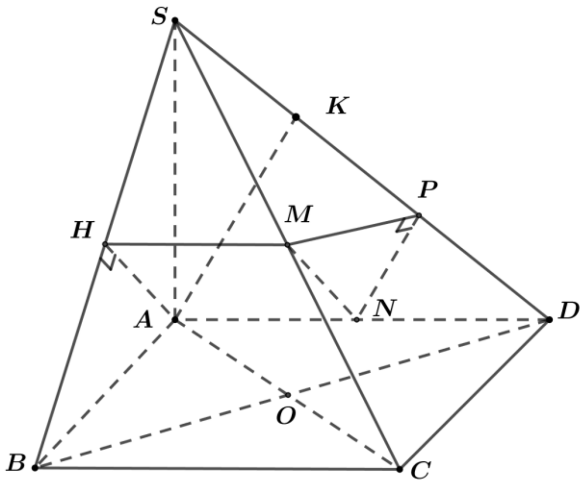
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta thấy:

$f'\left(e^x-2\right)\le 0 \Leftrightarrow e^x-2\le 3 \Leftrightarrow e^x\le 5 \Leftrightarrow x\le \ln 5$.

Do đó hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ln 5)$,

Lại do $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)\subset(-\infty;\ln 5)$, nên hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 49: **Chọn A**



\+ Gọi H là trung điểm SB, vì ΔSAB vuông cân tại $A\Rightarrow AH\perp SB$ (1).

\+ Lại có $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases}\Rightarrow BC\perp (SAB)\Rightarrow BC\perp SB$ (2).

Từ $(1),(2)\Rightarrow AH\perp (SBC)\Rightarrow AH\perp SC$ (3).

\+ Gọi K là hình chiếu của A lên SD, chứng minh tương tự ta có
$AK\perp (SDC)\Rightarrow AK\perp SC$ (4).

\+ Từ $(3),(4)\Rightarrow \left((SBC),(SDC)\right)=\left(AH,AK\right)=\varphi$.

\+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm SC, AD, dễ dàng chứng minh được $AHMN$ là hình bình hành, suy ra $MN//AH$

\+ Kẻ $NP//AK\left(P\in SD\right)$, vì $NP//AK\Rightarrow NP\perp (SCD)\Rightarrow NP\perp MP$.

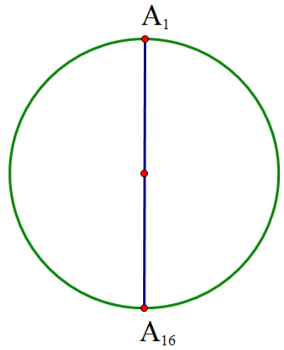
\+ Ta có $\left(AH,AK\right)=\left(MN,NP\right)=MNP=\varphi$ (vì ΔMNP vuông tại P).

\+ Đặt $AD=x$, dễ thấy $AK=\dfrac{SA.AD}{SD}=\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}\Rightarrow NP=\dfrac{ax}{2\sqrt{a^2+x^2}}$.

\+ Xét ΔMNP vuông tại P, ta có $\cos MNP=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{NP}{MN}=\dfrac{\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}}{a\sqrt{2}}\Rightarrow x=a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a.a^2\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: **Chọn B**



Lấy 3 đỉnh từ 30 đỉnh, số cách lấy là C_{30}^3.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố "3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác tù".

Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) có các đỉnh $A_1,\ A_2,\dots A_{30}$.

Tam giác tạo thành là tam giác tù khi có 3 đỉnh cùng thuộc nửa đường tròn.

Tam giác tù có đỉnh là A_1 thì hai đỉnh còn lại nằm cùng một phía so với A_1A_{16}. Vậy tổng cộng có $2.C_{14}^2$ cách chọn tam giác tù có đỉnh là A_1.

Tương tự với các đỉnh còn lại $A_2;A_3;...;A_{30}$ nhưng số tam giác bị đếm hai lần.

Đa giác đều có 30 đỉnh và mỗi tam giác tù có hai góc nhọn nên số tam giác tù là

$$\frac{30.2.C_{14}^2}{2}=30.C_{14}^2.$$

Suy ra số phần tử của biến cố là: $n(A)=30.C_{14}^2$.

Xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{30.C_{14}^2}{C_{30}^3}=\frac{39}{58}$.

Vậy $P(A)=\frac{39}{58}$.

--------------HẾT---------------

Đề 2 Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 BÀI THI: TOÁN *Thời gian: 90 phút*

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 1: Phần thực của số phức $z=i(1-2i)$ là

A. -2 **B.** 1 **C.** 2 **D.** -1

Câu 2: Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=4x^3-6x^2+1$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1;-9)$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;0)$ **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$ **C.** $\vec{n}=(1;2;1)$ **D.** $\vec{n}=(1;-2;1)$

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\log_5(3x+1)=2$ là

A. 1 **B.** 5 **C.** 0 **D.** 2

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

A. $m=-4$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-2$ **D.** $m=-5$.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đay có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{2022}{\sin x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$ **C.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+1}$ **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+2}$

Câu 7: Cho $\log_a x=2, \log_b x=3$ với a,b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. $P=6$. **B.** $P=-\dfrac{1}{6}$. **C.** $P=-6$. **D.** $P=\dfrac{1}{6}$.

Câu 8: Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1, mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2=2R_1$. Tính diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1).

A. 4 **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** 3 **D.** 2

Câu 9: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=1, x=e$.

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** e. **C.** $e-1$ **D.** 1

Câu 10: Cho số phức $z=1+2i$. Tìm môđun của số phức $\bar{z}$.

A. $\sqrt{5}$ **B.** -1 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** 3

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$ x_0 x_1 x_2 $+\infty$
y'	$-$ ‖ $+$ 0 $-$ $+$
y	$+\infty$ $+\infty$ $-\infty$ $-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
B. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.
C. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
D. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 12: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\ln x+1$ tại điểm có hoành độ $x=2$ là

A. 1 **B.** $\ln 2$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{3\ln 2}$

Câu 13: Cho mặt cầu có bán kính $R=3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 9π **B.** 36π **C.** 18π **D.** 16π

Câu 14: Cho cấp số nhân u_n có số hạng đầu $u_1=2$ và $u_4=54$. Công bội q của cấp số cộng đó bằng

A. $q=2$ **B.** $q=27$ **C.** $q=\sqrt[4]{27}$ **D.** $q=3$

Câu 15: Thể tích của một khối lập phương bằng 27. Cạnh của khối lập phương đó là

A. 3 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 27. **D.** 2.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{5}}\sqrt[3]{x}$ với $x>0$.

A. $P=x^{\frac{16}{15}}$ **B.** $P=x^{\frac{3}{5}}$ **C.** $P=x^{\frac{8}{15}}$ **D.** $P=x^{\frac{1}{15}}$

Câu 17: Có bao nhiêu cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

A. A_{15}^4 **B.** 4^{15} **C.** 15^4 **D.** C_{15}^4

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $I(1;2;1)$ **B.** $I(-1;-2;1)$ **C.** $I(-1;-2;-1)$ **D.** $I(1;2;-1)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=x^3-3x^2-2022$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;2;1)$ **B.** $M(3;-2;-1)$ **C.** $M(-3;2;1)$ **D.** $N(1;-1;2)$

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0;2]$, $f(0)=1$ và $\int_0^2 f'(x)dx=-3$. Tính $f(2)$.

A. $f(2)=-4$. **B.** $f(2)=4$. **C.** $f(2)=-2$. **D.** $f(2)=-3$.

Câu 22: Hàm số $y=x^3-12x+3$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-2$ **B.** $x=19$ **C.** $x=-13$ **D.** $x=2$

Câu 23: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

A. $3\sqrt{2}a$. **B.** $3a$ **C.** $a\sqrt{5}$ **D.** $5a$

Câu 24: Tính nguyên hàm $\int\frac{1}{1+x}dx$.

A. $-\frac{1}{(1+x)^2}+C$. **B.** $\ln|1+x|+C$. **C.** $\log|1+x|+C$. **D.** $\ln(1+x)+C$.

Câu 25: Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=1-3i$. Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

A. $1-i$. **B.** $2-2i$. **C.** $-i$. **D.** $1+i$.

Câu 26: Cho tích phân $I=\int_1^e\frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}dx$, đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I=\frac{2}{3}\int_{1}^{e}t^{2}dt$ **B.** $I=\frac{2}{3}\int_{1}^{2}tdt$ **C.** $I=\frac{2}{3}\int_{1}^{e}tdt$ **D.** $I=\frac{2}{3}\int_{1}^{2}t^{2}dt$

Câu 27: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của của phương trình $z^2-2z+10=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn số phức $w=iz_0$.

A. $N(1;3)$ **B.** $M(-3;1)$ **C.** $P(3;-1)$ **D.** $Q(-3;-1)$

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\log_{2020}(mx-m+2)$ xác định trên $[1;+\infty)$.

A. $m\le 0$ **B.** $m\ge 0$ **C.** $m\ge -1$ **D.** $m\le -1$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;0), N(2;0;3)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=-3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=3t\end{cases}$

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x>2$ là

A. $(4;+\infty)$ **B.** $(-\infty;4)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $[4;+\infty)$

Câu 31: Cho phương trình $m\ln(x+1)-x-2=0$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $0<x_1<2<4<x_2$ là khoảng $(a;+\infty)$. Khi đó a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3,7;3,8)$ **B.** $(3,6;3,7)$ **C.** $(3,8;3,9)$ **D.** $(3,5;3,6)$

Câu 32: Có bao nhiêu cách chọn ra ba đỉnh từ các đỉnh của một hình lập phương để thu được một tam giác đều?

A. 12 **B.** 10 **C.** 4 **D.** 8

Câu 33: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a, trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại A ta lấy điểm S di động không trùng với A. Hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD lần lượt là H, K. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{32}$ **B.** $\frac{a^3}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-1$ và $\lim_{x\to+\infty}f(x)=m$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)+2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang.

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** Vô số

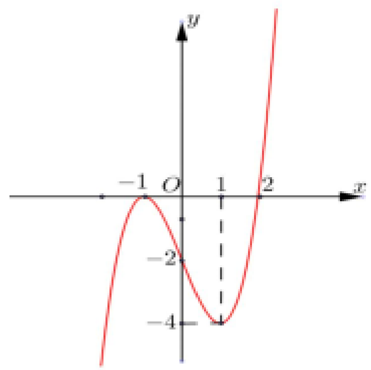
Câu 35: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=AB=AC=1$ và $BAC=120^0$. Gọi I là trung điểm cạnh CC'. Côsin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{370}}{20}$ **B.** $\frac{\sqrt{70}}{10}$ **C.** $\frac{\sqrt{30}}{20}$ **D.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng

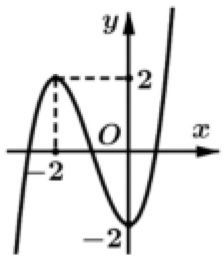
A. $\sqrt{2}\pi a^3$ **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$ **C.** $\frac{\pi a^3}{6}$ **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai?**



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$. **B.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$ **D.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-2x^2 + 4x)$ là



A. 2 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

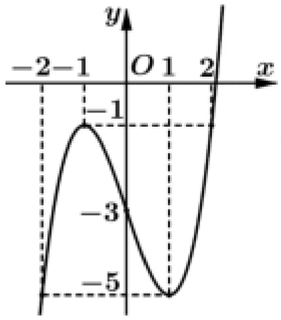
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P)?
A. 4 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 1

Câu 40: Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng:
A. -2 **B.** 3 **C.** -3 **D.** 2

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = 4, \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x)dx$.
A. $I = 6$ **B.** $I = 4$ **C.** $I = 10$ **D.** $I = 2$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là:
A. $x + 2y - z - 3 = 0$ **B.** $x + 2y - z - 1 = 0$ **C.** $z + 2y - z + 1 = 0$ **D.** $x + 2y + z + 1 = 0$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-5,M=-1$ **B.** $m=-1,M=0$ **C.** $m=-2,M=2.$ **D.** $m=-5,M=0.$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=\log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2022\pi)$?

A. 2022 **B.** 1010 **C.** 1011 **D.** 2023

Câu 45: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng (A_1BC) tạo với đáy góc $30°$ và tam giác A_1BC có diện tích bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=64\sqrt{3}$ **B.** $V=2\sqrt{3}$ **C.** $V=16\sqrt{3}$ **D.** $V=8\sqrt{3}$

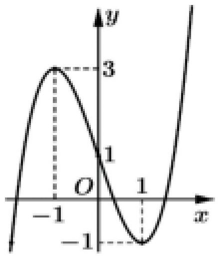
Câu 46: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 12. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ bằng

A. 16π **B.** 32π **C.** 8π **D.** 64π

Câu 47: Cho a,b,c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a^2 b+\log_b^2 c=\log_a\frac{c}{b}-2\log_b\frac{c}{b}-3$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=\log_a b-\log_b c$. Giá trị của biểu thức $S=m-3M$ bằng

A. $S=-16$ **B.** $S=4$ **C.** $S=-6$ **D.** $S=6$

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết $f(-1)=1, f\left(-\frac{1}{e}\right)=2$. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(x)<\ln(-x)+m$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(-1;-\frac{1}{e}\right)$.



A. $m\ge 2$ **B.** $m\ge 3$ **C.** $m>2$ **D.** $m>3$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SMC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** a **D.** $\frac{a}{2}$

---------------HẾT----------------

ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.D	5.A	6.A	7.B	8.C	9.A	10.D

11.A	**12.A**	**13.C**	**14.B**	**15.D**	**16.A**	**17.C**	**18.D**	**19.D**	**20.B**
21.C	**22.C**	**23.A**	**24.D**	**25.B**	**26.A**	**27.D**	**28.B**	**29.B**	**30.A**
31.A	**32.A**	**33.D**	**34.C**	**35.C**	**36.D**	**37.B**	**38.C**	**39.B**	**40.D**
41.D	**42.B**	**43.C**	**44.A**	**45.B**	**46.D**	**47.C**	**48.C**	**49.B**	**50.A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB) - *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao $h,$ diện tích đáy S là: $V = Sh.$

Cách giải:

Diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{1}{2}.a.a = \frac{1}{2}a^2$ (tam giác ABC vuông cân tại B)

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}a^2.a = \frac{1}{2}a^3$

Chọn A.

Câu 2 (NB) - *Cộng, trừ và nhân số phức*

Phương pháp:

- Thực hiện pháp nhân số phức.
- Số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ có phần thực là $a.$

Cách giải:

Ta có: $z = i\left(1-2i\right) = 1-2i^2 = i+2 = 2+i.$

Vậy số phức z có phần thực là 2.

Chọn C.

Câu 3 (VD) – *Tiếp tuyến của đồ thị hàm số*

Phương pháp:

- Gọi tiếp tuyến là $A_0\left(x_0;y_0\right).$ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ tại điểm $A\left(x_0;y_0\right)$ là: $y = f'\left(x_0\right).\left(x-x_0\right)+y_0.$

- Cho tiếp tuyến vừa viết được đi qua $M\left(-1;-9\right),$ giải phương trình tìm $x_0.$

- Số tiếp tuyến cần tìm là số nghiệm x_0 tìm được.

Cách giải:

Gọi tiếp điểm là $A_0\left(x_0;y_0\right).$ Ta có: $y_0 = 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$

Ta có: $y' = 12x^2 - 12x \Rightarrow y'\left(x_0\right) = 12x_0^2 - 12x_0$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ tại điểm $M_0\left(x_0;y_0\right)$ là:

$$y = \left(12x_0^2 - 12x_0\right).\left(x-x_0\right) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1 \quad \left(d\right)$$

Theo bài ra ta có: $M\left(-1;-9\right) \in d \Rightarrow -9 = \left(12x_0^2 - 12x_0\right).\left(-1-x_0\right) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1.$

$\Leftrightarrow -9 = -12x_0^2 - 12x_0^3 + 12x_0 + 12x_0^2 + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$

$$\Leftrightarrow 8x_0^3 + 6x_0^2 - 12x_0 - 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{5}{4} \end{array}\right.$$

Dễ dàng kiểm tra, mỗi giá trị x_0 tìm được cho ta đúng một phương trình tiếp tuyến, hai đường tiếp tuyến tìm được là phân biệt.

Vậy qua $M\left(-1;-9\right)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số.

Chọn B.

Câu 4 (NB) – *Phương trình mặt phẳng*

Phương pháp:

- Mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ có 1 VTPT là $\vec{n}(A;B;C)$.

- Mọi vectơ cùng phương với $\vec{n}$ đều là 1 VTPT của mặt phẳng.

Cách giải:

Mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có 1 VTPT là: $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Chọn D.

Câu 5 (NB) - *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

Giải phương trình logarit: $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

Cách giải:

$\log_5(3x+1)=2 \Leftrightarrow 3x+2=5^2$

$\Leftrightarrow 3x=24 \Leftrightarrow x=8$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm $x=8$.

Chọn A.

Câu 6 (TH) - *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp:

Để tìm GTNN, GTLN của hàm số f trên đoạn $[a;b]$ ta làm như sau:

- Tìm các điểm $x_1;x_2;...;x_n$ thuộc khoảng $(a;b)$ mà tại đó hàm số f có đạo hàm bằng 0 hoặc không có đạo hàm.

- Tính $f(x_1); f(x_2);...; f(x_n); f(a); f(b)$

- So sánh các giá trị vừa tìm được. Số lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của f trên $[a;b]$; số nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của f trên $[a;b]$.

Cách giải:

Ta có: $y'=3x^2-6x, y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=2\notin[-1;1] \end{array}\right.$.

Ta có: $y(-1)=-4, y(0)=0, y(1)=-2$.

Chọn A.

Câu 7 (TH) - *Đường tiệm cận*

Phương pháp:

Dựa vào định nghĩa tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$: Nếu $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=-\infty$ thì $x=a$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Các hàm số $y=\dfrac{2020}{\sin x+2}; y=\dfrac{1}{x^2-x+1}, y=\dfrac{1}{x^2+2}$ có TXĐ là R $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có TCĐ.

Xét hàm số $y=\dfrac{2}{\sqrt{x-1}}, D=(1;+\infty), \lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ là $x=1$.

Chọn B.

Câu 8 (VD) - *Lôgarit*

Phương pháp:

Sử dụng các công thức biến đổi logarit:

$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}(0<a,c\neq 1, b>0)$

$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}\left(0 < a \neq 1, x, y > 0\right)$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}\left(0 < a, b \neq 1\right)$

Cách giải:

Ta có:

$$P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{\log_a x}{\log_a \frac{a}{b^2}} = \frac{2}{1 - 2\log_a b}$$

$$= \frac{2}{1 - 2.\frac{\log_x b}{\log_x a}} = \frac{2}{1 - 2.\frac{\log_a x}{\log_b x}} \qquad \left(x > 0, x \neq 1; a, b > 1\right)$$

$$= \frac{2}{1 - 2.\frac{2}{3}} = \frac{2}{-\frac{1}{3}} = -6$$

Chọn **C.**

Câu 9 (TH) – ***Mặt cầu***

Phương pháp:

Công thức diện tích mặt cầu bán kính R là: $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:

Ta cos: $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 2^2 = 4$.

Chọn **A.**

Câu 10 (TH) - ***Ứng dụng của tích phân trong hình học***

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức: $S = \int_a^b \left|f(x) - g(x)\right| dx$.

Cách giải:

$$S = \int_1^e \left|\frac{1}{x}\right| dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1.$$

Chọn **D.**

Câu 11 (NB) - ***Số phức***

Phương pháp:

Số phức $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right)$ có số phức liên hợp $\overline{z} = x - yi$ và $|z| = |\overline{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Cách giải:

$$z = 1 + 2i \Rightarrow |z| = |\overline{z}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

Chọn **A.**

Câu 12 (NB) - ***Cực trị của hàm số***

Phương pháp:

Điểm cực tiểu của hàm số là điểm mà tại đó hàm số xác định và qua đó y' đổi dấu từ âm sang dương.

Điểm cực đại của hàm số là điểm mà tại đó hàm số xác định và qua đó y' đổi dấu từ dương sang âm

Cách giải:

Hàm số có một điểm cực đại là x_1, một điểm cực tiểu là x_0.

Chọn A.

Câu 13 (NB) - *Tiếp tuyến của đồ thị hàm số*

Phương pháp:

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ x_0 là $f'(x_0)$

Cách giải:

$$y=\ln(x+1)\Rightarrow y'=\frac{1}{x+1}\Rightarrow y'(2)=\frac{1}{3}$$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\ln(x+1)$ tại điểm có hoành độ $x=2$ là $\frac{1}{3}$.

Chọn C.

Câu 14 (NB) - *Mặt cầu*

Phương pháp:

Diện tích của mặt cầu bán kính R là: $S=4\pi R^2$.

Cách giải:

Diện tích của mặt cầu đã cho bằng: $S=4\pi R^2=4\pi.3^2=36\pi$.

Chọn B.

Câu 15 (NB) - *Cấp số nhân (lớp 11)*

Phương pháp:

Số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n=u_1q^{n-1}\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

Cách giải:

Ta có: $u_4=u_1q^3\Leftrightarrow 54=2.q^3\Leftrightarrow q=3$.

Chọn D.

Câu 16 (NB) - *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Khối lập phương cạnh a có thể tích $V=a^3$.

Cách giải:

Thể tích khối lập phương: $V=a^3=27\Rightarrow a=3$.

Chọn A.

Câu 17 (NB) - *Lũy thừa*

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{m}{n}}, a^m.a^n=a^{m+n}$.

Cách giải:

$$P=x^{\frac{1}{5}}.\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{5}}.x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}=x^{\frac{8}{15}}.$$

Chọn C.

Câu 18 (NB) - *Hoán vị - Chỉnh hợp – Tổ hợp (lớp 11)*

Phương pháp:

Sử dụng phép tổ hợp.

Cách giải:

Số cách chọn bốn học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh là: C_{15}^4.

Chọn D.

Câu 19 (NB) - *Phương trình mặt cầu*

Phương pháp:

Phương trình mặt cầu có tâm $I(x_0;y_0;z_0)$, bán kính R là: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$.

Cách giải:

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ có tâm $I(1;2;-1)$

Chọn D.

Câu 20 (NB) - *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

Lập bảng xét dấu đạo hàm và kết luận các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6x, y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$ 0 2 $+\infty$
$f'(x)$	+ 0 − 0 +

Dựa vào bảng xét dấu ta suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn B.

Câu 21 (NB) - *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

Tìm tọa độ điểm thỏa mãn phương trình đường thẳng bằng cách thay trực tiếp tọa độ điểm vào phương trình đường thẳng.

Cách giải:

Ta có: $\frac{-3+3}{1}=\frac{2-2}{-1}=\frac{1-1}{2}=0$ nên $M(-3;2;1)\in d$.

Chọn C.

Câu 22 (TH) – *Tích phân*

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\int_a^b f'(x)dx = f(x)\Big|_a^b$.

Cách giải:

Ta có: $\int_0^2 f'(x)dx = f(x)\Big|_0^2 = f(2)-f(0)=-3$

$\Rightarrow f(2)-1=-3 \Leftrightarrow f(2)=-2.$

Chọn C.

Câu 23 (TH) - *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} f'(x)=0 \\ f''(x)<0 \end{cases}$, nghiệm của hệ phương trình là điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-12, y''=6x.$

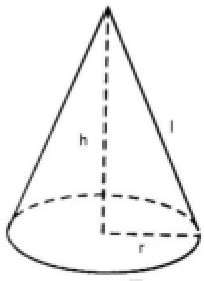
Xét hệ $\begin{cases} y'=0 \\ y''<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-12=0 \\ 6x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 2 \\ x<0 \end{cases} \Leftrightarrow x=-2.$

Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2.$

Chọn A.

Câu 24 (TH) – *Mặt nón*

Phương pháp:



Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl$.

(Trong đó, r là bán kính đáy, l là độ dài đường sinh, h là độ dài đường cao).

Cách giải:

Ta có: $S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow 5\pi a^2 = \pi .al \Rightarrow l = 5a$.

Chọn D.

Câu 25 (TH) - *Nguyên hàm*

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nguyên hàm mở rộng: $\int \frac{1}{ax+b}dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C$.

Cách giải:

$\int \frac{1}{1+x}dx = \frac{1}{2}\ln|1+x| + C = \ln|1+x| + C$.

Chọn B.

Câu 26 (TH) – *Số phức*

Phương pháp:

- Xác định tọa độ hai điểm *A*, ***B.***

- Tìm tọa độ trung điểm *M* của đoạn thẳng $AB: \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$.

- Điểm biểu diễn của số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ là $M(a;b)$.

Cách giải:

Do *A*, *B* lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i \Rightarrow A(1;1), B(1;-3)$.

Vì *M* là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1;-1)$

Vậy điểm $M(1;-1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $1 - i$.

Chọn A.

Câu 27 (TH) – *Tích phân*

Phương pháp:

Tích tích phân bằng phương pháp đổi biến số.

Cách giải:

Đặt $t = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow t = 1 + 3\ln x \Rightarrow 2tdt = \frac{3}{x}dx \Rightarrow \frac{1}{x}dx = \frac{2}{3}tdt$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = e \Rightarrow t = 2 \end{cases}$.

Khi đó ta có: $I = \int_1^2 t.\frac{2}{3}tdt = \frac{2}{3}\int_1^2 t^2 dt$

Chọn D.

Câu 28 (TH) – *Phương trình bậc hai với hệ số thực*

Phương pháp:

- Giải phương trình bậc hai trên tập số phức tìm số phức z_0.

- Tính số phức $w = iz_0$.

- Điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ là $M(a;b)$.

Cách giải:

Ta có: $z^2 - 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1+3i \\ z = 1-3i \end{array}\right.$.

Vì z_0 là nghiệm phức có phần do dương của của phương trình trên $\Rightarrow z_0 = 1 + 3i$.

Khi đó ta có: $w = iz_0 = i(1+3i) = -3 + i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức w là: $M(-3;1)$.

Chọn B.

Câu 29 (VD) - *Hàm số Lôgarit*

Phương pháp:

TXĐ của hàm số $y = \log_a x\,(0 < a \ne 1)$ là $D = (0;+\infty)$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $mx - m + 2 > 0 \Leftrightarrow m(x-1) > -2$

Để hàm số xác định trên $[1;+\infty)$ thì $m(x-1) > -2\,(*), \forall x \ge 1$

+) $x = 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 0m > -2$ đúng với mọi m

+) $x > 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow m > \dfrac{-2}{x-1}, \forall x > 1\,(2*)$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{-2}{x-1}\,\forall x > 1$ ta có $f'(x) = \dfrac{2}{(x-1)^2} > 0\,\forall x \in (1;+\infty)$.

BBT:

x	1 $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	0 $-\infty$

Dựa vào BBT $\Rightarrow m \ge 0$.

Vậy để hàm số $y = \log_{2020}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1;+\infty)$ thì $m \ge 0$.

Chọn B.

Câu 30 (TH) – *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

- Đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{MN}$ là 1 VTCP.

- Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có 1 VTCP $\vec{u} = (a;b;c)$ có PT tham số:
$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt, t \in \mathbb{R} \\ z = z_0 + ct \end{cases}$.

Cách giải:

Ta có: $M(1;1;0), N(2;0;3) \Rightarrow MN$ có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (1;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng *MN* đi qua *M (1;1;0)* và có 1 VTCP $\vec{u}=(1;-1;3)$ là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=3t \end{cases}$.

Chọn **A.**

Câu 31 (NB) - ***Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit***

Phương pháp:

Giải bất phương trình logarit: $\log_a x>b \Leftrightarrow x>a^b\,(a>1)$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x>0$

Ta có: $\log_2 x>2 \Leftrightarrow x>2^2 \Leftrightarrow x>4$.

Kết hợp điều kiện xác định ta có $x>4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(4;+\infty)$.

Chọn **A.**

Câu 32 (VD) – ***Phương trình mũ và phương trình lôgarit***

Phương pháp:

- Cô lập m, đưa phương trình về dạng $m=f(x)$.

- Khảo sát và lập BBT của hàm số $f(x)$, từ đó suy ra điều kiện của m để thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x>-1$

Ta có: $m\ln(x+1)-x-2=0 \Leftrightarrow m\ln(x+1)=x+2\,(1)$

Dễ dàng kiểm tra $x=0$ không phải nghiệm của phương trình trên.

Với $x\neq 0$, phương trình $(1)\Leftrightarrow m=\dfrac{x+2}{\ln(x+1)}$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{\ln(x+1)}\,(x>-1,x\neq 0)$ ta có: $f'(x)=\dfrac{\ln(x+1)-\dfrac{x+2}{x+1}}{\ln^2(x+1)}$

Nhận xét: Trên $(-1;+\infty)\backslash\{0\}$, hàm số $y=\ln(x+1)$ đồng biến, hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ nghịch biến

$\Rightarrow g(x)=\ln(x+1)-\dfrac{x+2}{x+1}=0\,(2)$ có tối đa 1 nghiệm trên $(1;+\infty)$.

Mà $g(2)=\ln 3-\dfrac{4}{3}<0, g(4)=\ln 5-\dfrac{6}{5}>0 \Rightarrow$ PT (2) có nghiệm duy nhất $x_0\in(2;4)$.

Ta có BBT của $f(x)$ trên 2 khoảng $(0;2)$ và $(4;+\infty)$ như sau:

x	$0 \quad 2 \quad x_0 \quad 4 \quad +\infty$
$f'(x)$	$- \mid 0 \mid +$
$f(x)$	$+\infty \quad +\infty$ $\dfrac{4}{\ln 3} \quad \dfrac{6}{\ln 5}$

$\left(\dfrac{4}{\ln 3}\approx 3,64, \dfrac{6}{\ln 5}\approx 3,73\right)$

Như vậy, để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $0<x_1<2<4<z_2$ thì $m>\dfrac{6}{\ln 5}\approx 3,73$.

Chọn A.

Câu 33 (TH) – *Khối đa diện lồi và khối đa diện đều*

Phương pháp:

- Nối các đường chéo của các mặt của hình lập phương.
- Đếm số tam giác đều.

Cách giải:

Nối các đường chéo của các mặt ta được 2 tứ diện đều không có đỉnh nào chung.

Mỗi tứ diện đều có 4 mặt là 4 tam giác đều. Nên tổng cộng có 8 tam giác đều.

Chọn D.

Câu 34 (VDC) - *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Lập tỉ lệ thể tích và đánh giá.

Cách giải:

Giả sử $SA = x\left(x > 0\right)$. Gọi O là tâm của hình vuông ABC**D.**

Ta có: $V_{ACHK} = V_{A.OHK} + V_{C.OHK} = 2V_{A.OHK}$ (do O là trung điểm AC)

Tam giác SAB vuông tại A, AH là đường cao

$$\Rightarrow SH.SB = SA^2 \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \left(\frac{SA}{SB}\right)^2 = \frac{x^2}{x^2+a^2} \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SK}{SD} = \frac{x^2}{x^2+a^2}$$

Ta có: $S_{SHK} = \dfrac{SH}{SB}.\dfrac{SK}{SD}.S_{SBD} = \left(\dfrac{x^2}{x^2+a^2}\right)^2.S_{SBD}$ và

$$S_{OBH} = S_{ODK} = \frac{BH}{SB}.\frac{BO}{BD}.S_{SBD} = \frac{a^2}{x^2+a^2}.\frac{1}{2}.S_{SBD} = \frac{a^2}{2\left(x^2+a^2\right)}.S_{SBD}$$

$$\Rightarrow S_{OHK} = \left(1 - \left(\frac{x^2}{x^2+a^2}\right)^2 - 2.\frac{a^2}{2\left(x^2+a^2\right)}\right).S_{SBD}$$

$$= \frac{\left(x^2+a^2\right)^2 - x^4 - a^2\left(x^2+a^2\right)}{\left(x^2+a^2\right)^2}S_{SBD} = \frac{a^2x^2}{\left(x^2+a^2\right)^2}S_{SBD}$$

Ta có: $\dfrac{V_{A.OHK}}{V_{A.SBD}} = \dfrac{S_{OHK}}{S_{SBD}} = \dfrac{a^2x^2}{\left(x^2+a^2\right)^2} \Rightarrow \dfrac{V_{ACHK}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{a^2x^2}{\left(x^2+a^2\right)^2}$

$$\Rightarrow V_{ACHK} = \frac{a^2.x^2}{\left(x^2+a^2\right)^2}V_{S.ABCD} = \frac{a^2x^2}{\left(x^2+a^2\right)^2}.\frac{1}{3}xa^2 = \frac{a^4}{3}.\frac{x^3}{\left(x^2+a^2\right)^2}$$

Ta có: $\dfrac{x^3}{\left(x^2+a^2\right)^2} = \dfrac{x^3}{\left(\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{x^2}{3}+a^2\right)} \le \dfrac{x^3}{\left(4\sqrt[4]{\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{x^2}{3}+a^2}\right)} = \dfrac{x^3}{16\sqrt{\dfrac{x^6a^2}{27}}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{16a}$

$$\Rightarrow V_{ACHK} \le \frac{a^3\sqrt{6}}{16}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{x^2}{3} = a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}.$

Vậy, thể tích khối tứ diện *ACHK* lớn nhất bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$ khi $x = a\sqrt{3}.$

Chọn **C.**

Câu 35 (VD) - *Đường tiệm cận*

Phương pháp:

Định nghĩa tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=a$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=a \Rightarrow y=a$ là TCN của đồ thị hàm số.

Cách giải:

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)+2}=\dfrac{1}{\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)+\lim\limits_{x\to-\infty} 2}=\dfrac{1}{-1+2}=1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)+2}$ có TCN $y=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)+2}=\dfrac{1}{\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)+\lim\limits_{x\to+\infty} 2}=\dfrac{1}{m+2}$.

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)+2}$ có duy nhất một tiệm cận ngang thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f\left(x\right)+2}$ hoặc là không xác định hoặc là bằng 1.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} m+2=0 \\ m+2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị thực của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn **C.**

Câu 36 (VD) – *Hai mặt phẳng vuông góc (lớp 11)*

Phương pháp:

- Sử dụng công thức $\cos\varphi=\dfrac{S'}{S}$, trong đó S' là hình chiếu vuông góc của S.

Tính diện tích tam giác *ABC*, sử dụng công thức $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\angle BAC$.

- Tính độ dài các cạnh của tam giác AIB' áp dụng định lý Pytago đảo chứng minh $\Delta AIB'$ vuông.

Cách giải:

Nhận xét: Hình chiếu vuông góc của tam giác AIB’ lên (ABC) là tam giác AC**B.**

Khi đó: $\cos\varphi=\dfrac{S_{ABC}}{S_{AIB'}}$ với $\varphi=\left(\left(ABC\right);\left(AIB'\right)\right)$.

Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A=\dfrac{1}{2}.1.1.\sin120^0=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$BC=\sqrt{1^2+1^2-2.1.1.\cos120^0}=\sqrt{3}$

Tam giác AIB’ có: $AB'=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}, AI=\sqrt{1^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}, IB'=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

$\Rightarrow AB'^2+AI^2=2+\dfrac{5}{4}=\dfrac{13}{4}=IB'^2\Rightarrow\Delta AIB'$ vuông tại A (Định lí Pytago đảo).

$\Rightarrow S_{AIB'}=\dfrac{1}{2}AB'.AI=\dfrac{1}{2}.\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

Vậy $\cos\varphi=\dfrac{S_{ABC}}{S_{AIB'}}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{10}}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

Chọn **D.**

Câu 37 (VD) – ***Mặt cầu***

Phương pháp:

- Xác định vị trí tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp – là điểm cách đều các định của khối chóp.
- Tính bán kính R của khối cầu.
- Tính thể tích khối cầu bán kính $R: V = \frac{4}{3}\pi R^3.$

Cách giải:

Gọi O là trung điểm của A**C.**

Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC \Rightarrow \Delta AHC$ vuông tại $H \Rightarrow H$ thuộc mặt cầu tâm O đường kính $AC.$

Ta lại có: $\Delta AKC, \Delta ABC$ lần lượt vuông tại $K, B \Rightarrow K, B$ thuộc mặt cầu tâm O đường kính A**C.**

$\Rightarrow$5 điểm A, H, K, B, C đều thuộc mặt cầu tâm O đường kính AC hay khối chóp **A.** HKCB nội tiếp mặt cầu tâm O đường kính A**C.** Khi đó bán kính mặt cầu là $R = \frac{AC}{2}.$

Tam giác ABC vuông cân tại B và $BC = a \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}.$

Chọn B.

Câu 38 (VD) – ***Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số***

Phương pháp:

- Tính đạo hàm của hàm số $g(x).$
- Lập bảng xét dấu của $g'(x)$ và suy ra các khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

Ta có: $g'(x) = 2x.f'(x^2 - 2)$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$, trong đó $x = \pm 1$ là nghiệm bội 2.

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	-2 -1 0 1 2
$g'(x)$	− 0 + 0 + 0 − 0 − 0 +

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên (-1;0) là phát biểu sai.

Chọn C.

Câu 39 (VD) – ***Cực trị của hàm số***

Phương pháp:

- Tính đạo hàm của hàm số $g(x).$
- Giải phương trình $g'(x) = 0,$ xác định các nghiệm bội lẻ.
- Số nghiệm bội lẻ của phương trình $g'(x) = 0$ là số điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

Ta có: $g'(x) = (-4x + 4)f'(-2x^2 + 4x).$

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-4x+4=0\\-2x^2+4x=-2\\-2x^2+4x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=1\pm\sqrt{2}\\x=0\\x=2\end{array}\right.$, các nghiệm này đều là nghiệm đơn.

Do đó $g'(x)$ đổi dấu tại đúng 5 điểm trên.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 40 (VD) – *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

- Tham số hóa tọa độ điểm $M\in d$ theo tham số t.

- Tính độ dài $OM=\sqrt{(x_M-x_O)^2+(y_M-y_O)^2+(z_M-z_O)^2}$.

- Tính khoảng cách từ $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ là: $d(M;(P))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

- Cho $OM=d(M;(P))$, giải phương trình tìm t.

Cách giải:

Vì $M\in d:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}\Rightarrow$ Gọi $M(-2t;1+t;t)$.

Ta có: $OM=\sqrt{(-2t)^2+(1+t)^2+t^2}=\sqrt{6t^2+2t+1}$.

$$d(M;(P))=\frac{|2(-2t)-(1+t)+2t-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{|-3t-3|}{3}=|t+1|.$$

Theo bài ra ta có: M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow\sqrt{6t^2+2t+1}=|t+1|$.

$6t^2+2t+1=t^2+2t+1$

$\Leftrightarrow 5t^2=0\Leftrightarrow t=0$

$\Rightarrow M(0;1;0)$

Vậy có 1 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M(0;1;0)$.

Chọn D.

Câu 41 (NB) - *Cộng, trừ và nhân số phức*

Phương pháp:

- Thực hiện phép cộng, tính số phức z_1+z_2.

- Số phức $z=a+bi$ có phần ảo bằng b.

Cách giải:

$z_1+z_2=1-i+3i=3+2i$.

Vậy số phức z_1+z_2 có phần ảo bằng 2.

Chọn D.

Câu 42 (VD) – *Tích phân*

Phương pháp:

- Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số.

- Đối với tích phân $\displaystyle\int_1^9\frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx=4$, đặt $t=\sqrt{x}$.

- Đối với tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x dx = 2,$ đặt $u = \sin x.$

- Sử dụng tính chất tích phân: $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx.$

Cách giải:

Xét tích phân $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = 4.$

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Leftrightarrow 2tdt = dx.$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = 9 \Rightarrow t = 3 \end{cases}.$

Khi đó ta có: $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = \int_1^3 \frac{f(t)2tdt}{t} = 2\int_1^3 f(t)dt = 2\int_1^3 f(x)dx.$

$\Rightarrow 2\int_1^3 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx = 2.$

Xét tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x dx = 2.$

Đặt $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx.$

Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1 \end{cases}$

Khi đó ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\cos x dx = \int_0^1 f(u)du = \int_0^1 f(x)dx = 2.$

Vậy $I = \int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = 2 + 2 = 4.$

Chọn B.

Câu 43 (TH) – *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

- $(P) \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_\Delta}$ với $\overrightarrow{n_P}$ là 1 VTPT của (P) và $\overrightarrow{u_\Delta}$ là 1 VTCP của Δ.

- Phương trình mặt phẳng đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có 1 VTPT $\vec{n}(a;b;c) \neq \vec{0}$ là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + x(z - z_0) = 0.$$

Cách giải:

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với $\Delta,$ nhận $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;2;-1)$ là VTPT có phương trình là

$$1(x-1) + 2(y-0) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z + 1 = 0.$$

Chọn C.

Câu 44 (TH) - *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp:

Quan sát đồ thị hàm số trên [-2;2] tìm GTLN (điểm cao nhất) và GTNN (điểm thấp nhất) của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $\begin{cases} m = \min\limits_{[-2;2]} f(x) = -5 \\ M = \max\limits_{[-2;2]} f(x) = -1 \end{cases}.$

Chọn A.

Câu 45 (VD) – *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ của phương trình.
- Sử dụng công thức tính đạo hàm: $\log_a u' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$.
- Giải phương trình lượng giác cơ bản: $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ hoặc $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.
- Đối chiếu điều kiện xác định để suy ra nghiệm của phương trình.
- Cho nghiệm tìm được thuộc $(0; 2022\pi)$, tìm số nghiệm thỏa mãn.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\cos x > 0$

Ta có: $f(x) = \log_2 \cos x \Rightarrow f'(x) = \dfrac{-\sin x}{\cos x.\ln 2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-\sin x}{\cos x.\ln 2} = 0 \Leftrightarrow \tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Với k chẵn, đặt $k = 2m\,(m \in \mathbb{Z})$, khi đó ta có $x = m2\pi\,(m \in \mathbb{Z})$.

Với k lẻ, $k = 2n+1\,(n \in \mathbb{Z})$, khi đó ta có $x = (2n+1)\pi = \pi + n2\pi\,(n \in \mathbb{Z})$.

Kiểm tra ĐKXĐ:

$x = m2\pi \Rightarrow \cos x = 1 > 0$: thỏa mãn.

$x = \pi + k2\pi \Rightarrow \cos x = -1 < 0$: loại

Suy ra nghiệm của phương trình là $x = m2\pi, m \in \mathbb{Z}$.

Theo bài ra ta có: $x \in (0; 2022\pi) \Rightarrow 0 < m2\pi < 2022\pi \Leftrightarrow 0 < m < 1011 \Rightarrow$ Có 1010 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có 1010 nghiệm trong khoảng $(0; 2022\pi)$.

Chọn B.

Câu 46 (VD) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

- Xác định góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến.
- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông tính chiều cao của khối lăng trụ.
- Sử dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ có chiều cao h, diện tích đáy B là $V = Bh$.

Cách giải:

Gọi M là trung điểm của BC. Do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp A'M$

$$\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \\ A'M \subset (A'BC), A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow \angle((A'BC);(ABC)) = \angle AMA' = 30^0.$$

Giả sử tam giác ABC đều, cạnh $a \Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, BC = a$.

Tam giác AMA' vuông tại $A \Rightarrow A'M = \dfrac{AM}{\cos \angle AMA'} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\cos 30^0} = a.$

Ta có: $S_{\Delta A'BC} = \dfrac{1}{2}A'M.BC = 8 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.a.a = 8 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = 4.$

Khi đó ta có: $AA' = AM.\tan 30^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{a}{2} = \dfrac{4}{2} = 2.$

Tam giác ABC đều cạnh $4 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}.$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là: $V = AA'.S_{\Delta ABC} = 2.4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$

Chọn D.

Câu 47 (VD) – *Mặt trụ*

Phương pháp:

- Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Dựa vào chu vi thiết diện biểu diễn h theo $R.$

- Thể tích khối trụ có chiều cao $h,$ bán kính đáy R là $V = \pi R^2 h.$

- Sử dụng BĐT Cô-si: $abc \le \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^2$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c.$

Cách giải:

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Giả sử thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ, ta có $AB = 2R$ và $AD = h.$

Chu vi thiết diện chứa trục bằng $12 \Rightarrow 2R + h = 6 \Rightarrow h = 6 - 2R$

Khi đó thể tích khối trụ:

$V = \pi R^2 h = \pi R^2 (6 - 2R) = \pi.R.R(6 - 2R)$

$\le \pi.\left(\dfrac{R + R + 6 - 2R}{3}\right)^3 = 8\pi$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $R = 6 - 2R \Leftrightarrow R = 2.$

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất là 8π khi $R = 2.$

Chọn

Câu 48 (VDC) - *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Biến đổi phương trình $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \dfrac{c}{b} - 2\log_b \dfrac{c}{b} - 3$ để trong phương trình chỉ còn $\log_a b$ và $\log_b c.$

- Đặt $\log_a b = x \Rightarrow \log_b c = P - x$

- Đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn $x,$ tìm điều kiện để phương trình có nghiệm: $\Delta \ge 0.$

- Giải bất phương trình, từ đó suy ra $m, M.$

Cách giải:

Ta có:

$\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \dfrac{c}{b} - 2\log_b \dfrac{c}{b} - 3$

$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a c - \log_a b - 2\log_b c - 1$

$\Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_b c.\log_a b - \log_a b - 2\log_b c - 1 (*)$

Đặt $\log_a b = x \Rightarrow \log_b c = x - P.$

Phương trình $(*) \Leftrightarrow x^2 + (x-P)^2 = (x-P)x - x - 2(x-P) - 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2Px + P^2 = x^2 - Px - 3x + 2P - 1$

$\Leftrightarrow x^2 - (P-3)x + P^2 - 2P + 1 = 0 (**)$

Ta có: $\Delta = (P-3)^2 - 4(P^2 - 2P + 1) = -3P^2 + 2P + 5$

Phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \ge 0 \Leftrightarrow -3P^2 + 2P + 5 \ge 0 \Leftrightarrow -1 \le P \le \frac{5}{3} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ M = \frac{5}{3} \end{cases}.$

Vậy $S = m - 3M = -1 - 3.\frac{5}{3} = -6.$

Chọn **C.**

Câu 49 (VDC) – *Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Cô lập m, đưa bất phương trình về dạng $m > g(x) \forall x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right) \Leftrightarrow m \ge \max\limits_{\left[-1;-\frac{1}{e}\right]} g(x).$

- Khảo sát hàm số $g(x)$ và suy ra GTLN của hàm số trên $\left[-1; -\frac{1}{e}\right].$

Cách giải:

ĐKXĐ: $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0.$

Ta có: $f(x) < \ln(-x) + m \Leftrightarrow m > f(x) - \ln(-x) (*)$

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \ln(-x)$ trên khoảng $\left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ có:

$g'(x) = f'(x) - \frac{-1}{-x} = f'(x) - \frac{1}{x}$

Ta biểu diễn đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ *(nét màu đỏ)* trên hình vẽ như sau:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy $g'(x) = f'(x) - \frac{1}{x} > 0, \forall x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right) \Rightarrow$ Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $\left(-1; -\frac{1}{e}\right).$

Ta có: $\begin{cases} g(-1) = f(-1) - \ln(1) = 1 \\ g\left(-\frac{1}{e}\right) = f\left(-\frac{1}{e}\right) - \ln\frac{1}{e} = 2 + 1 = 3 \end{cases}.$

Để (*) nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-1; -\frac{1}{e}\right)$ thì $\Leftrightarrow m \ge \max\limits_{\left[-1;-\frac{1}{e}\right]} g(x) \Leftrightarrow m \ge 3.$

Chọn **B.**

Câu 50 (VD) – *Khoảng cách (Lớp 11)*

Phương pháp:

Xác định góc giữa SB và mặt đáy là góc giữa SB và hình chiếu của SB lên (ABC).

- Sử dụng tỉ số lượng giác của tam giác vuông tính SA.

- Đổi $d\left(B;\left(SMC\right)\right)=d\left(A;\left(SMC\right)\right)$.
- Trong (SAB) kẻ $AH\perp SM$, chứng minh $AH\perp\left(SMC\right)$.
- Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông tính AH.

Cách giải:

Ta có: $SA\perp\left(ABC\right)\Rightarrow AB$ là hình chiếu vuông góc của SB lên $\left(ABC\right)$.

$\Rightarrow\angle\left(SB;\left(ABC\right)\right)=\angle\left(SB;AB\right)=\angle SBA=60^0$.

Tam giác SAB vuông tại $A\Rightarrow SA=AB.\tan\angle SBA=a.\tan 60^0=a\sqrt{3}$.

Ta có: $BA\cap\left(SMC\right)=M\Rightarrow\dfrac{d\left(B;\left(SMC\right)\right)}{d\left(A;\left(SMC\right)\right)}=\dfrac{BM}{AM}=1$.

$\Rightarrow d\left(B;\left(SCM\right)\right)=d\left(A;\left(SCM\right)\right)$

Trong $\left(SAB\right)$ kẻ $AH\perp SM\left(H\in SM\right)$ ta có:

$$\begin{cases}CM\perp AB\\CM\perp SA\end{cases}\Rightarrow CM\perp\left(SAB\right)\Rightarrow CM\perp AH$$

$$\begin{cases}AH\perp CM\\AH\perp SM\end{cases}\Rightarrow SH\perp\left(SMC\right)\Rightarrow d\left(A;\left(SMC\right)\right)=AH.$$

Tam giác SAM vuông tại A có $AH\perp SM$, áp dụng hệ thức lượng ta có:

$$\Rightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{13}{3a^2}\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{39}}{13}a.$$

Vậy $d\left(B;\left(SCM\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

Chọn A.

Đề 3 Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 BÀI THI: TOÁN *Thời gian: 90 phút*

Câu 1: Nếu $\int_0^1 f\left(x\right)dx=-2$, $\int_0^1 g\left(x\right)dx=5$ thì $\int_0^1\left(f\left(x\right)+2g\left(x\right)\right)dx$ bằng

A. 1. **B.** -9. **C.** -12. **D.** 8.

Câu 2: Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** $\dfrac{32}{3}\pi$.

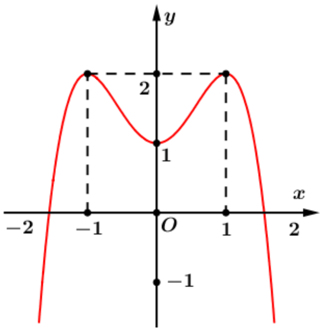
Câu 3: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1)>\log_2 x$ là

A. $S=(0;+\infty)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(0;1)$. **D.** $S=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 4: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=\frac{1}{2}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

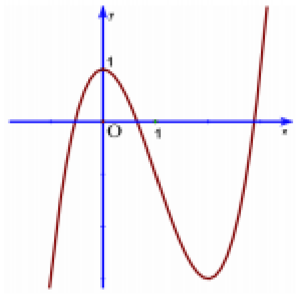
Câu 5: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (với $a,b,c\in\mathbb{R}$), có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=3x^2+2x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2+1$. **D.** $y=x^4+3x^2+1$.

Câu 7: Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao của khối chóp bằng $3a$ là

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=12a^3$.

Câu 8: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r là

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\pi rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi rh^2$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3, u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 18. **D.** -3.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-2}$. Hỏi véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}(-1;2;0)$. **B.** $\vec{u}(1;3;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;-3;2)$. **D.** $\vec{u}(1;-3;-2)$.

Câu 11: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $\bar{z}=-1-2i$. **B.** $\bar{z}=-1+2i$. **C.** $\bar{z}=1+2i$. **D.** $\bar{z}=2-i$.

Câu 12: Cho hai số thực dương tùy ý a và b với $a\neq 1$. Khi đó $\log_a(ab)$ bằng

A. $(\log_a b)^a$. **B.** $1+\log_a b$. **C.** $a\log_a b$. **D.** $a+\log_a b$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x+1)=2$ là

A. $x=12$. **B.** $x=\dfrac{31}{2}$. **C.** $x=24$. **D.** $x=\dfrac{9}{2}$.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ là

A. $x^3-\cos x+C$. **B.** $6x-\cos x+C$. **C.** x^3+C. **D.** $x^3+\sin x+C$.

Câu 15: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy $r=4$ là:

A. 24π. **B.** 16π **C.** 4π. **D.** 12π.

Câu 16: Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là:

A. $y'=2x-1$ **B.** $y'=(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$

C. $y'=2^{x^2-x}.\ln 2$ **D.** $y'=(2x-1).2^{x^2-x}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 18: Cho số phức $z=i(1+2i)$. Tìm điểm biểu diễn của số phức đó trên mặt phẳng tọa độ.

A. $M(-2;1)$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $M(1;2)$. **D.** $M(2;1)$.

Câu 19: Có bao nhiêu cách chọn ba học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh ?

A. 15^3. **B.** 3^{15}. **C.** A_{15}^3. **D.** C_{15}^3.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1=2+i, z_2=1+3i$. Môđun của số phức $z_1+2\overline{z_2}$ bằng

A. $\sqrt{50}$. **B.** $\sqrt{65}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{41}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z+5)^2=3$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;3;5)$. **B.** $(-1;3;-5)$. **C.** $(-1;-3;-5)$. **D.** $(1;-3;5)$..

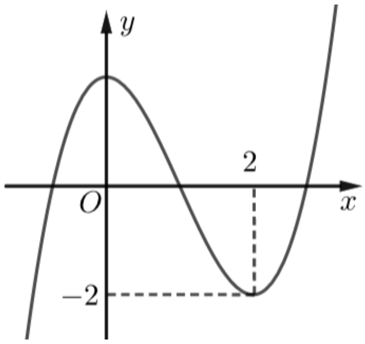
Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ 3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$\|\|$ 4	$\searrow$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

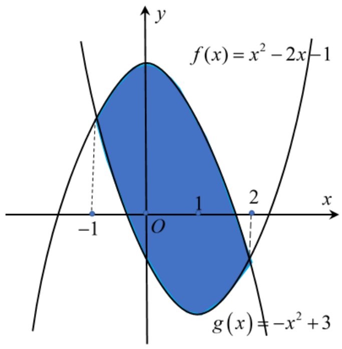
Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A\left(2;1;-1\right)$ lên trục Oy là

A. $H\left(2;0;-1\right)$. **B.** $H\left(0;1;-1\right)$. **C.** $H\left(0;1;0\right)$. **D.** $H\left(2;0;0\right)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):5x+y-z-3=0$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}\left(5;1;-1\right)$. **B.** $\vec{n}\left(1;-1;3\right)$. **C.** $\vec{n}\left(5;-1;-3\right)$. **D.** $\vec{n}\left(5;1;-3\right)$.

Câu 26: Diện tích phần hình phẳng tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)dx$. **B.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$. **C.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$. **D.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x-2\right)dx$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)^2\left(x-2\right)^2\left(x-3\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x^2-7x+5}\le 1$ là

A. $\left[\dfrac{1}{2};5\right]$. **B.** $S=\left[1;\dfrac{5}{2}\right]$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[5;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right]\cup\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+5$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ là

A. 5. **B.** 0. **C.** 7. **D.** 3.

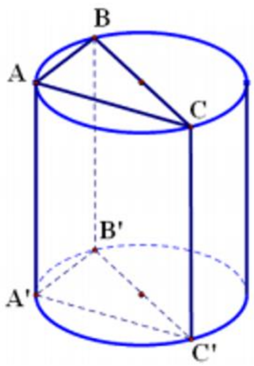
Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y-2z-1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là:

A. $\begin{cases} x=-3-2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-3z+4=0$. Xét $\omega=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+iz_1z_2$, viết số phức ω dưới dạng $\omega=x+yi$ $(x,\ y\in\mathbb{R})$.

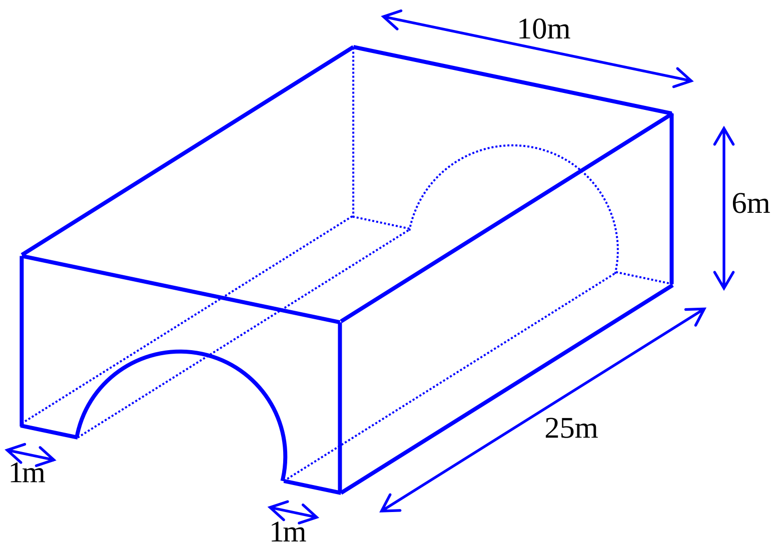
A. $\omega=\frac{3}{2}+2i$. **B.** $\omega=-\frac{3}{4}+2i$. **C.** $\omega=2+\frac{3}{2}i$. **D.** $\omega=\frac{3}{4}+2i$.

Câu 32: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có $AA'=2a$. Tam giác ABC vuông tại A và $BC=2a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho (tham khảo hình vẽ).



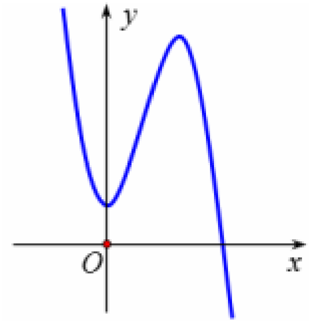
A. $2\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $6\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 33: Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan, biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa đường tròn (kích thước như hình vẽ). Tính diện tích để làm mái vòm của bể cá.



A. $200(\text{m}^2)$. **B.** $100\pi(\text{m}^2)$. **C.** $200\pi(\text{m}^2)$. **D.** $100(\text{m}^2)$

Câu 34: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (với $a,\ b,\ c,\ d$ là các số thực). Có đồ thị như hình vẽ bên.



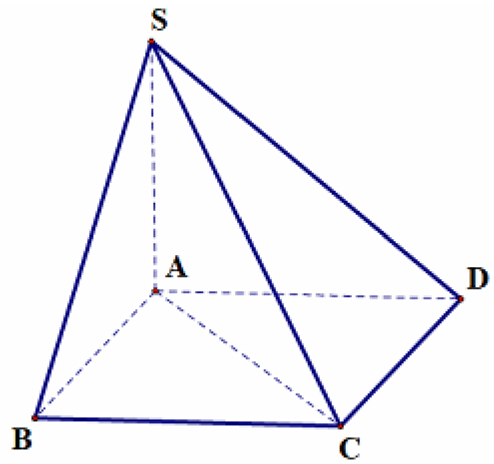
Trong các số $a,\ b,\ c,\ d$ có bao nhiêu số dương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 5i,\ z_2 = -3 - 4i.$ Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

A. $7i.$ **B.** $-23i.$ **C.** 23. **D.** 7.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = a,\ AD = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3$ và đồ thị hàm số $y = 3x + 1$ là

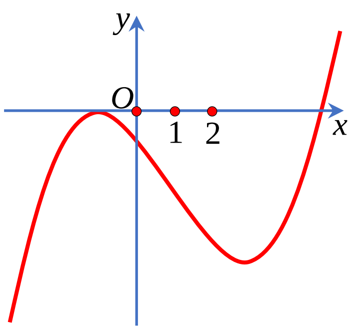
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;0;1), B(4;2;5)$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $3x + y + 2z - 10 = 0$. **B.** $3x + y - 2z - 10 = 0$.

C. $3x + y + 2z + 10 = 0$. **D.** $3x - y + 2z - 10 = 0$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > x^2 - 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (1;2)$ khi và chỉ khi



A. $m \le f(2) - 2$. **B.** $m \le f(1) + 1$. **C.** $m \le f(1) - 1$. **D.** $m \le f(2)$.

Câu 40: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục và có một nguyên hàm lần lượt là $F(x) = x + 2022$, $G(x) = x^2 + 2023$. Tìm một nguyên hàm $H(x)$ của hàm số $h(x) = f(x).g(x)$, biết $H(1) = 3$.

A. $H(x) = x^3 + 3$. **B.** $H(x) = x^2 + 5$. **C.** $H(x) = x^3 + 1$. **D.** $H(x) = x^2 + 2$.

Câu 41: Đầu năm 2022, ông A mở một công ty và dự kiến tiền lương trả cho nhân viên là 600 triệu đồng cho năm này. Ông A dự tính số tiền trả lương sẽ tăng 15% mỗi năm. Hỏi năm đầu tiên số tiền lương ông A phải trả cho năm đó vượt quá 1 tỉ là năm nào?

A. 2027. **B.** 2029. **C.** 2028. **D.** 2026.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7, \int\limits_2^{10} f(x)\mathrm{d}x = 1$. Tính $P = \int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 6$. **B.** $P = -6$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 12$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) theo a.

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** a. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{21}}{3}$.

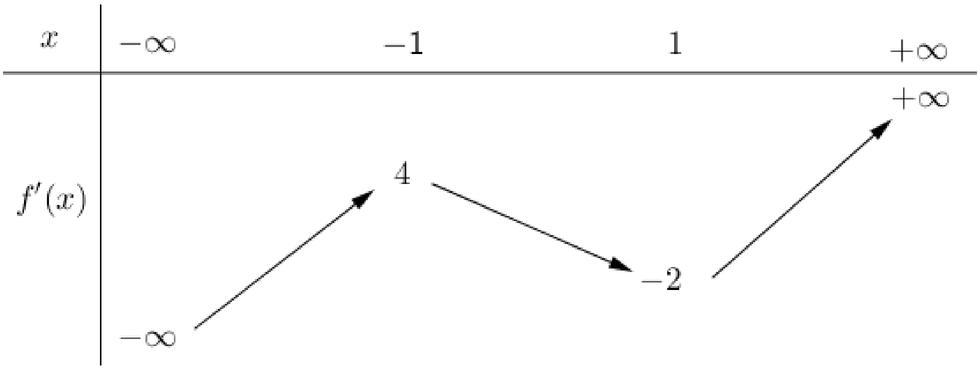
Câu 44: Giải bóng chuyền VTV cup gồm 12 đội tham gia, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc cho thăm ngẫu nhiên và chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để ba đội Việt Nam nằm ở 3 bảng gần nhất với số nào dưới đây?

A. $\dfrac{11}{25}$. **B.** $\dfrac{3}{20}$. **C.** $\dfrac{39}{100}$. **D.** $\dfrac{29}{100}$.

Câu 45: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\dfrac{1}{\log_b a} + \dfrac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Giá trị của biểu thức $P = \dfrac{1}{\log_{ab} b} - \dfrac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2024}$. **B.** $\sqrt{2018}$. **C.** $\sqrt{2020}$. **D.** $\sqrt{2022}$.

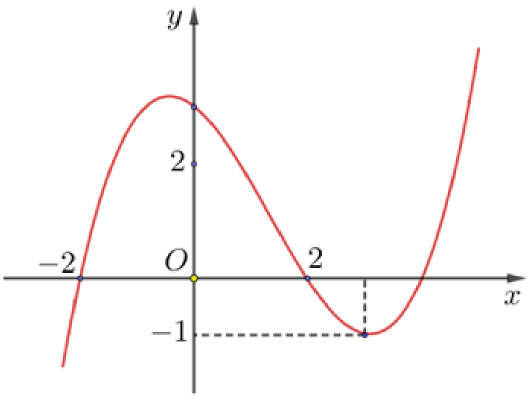
Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



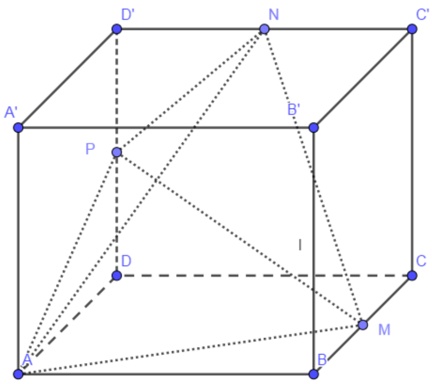
Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=1$ là

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 48: Xét các số thực dương a,b,c lớn hơn 1 (với $a>b$) thỏa mãn $4\left(\log_a c+\log_b c\right)=25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** $\frac{17}{4}$. **D.** 3.

Câu 49: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, C'D', DD'$ (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích khối hộp bằng 144, thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng



A. 15. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 18.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a trên đoạn $[-10;10]$ để phương trình $e^{x+a}-e^x=\ln(1+x+a)-\ln(1+x)$ có nghiệm duy nhất.

A. 2. **B.** 10. **C.** 1. **D.** 20

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.D**	**3.B**	**4.C**	**5.B**	**6.B**	**7.C**	**8.C**	**9.A**	**10.C**
11.C	**12.B**	**13.A**	**14.A**	**15.A**	**16.B**	**17.D**	**18.A**	**19.D**	**20.D**
21.B	**22.C**	**23.C**	**24.C**	**25.A**	**26.C**	**27.C**	**28.B**	**29.C**	**30.B**
31.D	**32.C**	**33.B**	**34.B**	**35.D**	**36.D**	**37.A**	**38.A**	**39.D**	**40.D**
41.D	**42.C**	**43.A**	**44.D**	**45.B**	**46.B**	**47.C**	**48.A**	**49.A**	**50.D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **Chọn D**

Ta có: $\int_0^1 \left(f(x)+2g(x)\right)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 2g(x)dx = -2+2.5 = 8$.

Câu 2: **Chọn D**

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32\pi}{3}$ (đvtt).

Câu 3: **Chọn B**

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x>\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

Khi đó $\log_2(2x-1)>\log_2 x \Leftrightarrow 2x-1>x \Leftrightarrow x>1$

Kết hợp điều kiện suy ra tập nghiệm S của bất phương trình là $S=(1;+\infty)$.

Câu 4: **Chọn C**

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl$

Câu 5: **Chọn B**

Dựa vào đồ thị của hàm trùng phương, ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 6: **Chọn B**

Căn cứ hình dáng đồ thị thì đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a\neq 0)$.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên $a>0$.

Vậy chọn phương án B

Câu 7: **Chọn C**

Có: $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}(2a)^2.3a=4a^3$.

Câu 8: **Chọn C**

Câu 9: **Chọn A**

(u_n) là cấp số nhân với công bội q ta có $u_{n+1}=u_n.q, \forall n\in N^*$ suy ra $q=\frac{u_2}{u_1}=2$.

Câu 10: **Chọn C**

Ta có một véc tơ chỉ phương của d là $\vec{a}=(1;3;-2)$. Vì $\vec{a}=(1;3;-2)$ cùng phương với $\vec{u}=(-1;-3;2)$ nên $\vec{u}=(-1;-3;2)$ là một véc tơ chỉ phương của d.

Câu 11: **Chọn C**

Ta có: $z=1-2i$ thì $\bar{z}=1+2i$

Câu 12: **Chọn B**

Ta có: $\log_a(ab)=\log_a a+\log_a b=1+\log_a b$.

Câu 13: **Chọn A**

Ta có $\log_5(2x+1)=2 \Leftrightarrow 2x+1=25 \Leftrightarrow x=12$

Câu 14: **Chọn A**

Ta có $\int f(x)dx=\int(3x^2+\sin x)dx=x^3-\cos x+C$.

Câu 15: **Chọn A**

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S=2\pi rl=2.\pi.4.3=24\pi$.

Câu 16: **Chọn B**

Ta có: $y'=(x^2-x)'.2^{x^2-x}.\ln 2=(2x-1).2^{x^2-x}.\ln 2$.

Câu 17: **Chọn D**

Câu 18: **Chọn A**

Điểm biểu diễn của số phức $z=i(1+2i)=i+2i^2=-2+i$ là điểm $M(-2;1)$.

Câu 19: **Chọn D**

Số cách chọn ba học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh bằng số các tổ hợp chập 3 của 15 phần tử hay có C_{15}^3 (cách).

Câu 20: **Chọn D**

+ Ta có $|z_1+2\bar{z}_2|=|2+i+2(1-3i)|=|4-5i|=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$.

Câu 21: **Chọn B**

Câu 22: **Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

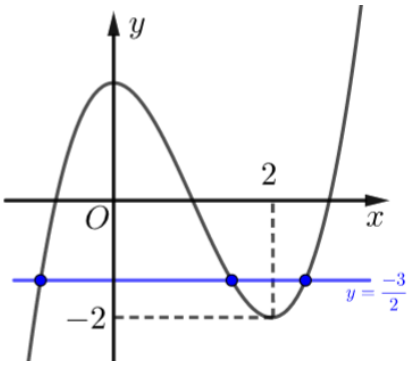
+ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$, nên $y=0$ là đường tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$, nên $y=1$ là đường tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=-\infty$, nên $x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy, tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 23: **Chọn C**



Ta có: $2f\left(x\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{-3}{2}$.

Đường thẳng $y=\dfrac{-3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại ba điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 24: **Chọn C**

Hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ lên trục Oy có dạng $H\left(0;y_0;0\right)$

Do đó hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục Oy là $H\left(0;1;0\right)$.

Câu 25: **Chọn A**

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $\left(P\right):5x+y-z-3=0$.

Do đó một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ là $\vec{n}=\left(5;1;-1\right)$.

Câu 26: **Chọn C**

Diện tích phần hình phẳng tô đậm trong hình vẽ là:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left|x^2-2x-1-\left(-x^2+3\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left|2x^2-2x-4\right|\mathrm{d}x.$$

Vì $2x^2-2x-4\le 0\ \forall x\in\left[-1;2\right]$ nên $S=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 27: **Chọn C**

Ta có: $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x\left(x+1\right)^2\left(x-2\right)^2\left(x-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-1\\ x=2\\ x=3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f\left(x\right)$ có 2 cực trị.

Câu 28: **Chọn B**

$$2^{2x^2-7x+5} \le 1 \Leftrightarrow 2x^2-7x+5 \le \log_2 1 \Leftrightarrow 2x^2-7x+5 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le \frac{5}{2}$$

Vậy $S = \left[1;\frac{5}{2}\right]$.

Câu 29: **Chọn C**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Vì $f(x)$ là hàm đa thức $\Rightarrow f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow f(x)$ liên tục trên $[2;4]$

$$f(x) = x^3 - 3x + 5 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \notin [2;4] \\ x = -1 \notin [2;4] \end{array}\right.$$

Ta có: $f(2) = 7$

$f(4) = 57$

$\Rightarrow \min\limits_{[2;4]} f(x) = 7$ khi $x = 2$.

Câu 30: **Chọn B**

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Vì $d \perp (P) \Rightarrow$ VTCP của d là VTPT của $(P) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = (-1;1;1)$.

d qua điểm $I(-3;0;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (-1;1;1)$

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \qquad\quad , t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

Câu 31: **Chọn D**

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = \dfrac{3}{2} \\ z_1 z_2 = 2 \end{cases}$.

$$\omega = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2 = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} + iz_1z_2 = \frac{\frac{3}{2}}{2} + 2i = \frac{3}{4} + 2i.$$

Câu 32: **Chọn C**

Gọi O là trung điểm BC, vì tam giác ABC vuông tại A nên $OA = \dfrac{BC}{2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó hình trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có bán kính đáy $r = OA = a\sqrt{3}$, $h = AA' = 2a$

Vậy thể tích khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = \pi r^2.h = 6\pi a^3$.

Câu 33: **Chọn B**

Diện tích mái vòm là nửa diện tích xung quanh hình trụ có chiều cao $h = 25\text{m}$, bán kính đáy $r = 4\text{m}$

$S_{xq} = \frac{1}{2}.(2\pi rh) = \frac{1}{2}.(2\pi.4.25) = 100\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Câu 34: **Chọn B**

Dựa vào đồ thị suy ra: $a < 0,\ d > 0$.

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = m > 0 \end{array}\right.$.

Với $x_1 = 0$, suy ra $y'(0) = 0 \Leftrightarrow c = 0.$

Với $x_2 = m > 0$, suy ra $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} > 0, \Leftrightarrow b > 0.$

Vậy $a < 0,\ d > 0.\ c = 0.\ b > 0.$

Câu 35: **Chọn D**

Ta có: $z_1 z_2 = (2 - 5i)(-3 - 4i) = -6 - 8i + 15i - 20 = -26 + 7i.$

Vậy phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là 7.

Câu 36: **Chọn D**

Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng SC và AC bằng góc SCA.

Xét tam giác ADC vuông tại D có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, suy ra góc $SCA = 30^0$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^0.

Câu 37: **Chọn A**

Số giao điểm của hai đồ thị bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 3 = 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 + 3$ và đồ thị hàm số $y = 3x + 1$ có 2 giao điểm.

Câu 38: **Chọn A**

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M(1;1;3)$.

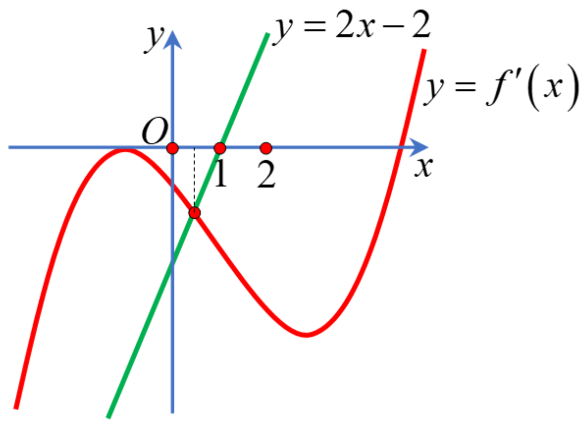
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB: \begin{cases} \text{đi qua } M(1;1;3) \\ \text{vtpt } \overrightarrow{AB} = (6;2;4) \Rightarrow \vec{n} = (3;1;2) \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $3(x-1) + (y-1) + 2(z-3) = 0$

$\Leftrightarrow 3x+y+2z-10=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $3x+y+2z-10=0$.

Câu 39: **Chọn D**



Ta có: $f(x)>x^2-2x+m\ \left(\forall x\in(1;2)\right) \Leftrightarrow f(x)-x^2+2x>m\ \left(\forall x\in(1;2)\right)\ (*)$.

Gọi $g(x)=f(x)-\left(x^2-2x\right)$

$\Rightarrow g'(x)=f'(x)-(2x-2)$

Theo đồ thị ta thấy $f'(x)<(2x-2)\ \left(\forall x\in[1;2]\right)\Rightarrow g'(x)<0\ \left(\forall x\in[1;2]\right)$.

Vậy hàm số $y=g(x)$ liên tục và nghịch biến trên $[1;2]$

Do đó $(*) \Leftrightarrow m\le \min\limits_{[1;2]} g(x)=g(2)=f(2)$.

Câu 40: **Chọn D**

Ta có: $f(x)=F'(x)=1$ và $g(x)=G'(x)=2x$

$\Rightarrow h(x)=f(x).g(x)=2x\Rightarrow H(x)=\int h(x)\mathrm{d}x=\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

Mà $H(1)=3\Rightarrow 1^2+C=3\Leftrightarrow C=2\Rightarrow H(x)=x^2+2$.

Câu 41: **Chọn D**

Gọi sau năm thứ n thì số tiền lương ông A phải trả cho nhân viên là 1 tỉ đồng, khi đó ta có

$600000000.(1+0,15)^n=1000000000\Leftrightarrow n=\log_{1,15}\left(\dfrac{1000000000}{600000000}\right)\approx 3,65$.

Vậy sau 4 năm thì số tiền lương ông A phải trả vượt mức 1 tỉ đồng.

Câu 42: **Chọn C**

Ta có: $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{10} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_2^{10} f(x)\mathrm{d}x=6$.

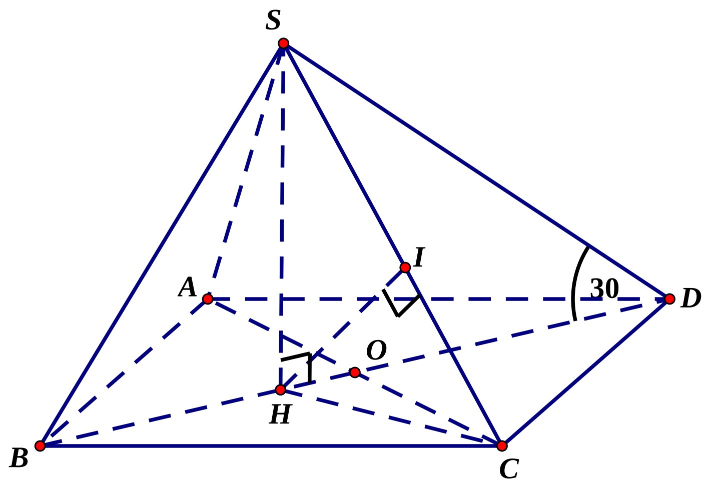
Xét $P=\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

x	0	1
t	0	2

Lúc đó: $P=\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$.

Câu 43: **Chọn A**



Gọi H là trọng tâm tam giác ΔABC, O là tâm của hình thoi $ABCD$.

Do $SH\perp(ABCD)$: $\left(SD,(ABCD)\right)=SDH=30°$.

Xét tam giác ΔSDH vuông tại H có: $SDH=30°$; $HD=\frac{2}{3}BD=\frac{4}{3}BO=\frac{4}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$\frac{SH}{HD}=\tan SDH\Rightarrow SH=HD.\tan SDH=\frac{2a\sqrt{3}}{3}.\tan 30°=\frac{2a}{3}$.

Từ H hạ $HI\perp SC$ tại I.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} HI\perp SC \\ HI\perp CD\ \left(CD\perp(SHC)\right) \\ SC,CD\subset(SCD) \\ SC\cap CD=\{C\} \end{array}\right\}\Rightarrow HI\perp(SCD)$

Từ đó, khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD): $d\left(H,(SCD)\right)=HI$.

Xét tam giác ΔSHC vuông tại H, đường cao HI:

$$HI=\frac{HS.HC}{\sqrt{HS^2+HC^2}}=\frac{\frac{2a}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{2a}{3}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}}=\frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

Mặt khác: $\frac{d\left(B,(SCD)\right)}{d\left(H,(SCD)\right)}=\frac{DB}{DH}=\frac{3}{2}$.

Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD):

$$d\left(B,(SCD)\right)=\frac{3}{2}d\left(H,(SCD)\right)=\frac{3}{2}HI=\frac{3}{2}.\frac{2a\sqrt{21}}{21}=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 44: **Chọn D**

Số cách chọn 4 đội cho bảng A là C_{12}^4. Khi đó sẽ có C_8^4 số cách chọn 4 đội cho bảng B và số cách chọn 4 đội cho bảng C là C_4^4.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là: $n_{(\Omega)}=C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$.

Đặt T là biến cố: "3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng khác nhau".

Số cách chọn 1 đội Việt Nam và 2 đội nước ngoại cho bảng A là $C_3^1.C_9^3$. Với mỗi cách chọn cho bảng A ta có $C_2^1.C_6^3$ số cách chọn 1 đội Việt Nam và 2 đội nước ngoại cho bảng B. Khi đó, số cách chọn 1 đội Việt Nam và 2 đội nước ngoại cho bảng C là $C_1^1.C_3^3$.

Số phần tử của biến cố T là: $n_{(T)}=C_3^1.C_9^3C_2^1.C_6^3.C_1^1.C_3^3$.

Xác suất cần tính là $P_{(T)}=\dfrac{n_{(T)}}{n_{(\Omega)}}=\dfrac{C_3^1.C_9^3C_2^1.C_6^3.C_1^1.C_3^3}{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4}=\dfrac{16}{55}$.

Câu 45: **Chọn B**

Do $a>b>1$ nên $\log_a b>0$, $\log_b a>0$ và $\log_b a>\log_a b$.

Ta có: $\dfrac{1}{\log_b a}+\dfrac{1}{\log_a b}=\sqrt{2022}$

$\Leftrightarrow \log_b a+\log_a b=\sqrt{2022}$

$\Leftrightarrow \log_b^2 a+\log_a^2 b+2=2022$

$\Leftrightarrow \log_b^2 a+\log_a^2 b=2020$ (*)

Khi đó, $P=\log_b ab-\log_a ab=\log_b a+\log_b b-\log_a a-\log_a b=\log_b a-\log_a b$

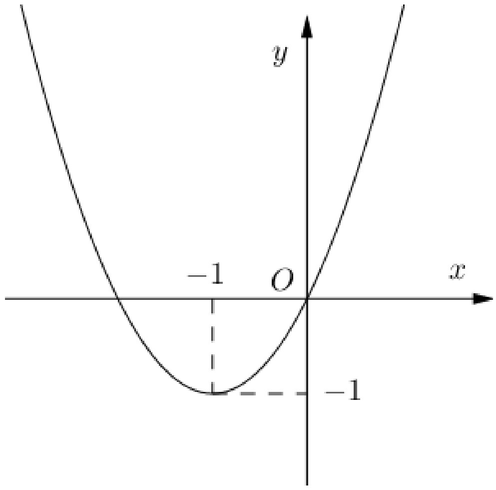
Suy ra: $P^2=\left(\log_b a-\log_a b\right)^2=\log_b^2 a+\log_a^2 b-2=2020-2=2018\Rightarrow P=\sqrt{2018}$

Câu 46: **Chọn B**

Ta có $y'=(2x+2)f'\left(x^2+2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ f'\left(x^2+2x\right)=0\quad(1)\end{array}\right.$.

Từ BBT ta thấy phương trình $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2+2x=a<-1 & (2)\\ x^2+2x=b\in(-1;1) & (3)\\ x^2+2x=c>1 & (4)\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ có dạng



Từ đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ ta thấy phương trình (2) vô nghiệm; phương trình (3) ; phương trình (4) đều có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó $y' = 0$ có 5 nghiệm đơn phân biệt. Vậy hàm số $y = f\left(x^2 + 2x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 47: **Chọn C**

Xét phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = 1$ (1)

Đặt $t = x^3 - 3x$, ta có bảng biến thiên của hàm số $t = g\left(x\right) = x^3 - 3x$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy

+ Với mỗi $t_0 > 2$ hoặc $t_0 < -2$, phương trình $t_0 = x^3 - 3x$ có một nghiệm;

+ Với mỗi $-2 < t_0 < 2$, phương trình $t_0 = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm.

Khi đó, (1) trở thành $\left|f\left(t\right)\right| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(t\right) = 1 \\ f\left(t\right) = -1 \end{array}\right.$

* TH 1: $f\left(t\right) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = t_1 \in \left(-2;0\right) \\ t = t_2 \in \left(0;2\right) \\ t = t_3 \in \left(2;+\infty\right) \end{array}\right.$

+ Với $t = t_1 \in \left(-2;0\right) \Rightarrow$ Phương trình $t_1 = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm;

+ Với $t = t_2 \in \left(0;2\right) \Rightarrow$ Phương trình $t_2 = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm;

+ Với $t = t_3 \in \left(2;+\infty\right) \Rightarrow$ Phương trình $t_3 = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm;

* TH 2: $f(t)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=t_4\in(-\infty;-2) \\ t=t_5\in(2;+\infty) \end{array}\right.$

+ Với $t=t_4\in(-\infty;-2) \Rightarrow$ Phương trình $t_4=x^3-3x$ có 1 nghiệm;

+ Với $t=t_5\in(2;+\infty) \Rightarrow$ Phương trình $t_5=x^3-3x$ có 1 nghiệm.

Mặt khác, các nghiệm này đều phân biệt. Vậy phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=1$ có 9 nghiệm phân biệt.

Câu 48: **Chọn A**

Đặt $\log_c a=x, \log_c b=y$.

Vì $a,b,c>1$ và $a>b$ nên suy ra $\log_c a>\log_c b$ hay $x>y>0$.

Từ giả thiết suy ra: $4\left(\frac{1}{\log_c a}+\frac{1}{\log_c b}\right)=25.\frac{1}{\log_c ab} \Leftrightarrow \frac{4}{x}+\frac{4}{y}=\frac{25}{x+y}$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+y)^2}{xy}=\frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{17}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{y}=4 \\ \frac{x}{y}=\frac{1}{4} \end{array}\right. \Rightarrow x=4y \text{ (vì } x>y\text{)}.$$

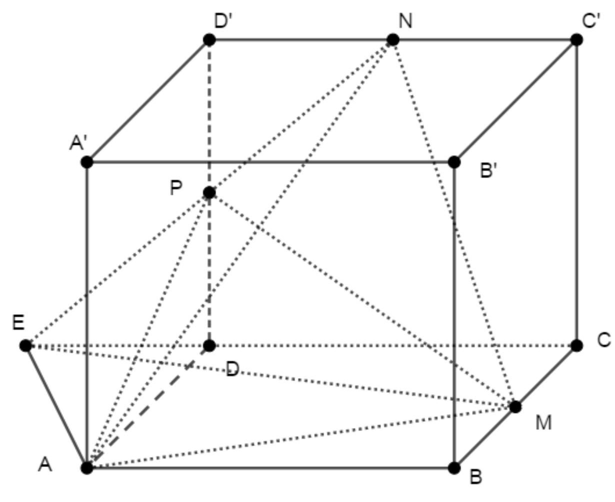
Ta có: $\log_b a+\log_a c+\log_c b=\frac{\log_c a}{\log_c b}+\frac{1}{\log_c a}+\log_c b = \frac{x}{y}+\frac{1}{x}+y$

$$=\frac{x}{y}+\frac{1}{4y}+y\geq 4+2\sqrt{\frac{1}{4y}.y}=5.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $y=\frac{1}{2}$ và $x=2$, tức là $a=c^2;c=b^2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức đã cho bằng 5.

Câu 49: **Chọn A**



$NP\cap CD=E$. Đặt $DC=2d$, $BC=2r$.

$S_{EMA}=S_{ECBA}-S_{EMC}-S_{ABM}=5dr-\frac{3}{2}dr-dr=\frac{5}{2}dr.$

$V_{NEAM}=\frac{1}{3}S_{EMA}.d(N,(EMA))=\frac{1}{3}S_{EMA}.CC'=\frac{5}{24}.4dr.CC'=\frac{5}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}=30.$

$V_{NPAM}=\frac{1}{2}V_{NEAM}=15.$

Câu 50: **Chọn D**

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+1+a>0 \\ x+1>0 \end{cases}$ (*)

Phương trình tương đương với $e^{x+a}-e^x-\left(\ln(1+x+a)-\ln(1+x)\right)=0$.

Đặt $f(x)=\mathrm{e}^{x+a}-e^x$, $g(x)=\ln(1+x+a)-\ln(1+x)$, $Q(x)=f(x)-g(x)$

Phương trình đã cho viết lại thành $Q(x)=0$

+) Với $a=0$ thì $Q(x)=0$ (luôn đúng với mọi x thoả mãn (*)).

+) Với $a>0$ có (*) tương đương với $x>-1$, $f(x)$ đồng biến và $g(x)$ nghịch biến với $x>-1$

Khi đó, $Q(x)$ đồng biến với $x>-1$. (1)

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1)^+} Q(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(e^{x+a}-e^x-\ln\frac{1+x+a}{1+x}\right)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left[e^{x+a}-e^x-\ln\left(1+\frac{a}{1+x}\right)\right]=-\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} Q(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[e^x\left(e^a-1\right)-\ln\left(1+\frac{a}{1+x}\right)\right]=+\infty \end{cases}$ (2)

Kết hợp (1), (2) thì phương trình $Q(x)=0$ có nghiệm duy nhất.

+) Với $a<0$ có (*) tương đương với $x>-1-a$, $g(x)$ đồng biến và $f(x)$ nghịch biến với $x>-1-a$.

Khi đó, $Q(x)$ nghịch biến với $x>-1-a$. (3)

Ta có:

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-1-a)^+} Q(x)=\lim\limits_{x\to(-1-a)^+}\left(e^{x+a}-e^x-\ln\frac{1+x+a}{1+x}\right)=\lim\limits_{x\to(-1-a)^+}\left[e^{x+a}-e^x-\ln\left(1+\frac{a}{1+x}\right)\right]=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} Q(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[e^x\left(e^a-1\right)-\ln\left(1+\frac{a}{1+x}\right)\right]=-\infty \end{cases}$ (4)

Kết hợp (3), (4) suy ra $Q(x)=0$ có nghiệm duy nhất.

Do a là số nguyên trên đoạn $[-10;10]$ nên kết hợp 3 trường hợp trên thấy có 20 giá trị của a thoả mãn điều kiện của bài.

--------------HẾT---------------

Đề 4 Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 BÀI THI: TOÁN *Thời gian: 90 phút*

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;-2)$ và điểm $B(3;-1;4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x-2y+3x-3$ **B.** $x-2y+3z+11=0$ **C.** $x+2y+3z-1=0$ **D.** $x-2y+3z-7=0$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-10=0$ và điểm $A(0;-1;2)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P).

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 2 **C.** $\frac{10}{3}$ **D.** 3.

Câu 3: Cho $\int_1^3 f(x)dx=4$. Tính $\int_0^1 f(2x+1)dx$.

A. 2 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 1

Câu 4: Cho $\log_2 3=a$. Tính $\log_6 72$ theo a.

A. $\frac{2a+4}{a+1}$ **B.** $2-\frac{1}{a+1}$ **C.** $2+\frac{1}{a+1}$ **D.** $\frac{3a+2}{a+1}$

Câu 5: Biết rằng hàm số $y=-x^3+3x^2+2022$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $a+b>4$ **B.** $b-a>2$ **C.** $b-a\le 2$ **D.** $a+b<0$

Câu 6: Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(2\sin^2 x-1)f(\sin 2x)dx$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** -2

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $y=mx+m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ tại ba điểm phân biệt?

A. vô số **B.** 11 **C.** 13 **D.** 14

Câu 8: Có bao nhiêu giá trị thực của m để bất phương trình $4^x-(m+1)2^x+m<0$ vô nghiệm?

A. 2 **B.** vô số **C.** 1 **D.** 0

Câu 9: Cho số phức $z=(1+i)^{2022}$. Tìm phần ảo của số phức $z+\overline{z}$.

A. 2022 **B.** 2^{1011} **C.** 0 **D.** $2^{1011}i$

Câu 10: Cho tứ diện đều ABCD có thể tích bằng 1. Tìm độ dài các cạnh của tứ diện.

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $6\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt[3]{6\sqrt{2}}$

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\frac{8}{3}x^3+2\ln x-mx$ đồng biến trên $(0;1)$.

A. 5 **B.** 6 **C.** 10 **D.** vô số

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $F'(5x)=f(5x)$ **B.** $F'(5x)=5f(5x)$ **C.** $F'(5x)=5f(x)$ **D.** $F'(5x)=\frac{1}{5}f(x)$

Câu 13: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{x}-2\right)}$.

A. $(2;9)$ **B.** $[4;9]$ **C.** $(2;9]$ **D.** $(4;9]$

Câu 14: Biết z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Tính $\left|z_1^3+z_2^3\right|$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 15: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ là:

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 16: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ nội tiếp một mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích hình lập phương đó.

A. $\frac{8}{\sqrt{3}}$ **B.** $\frac{8}{3\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **D.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

Câu 17: Phần ảo của số phức $z=i(1+2i)^2$ là:

A. 3 **B.** -5 **C.** -3 **D.** 5

Câu 18: Cho tứ diện đều ABCD. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

A. 45^0 **B.** 30^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_1+u_3=10, u_4+u_6=80$. Tìm công bội q của cấp số nhân này.

A. $q=2$ **B.** $q=5$ **C.** $q=3$ **D.** $q=10$

Câu 20: Cho a,b là các số thực dương, $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$. Tính $\log_{\sqrt{a}} ab$.

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 3 **C.** 4 **D.** 6

Câu 21: Nếu tăng bán kính của mặt cầu lên 4 lần thì diện tích mặt cầu tăng lên bao nhiêu lần?

A. 16 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 64

Câu 22: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có AC’ = 1. Tính thể tích của hình lập phương.

A. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 23: Cho hình lăng trụ ABC.A’B’C’ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm tam giác ABC. Thể tích hình chóp G.A’B’C’ bằng:

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^4-mx^2+1$ đồng biến trên $(2;3)$?

A. 8 **B.** 18 **C.** 9 **D.** 19

Câu 25: Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|x^2-3x+2\right|$ là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 4

Câu 26: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-2|=|\bar{z}+i|$ là đường thẳng:

A. $4x+2y-3=0$ **B.** $4x+2y+3=0$ **C.** $4x-2y-3=0$ **D.** $4x-2y+3=0$

Câu 27: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số biết rằng ba chữ số này đôi một khác nhau và thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;5\}$.

A. 36 **B.** 21 **C.** 12 **D.** 24

Câu 28: Số phức liên hợp của số phức $z=\dfrac{i}{1+i}$ là:

A. $\dfrac{-i}{1+i}$ **B.** $\dfrac{i}{1-i}$ **C.** $\dfrac{i}{i+1}$ **D.** $\dfrac{1-i}{2}$

Câu 29: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{16}{\sqrt{x}}$.

A. 8 **B.** $3\sqrt{8}$ **C.** 16 **D.** 12

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2z+4y-6z+2m=0$. Số giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu là:

A. 2 **B.** 6 **C.** 4 **D.** vô số

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2\left(x^2-x\right)^3\left(x^2-2x\right)^5$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 32: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và mặt phẳng $(Q): x-y=0$. Tìm giao điểm của hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ **C.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $\left|x^3-3x^2+2\right|=m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 34: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x=0$ và đồ thị các hàm số $y=\sqrt{x}$ và $y=6-x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S=\int_0^4\left(\sqrt{x}-6-x\right)dx$. **B.** $S=\pi\int_0^4\left(\sqrt{x}-6+x\right)dx$

C. $S=\int_0^4\left(\sqrt{x}-6+x\right)dx$ **D.** $S=\int_0^4\left(6-x-\sqrt{x}\right)dx$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng Oxy.

A. $B(1;2;0)$ **B.** $B(1;2;3)$ **C.** $B(0;0;3)$ **D.** $B(-1;-2;3)$

Câu 36: Bất phương trình $\left[\log(x-2)\right]^2\le\log(x-2)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 9 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 12

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+3}{3}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Biết đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $A(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

A. 1 **B.** -1 **C.** -2 **D.** 2

Câu 38: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2}=10$ là:

A. 0 **B.** $\log_3 10$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{\log_3 10}$

Câu 39: Cho hình trụ có thể tích bằng 48π và độ dài đường sinh bằng 3. Tìm bán kính đáy của hình trụ.

A. $4\sqrt{\pi}$ **B.** 8 **C.** 4 **D.** 16

Câu 40: Tung một con xúc sắc đồng chất cân đối ba lần. Tính xác suất để có ít nhất một lần xuất hiện mặt có 6 chấm:

A. $\left(\frac{5}{6}\right)^3$ **B.** $1-\left(\frac{1}{6}\right)^3$ **C.** $\left(\frac{1}{6}\right)^3$ **D.** $1-\left(\frac{5}{6}\right)^3$

Câu 41: Cho hai khối cầu $(S_1),(S_2)$ cò cùng bán kính 2 thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).

A. $\frac{10\pi}{3}$ **B.** 3π **C.** $\frac{16\pi}{5}$ **D.** 8π

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{7}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{7}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **D.** $\frac{a\sqrt{42}}{4}$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại $B, AB=2a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI}=3\overrightarrow{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{8a^3}{3}$ **B.** $\frac{8a^3}{9}$ **C.** $\frac{4a^3}{9}$ **D.** $\frac{4a^3}{3}$

Câu 44: Cho hàm số $g(x)$ có đạo hàm với mọi x và thỏa mãn $g(0)=1$ và

$$2^{g'(x)}+\log_2\left[g'(x)+2x\right]=1+4^{g(x)+x^2-x}+\log_2\left(g(x)+x^2\right).$$

Tính $\int_0^1 g(x)dx$.

A. $\frac{e}{2}-\frac{13}{24}$ **B.** $e-\frac{9}{8}$ **C.** $\frac{e}{2}+\frac{11}{24}$ **D.** $e-\frac{25}{24}$

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $\left|z^2+2z+2\right|=\left|z^2-2iz-2\right|$ và số phức $w=z+2-4i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là:

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{10}$ **C.** $1+\sqrt{2}$ **D.** 2

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left(-\frac{1}{2};2\right)$ thỏa mãn $f(0)=2, \int_0^1\left[f'(x)\right]^2dx=12-16\ln 2,$ $\int_0^1\frac{f(x)}{(x+1)^2}dx=4\ln 2-2$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $5+8\ln 2$ **B.** $3-8\ln 2$ **C.** $5-8\ln 2$ **D.** $7-8\ln 2$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+mx+16)$ với mọi x thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x)=f\left(x^2+x-2\right)$ có đúng k điểm cực trị với k là số nguyên lẻ?

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** Vô số

Câu 48: Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn $\ln(2x)+\ln y\ge\ln\left(x^2+y\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x^2-2x+2y$.

A. 2 **B.** ln2 **C.** 1 **D.** 2 – ln2

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình sau có 8 nghiệm thực phân biệt

$$\left(x^2-6|x|-1\right)^2-(m-5)|x|(|x|-6)+1-m=0$$

A. 7 **B.** Vô số **C.** 9 **D.** 8

Câu 50: Ông A dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 7% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \square$) ông A gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ để mua điện thoại trị giá 20 triệu đồng.

A. $x = 100$ **B.** $x = 90$ **C.** $x = 89$ **D.** $x = 88$

------HẾT------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.A	2.B	3.A	4.C	5.C	6.B	7.A	8.C	9.C	10.D
11.A	12.B	13.D	14.D	15.C	16.B	17.C	18.D	19.A	20.D
21.A	22.A	23.D	24.A	25.B	26.C	27.B	28.D	29.D	30.B
31.D	32.C	33.B	34.D	35.B	36.B	37.A	38.A	39.C	40.D
41.A	42.D	43.B	44.A	45.A	46.D	47.D	48.C	49.A	50.C

Câu 1 (TH) – *Phương trình mặt phẳng*

Phương pháp:

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTPT.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ có VTPT $\vec{n} = (A;B;C)$ có phương trình: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Cách giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-4;6) = 2(1;-2;3)$.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2;1;1)$

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTPT.

$\Rightarrow (\alpha): x-2-2(y-1)+3(z-1)=0$

$\Leftrightarrow x-2y+3z-3=0$

Chọn A.

Câu 2 (NB) – *Phương trình mặt phẳng*

Phương pháp:

Công thức tính khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ là:

$$d(M;(P)) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}.$$

Cách giải:

Ta có: $d(A,(P)) = \frac{|2.0-2.(-1)+2-10|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1}} = \frac{|-6|}{3} = 2.$

Chọn B.

Câu 3 (TH) – *Tích phân*

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đổi biến $t = 2x+1$ và đổi cận rồi tính tích phân cần tính.

Cách giải:

Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = 4.$

Đặt $2x+1 = t \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=1 \Rightarrow t=3 \end{cases}$

$$\Rightarrow I=\int_0^1 f(2x+1)dx=\frac{1}{2}\int_1^3 f(t)dt=\frac{1}{2}.4=2$$

Chọn **A.**

Câu 4 (TH) - *Logarit*

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\begin{cases} \log_a xy=\log_a x+\log_a y; \log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y \\ \log_{a^n} x=\dfrac{1}{n}\log_a x; \log_a x^m=m\log_a x \end{cases}$ (giả sử các biểu thức xác định).

Cách giải:

Ta có: $\log_6 72=\log_6\left(6^2.2\right)=\log_6 6^2+\log_6 2=2+\dfrac{1}{\log_2 6}=2+\dfrac{1}{\log_2 2+\log_2 3}=2+\dfrac{1}{1+a}$.

Chọn **C.**

Câu 5 (TH) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y=-x^3+3x^2+2022$ để tìm khoảng đồng biến $(a;b)$. Từ đó chọn đáp án đúng.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b) \Leftrightarrow f'(x)\ge 0 \forall x\in(a;b)$.

Cách giải:

Ta có: $y=-x^3+3x^2+2022 \Rightarrow y'=-3x^2+6x$

Hàm số đã cho đồng biến $\Leftrightarrow y'\ge 0 \Leftrightarrow -3x^2+6x\ge 0 \Leftrightarrow 3x(x-2)\le 0 \Leftrightarrow 0\le x\le 2$

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên $[0;2] \Rightarrow (a;b)\in[0;2] \Rightarrow b-a\le 2$.

Chọn **C.**

Câu 6 (VD) – *Tích phân*

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đổi biến $t=\sin 2x$ và đổi cận rồi tính tích phân cần tính.

Cách giải:

Đặt $t=\sin 2x \Rightarrow dt=2\cos 2x dx \Rightarrow -\dfrac{1}{2}dt=\left(2\sin^2 x-1\right)dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\dfrac{\pi}{4} \Rightarrow t=1 \end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2\sin^2 x-1\right)f(\sin 2x)dx=-\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt=-\frac{1}{2}.1=-\frac{1}{2}.$$

Chọn **B.**

Câu 7 (TH) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp:

Số giao điểm của đường thẳng $d: y=mx+m+3$ và đồ thị hàm số $(C): y=x^3-3x+1$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm (*) của hai đồ thị.

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có ba nghiệm phân biệt.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = mx + m + 3$ và đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 1$ là:

$x^3 - 3x + 1 = mx + m + 3 \Leftrightarrow x^3 - (m+3)x - m - 2 = 0 (*)$

$\Leftrightarrow x^3 + x^2 - x^2 - x - (m+2)x - m - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2(x+1) - x(x+1) - (m+2)(x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x - m - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x^2 - x - m - 2 = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ g(x) = x^2 - x - m - 2 = 0 (1) \end{array}\right.$

Số giao điểm của đường thẳng $d: y = mx + m + 3$ và đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 1$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm (*) của hai đồ thị.

$\Rightarrow (*)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\neq -1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4(m+2) > 0 \\ (-1)^2 - (-1) - m - 2 \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m + 8 > 0 \\ 1 + 1 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m + 9 > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Có vô số giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn A.

Câu 8 (VD) – *Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit*

Phương pháp:

Đặt $2^x = t\ (t > 0)$.

Khi đó bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow t^2 - (m+1)t + m < 0 (*)$.

Bất phương trình đã cho vô nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $t \le 0$.

Cách giải:

$4^x - (m+1)2^x + m < 0 (1)$

Đặt $2^x = t\ (t > 0)$.

Khi đó bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow t^2 - (m+1)t + m < 0 (*)$.

TH1: $m = 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow t^2 - 2t + 1 < 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 < 0 \Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm.

$\Rightarrow m = 1$ thỏa mãn.

TH1: $m \neq 1$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow t^2 - mt - t + m < 0$

$\Leftrightarrow t^2 - t - (mt - m) < 0$

$\Leftrightarrow t(t-1) - m(t-1) < 0$

$\Leftrightarrow (t-1)(t-m) < 0$

+) Với $m > 1 \Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (1; m) \subset (0; +\infty)$

$\Rightarrow$ Bất phương trình $(*)$ luôn có nghiệm $t > 0$

$\Rightarrow (1)$ luôn có nghiệm $x \Rightarrow m > 1$ không thỏa mãn.

+) Với $m<1\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(m;1)$

$\Rightarrow$ Bất phương trình $(*)$ luôn có nghiệm $0<t<1$

$\Rightarrow(1)$ luôn có nghiệm $x\Rightarrow m<1$ không thỏa mãn.

Vậy chỉ có $m=1$ thỏa mãn bài toán.

Chọn C.

Câu 9 (TH) – *Ôn tập Chương 4: Số phức*

Phương pháp:

Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in R)$ thì a là phần thực, b là phần ảo của số phức z.

Cách giải:

Ta có: $z=(1+i)^{2022}=\left[(1+i)^2\right]^{1011}=\left(1+2i+i^2\right)^{1011}=(2i)^{1011}=2^{1011}.i^{1011}$

$=2^{1011}i^{1010+1}=2^{2011}i^{1010}.i=2^{1011}.\left(i^2\right)^{505}.i=-2^{1011}.i$

$\Rightarrow\overline{z}=2^{1011}i$

$\Rightarrow z+\overline{z}=--2^{1011}.i+2^{1011}.i=0.$

$\Rightarrow$ Phần ảo của số phức $z+\overline{z}$ là 0.

Chọn C.

Câu 10 (TH) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nahnh khối chóp tam giác đều cạnh a là: $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Cách giải:

Gọi cạnh của tứ diện ABCD là a.

$\Rightarrow V_{ABCD}=1=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}\Leftrightarrow a^3=6\sqrt{2}\Leftrightarrow a=\sqrt[3]{6\sqrt{2}}$

Chọn D.

Câu 11 (TH) – *Hàm số mũ*

Phương pháp:

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\,\forall x\in(a;b)$.

Cách giải:

TXĐ: $D=(0;+\infty)$

Ta có: $y=\dfrac{8}{3}x^3+2\ln x-mx\Rightarrow y'=8x^2+\dfrac{2}{x}-m$

Hàm số đồng biến trên $(0;1)\Leftrightarrow y'>0\,\forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow 8x^2+\dfrac{2}{x}-m>0\,\forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow 8x^2+\dfrac{2}{x}>m\,\forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow m<\min\limits_{(0;1)}\left(8x^2+\dfrac{2}{x}\right)$

Xét hàm số $y=8x^2+\dfrac{2}{x}$ trên $(0;1)$ ta có: $y'=16x-\dfrac{2}{x^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 16x-\dfrac{2}{x^2}=0$

$\Leftrightarrow 16x^3=2\Leftrightarrow x^3=\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$	1
y'	$-$	0	$+$
$y=8x^2+\dfrac{2}{x}$	$+\infty$	6	$+\infty$

$\Rightarrow m<6.$

Lại có $m\in \mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5\}$.

Chọn **A.**

Câu 12 (TH) – *Nguyên hàm*

Phương pháp:

Ta có: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)\Rightarrow F'(x)=f(x)$.

Cách giải:

Ta có: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)\Rightarrow F'(x)=f(x)$

Có $F'(x)=(5x)'f(5x)=5f(5x)$.

Chọn **B.**

Câu 13 (TH) – *Hàm số lôgarit*

Phương pháp:

Hàm số $\sqrt{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x)\ge 0.$

Hàm số $\log_a f(x)$ xác định $\Leftrightarrow f(x)>0$

Giải bất phương trình $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1\\ f(x)>g(x)\end{cases}\\ \begin{cases}0<a<1\\ f(x)<g(x)\end{cases}\end{array}\right.$.

Cách giải:

Hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{x}-2\right)}$ xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ \sqrt{x}-2>0\\ \log_{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{x}-2\right)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ \sqrt{x}>2\\ \sqrt{x}-2\le\left(\frac{1}{2}\right)^0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ x>4\\ \sqrt{x}-2\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>4\\ \sqrt{x}\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>4\\ x\le 9\end{cases}\Leftrightarrow 4<x\le 9$

Chọn **D.**

Câu 14 (TH) – *Phương trình bậc hai với hệ số thực.*

Phương pháp:

Cách 1: Giải phương trình đã cho tìm z_1,z_2 rồi tính biểu thức đề bài cho.

Cách 2: Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases}z_1+z_2=1\\ z_1z_2=1\end{cases}$.

Theo đề bài ta có: $z_1^3+z_2^3=(z_1+z_2)\left[(z_1+z_2)^2-3z_1z_2\right]$ rồi tính modun hai vế.

Cách giải:

Xét phương trình: $z^2-z+1=0$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=1 \\ z_1z_2=1 \end{cases}$.

Theo đề bài ta có: $z_1^3+z_2^3=(z_1+z_2)\left[(z_1+z_2)^2-3z_1z_2\right]$ rồi tính modun hai vế.

$\Leftrightarrow z_1^3+z_2^3=1(1^2-3)$

$\Leftrightarrow z_1^3+z_2^3=-2$

$\Leftrightarrow \left|z_1^3+z_2^3\right|=|-2|=2.$

Chọn D.

Câu 15 (TH) – *Đường tiệm cận.*

Phương pháp:

Đường thẳng $x=a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y=f(x)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$.

Đường thẳng $y=b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y=f(x)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$.

Cách giải:

TXĐ: $D=[0;+\infty)$

Ta có không tồn tại giới hạn của hàm số khi $x\to -1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có TXĐ.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{1+\frac{1}{x}}=0\Rightarrow y=0$ là TCN của đồ thị hàm số.

Chọn C.

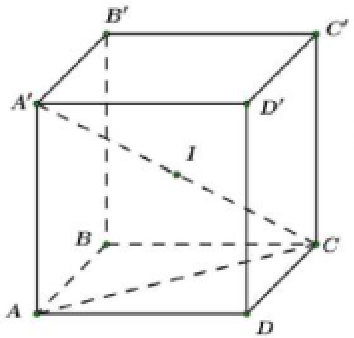
Câu 16 (TH) – *Mặt cầu*

Phương pháp:

Hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ nội tiếp mặt cầu bán kính $R=\dfrac{A'C}{2}=\dfrac{\sqrt{AA'^2+AD^2+AB^2}}{2}$.

Thể tích khối lập phương cạnh a là: $V=a^3$.

Cách giải:



Gọi cạnh của hình lập phương là a.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đã cho là $1\Rightarrow A'C=2$.

Áp dụng định lý Pytago cho ΔABC vuông tại A ta có: $AC^2=AD^2+AB^2=a^2+a^2=2a^2$.

Áp dụng định lý Pytago cho $\Delta AA'C$ vuông tại A ta có: $A'C^2=AC^2+AA'^2=2a^2+a^2=3a^2$.

$\Rightarrow 3a^2=2^2\Leftrightarrow a^2=\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow a=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow V=\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^3=\dfrac{8}{3\sqrt{3}}$.

Chọn B.

Câu 17 (TH) – *Cộng, trừ và nhân số phức*

Phương pháp:

Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Khi đó a là phần thực, b là phần ảo của số phức z.

Cách giải:

Ta có: $z=i\left(1+2i\right)^2=i\left(1+4i+4i^2\right)=i\left(4i-3\right)=4i^2-3i=-4-3i$

$\Rightarrow$ Phần ảo của số phức z là -3.

Chọn C.

Câu 18 (TH) – *Hai đường thẳng vuông góc (lớp 11)*

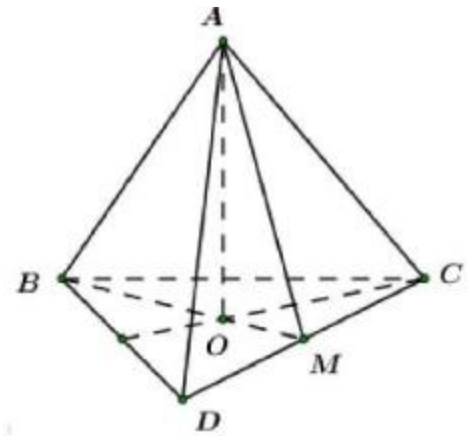
Phương pháp:

Gọi O là trọng tâm tam giác BC**D.** Khi đó $AO\perp\left(BCD\right)$.

Gọi M là trung điểm của C**D.**

Chứng minh $CD\perp\left(ABM\right)\Rightarrow CD\perp AB\Rightarrow\angle\left(CD,AB\right)=90^0$.

Cách giải:



Gọi O là trọng tâm tam giác BC**D.** Khi đó $AO\perp\left(BCD\right)$.

Gọi M là trung điểm của C**D.**

Ta có: $\begin{cases}AM\perp CD\\AO\perp CD\end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(ABM\right)\Rightarrow CD\perp AB\Rightarrow\angle\left(CD,AB\right)=90^0$.

Chọn D.

Câu 19 (TH) – *Cấp số nhân (lớp 11)*

Phương pháp:

Công thức tổng quát của CSN có số hạng đầu là u_1 và công bội $q:u_n=u_1q^{n-1}$.

Cách giải:

Theo đề bài ta có: $\begin{cases}u_1+u_3=10\\u_4+u_6=80\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+u_1q^2=10\\u_1q^3+u_1q^5=80\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+u_1q^2=10\\q^3\left(u_1+u_1q^2\right)=80\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+u_1q^2=10\\10q^3=80\left(*\right)\end{cases}$

$\Rightarrow\left(*\right)\Leftrightarrow q^3=8\Leftrightarrow q=2.$

Chọn A.

Câu 20 (TH) – Lôgarit

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\begin{cases}\log_a xy=\log_a x+\log_a y;\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y\\\log_{a^n}x=\dfrac{1}{n}\log_a x;\log_a x^m=m\log_a x\end{cases}$

Cách giải:

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} ab - \log_{a^{\frac{1}{2}}} ab = 2(\log_a a + \log_a b) = 2(1+2) = 6.$

Chọn **D.**

Câu 21 (TH) – *Mặt cầu*

Phương pháp:

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là: $S = 4\pi R^2$.

$\Rightarrow$ Nếu tăng bán kính mặt cầu lên k lần thì diện tích mặt cầu tăng k^2 lần.

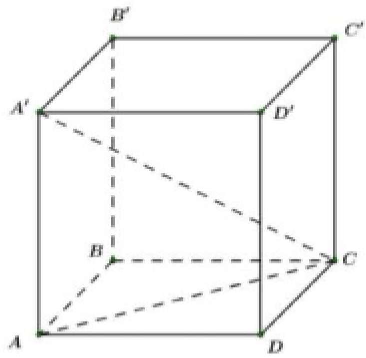
Cách giải:

Tăng bán kính mặt cầu lên 4 lần thì diện tích mặt cầu tăng 16 lần.

Chọn **A.**

Câu 22 (TH) – *Mặt cầu*

Phương pháp:



Áp dụng định lý Pitago cho các tam giác vuông để tính cạnh của hình lập phương.

Thể tích khối lập phương cạnh a là: $V = a^3$.

Cách giải:

Gọi cạnh của hình lập phương là a.

Áp dụng định lý Pytago cho ΔABC vuông tại A ta có: $AC^2 = AD^2 + AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$.

Áp dụng định lý Pytago cho $\Delta AA'C$ vuông tại A ta có: $A'C^2 = AC^2 + AA'^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$.

$$\Rightarrow 3a^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\Rightarrow V = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{1}{3\sqrt{3}}.$$

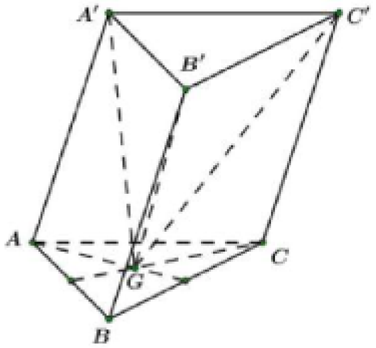
Chọn **A.**

Câu 23 (TH) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện.*

Phương pháp:

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}Sh.$

Cách giải:



Gọi h là chiều cao của lăng trụ $\Rightarrow V_h = hS_{ABC} = 1.$

Khi đó ta có: $V_{G.A'B'C'} = \frac{1}{3}d\left(G;\left(A'B'C'\right)\right).S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}h.S_{A'B'C'} = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$.

Chọn D.

Câu 24 (TH) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right) \Leftrightarrow f'\left(x\right) \ge 0 \forall x \in \left(a;b\right)$.

Cách giải:

Ta có: $y = x^4 - mx^2 + 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 2mx.$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(2;3\right) \Leftrightarrow y' \ge 0 \forall x \in \left(2;3\right)$

$\Leftrightarrow 4x^3 - 2mx \ge 0 \forall x \in \left(2;3\right)$

$\Leftrightarrow 2x\left(2x^2 - m\right) \ge 0 \forall x \in \left(2;3\right)$

$\Leftrightarrow 2x^2 - m \ge 0 \forall x \in \left(2;3\right)$

$\Leftrightarrow m \le 2x^2 \forall x \in \left(2;3\right)$

$\Leftrightarrow m \le \underset{\left(2;3\right)}{Min}\, 2x^2.$

Xét hàm số $y = 2x^2$ trên $\left(2;3\right)$ ta có: $y' = 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \notin \left(2;3\right)$

Ta có bảng xét dấu:

x	0 2 3
y'	0 + +
$y = 2x^2$	18 8 0

$\Rightarrow m \le 8$

Lại có: $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \left\{1;2;3;4;5;6;7;8\right\}$.

Chọn A.

Câu 25 (TH) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

Số điểm cực trị của hàm số $y = \left|f\left(x\right)\right|$ là $S = a + b$ với a là số cực trị của hàm số $y = f\left(x\right)$ và b là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ với trục Ox.

Cách giải:

Xét hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ ta có: $y' = 2x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ có 1 cực trị.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ với trục hoành ta có:

$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x-2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

$\Rightarrow$ Số điểm cực trị của hàm số $y = \left|x^2 - 3x + 2\right|$ là: $S = 1 + 2 = 3$ cực trị.

Chọn B.

Câu 26 (VD) – *Bài toán quỹ tích số phức*

Phương pháp:

Gọi số phức $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \overline{z} = x - yi.$

Modul của số phức z là: $\left|z\right| = \sqrt{x^2 + y^2}.$

Điểm $M\left(x; y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Cách giải:

Gọi số phức $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \overline{z} = x - yi.$ Ta có:

$\left|z - 2\right| = \left|\overline{z} + i\right|$

$\Leftrightarrow \left|x + yi - 2\right| = \left|x - yi + i\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x-2\right)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + \left(y-1\right)^2}$

$\Leftrightarrow \left(x-2\right)^2 + y^2 = x^2 + \left(y-1\right)^2$

$\Leftrightarrow 4 - 4x = 1 - 2y$

$\Leftrightarrow 4x - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z đã cho là đường thẳng có phương trình $4x - 2y - 3 = 0.$

Chọn C.

Câu 27 (TH) – ***Quy tắc đếm (lớp 11)***

Phương pháp:

Gọi số điểm cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3}, a_1, a_2, a_3 \in \left\{0;1;2;3;5\right\}$. Số cần tìm là số chẵn $\Rightarrow a_3 \in \left\{0;2\right\}.$

Xét các TH: $a_3 = 0$ và $a_3 = 2.$

Cách giải:

Gọi số điểm cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3}, a_1, a_2, a_3 \in \left\{0;1;2;3;5\right\}$. Số cần tìm là số chẵn $\Rightarrow a_3 \in \left\{0;2\right\}.$

+) Với $a_3 = 0 \Rightarrow$ Số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_20}.$

$\Rightarrow a_1, a_2$ có $A_4^2 = 12$ cách chọn.

$\Rightarrow$ có 12 số thỏa mãn.

+) Với $a_3 = 2 \Rightarrow$ Số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_22}.$

$a_1 \ne 0 \Rightarrow a_1$ có 3 cách chọn

a_2 có 3 cách chọn.

$\Rightarrow$ có 3.3 = 9 số thỏa mãn.

$\Rightarrow$ có 12 + 9 = 21 số thỏa mãn bài toán.

Chọn B.

Câu 28 (VD) – ***Phép chia số phức***

Phương pháp:

Cho số phức $z = a + bi\left(a, b \in \mathbb{R}\right)$. Khi đó số phức liên hợp của z là $\overline{z} = a - bi.$

Cách giải:

Ta có: $z = \dfrac{i}{1+i} = \dfrac{i\left(1-i\right)}{\left(1+i\right)\left(1-i\right)} = \dfrac{1-i^2}{2} = \dfrac{1+i}{2}$

$\Rightarrow$ Số phức liên hợp với số phức đã cho là: $\overline{z} = \dfrac{1-i}{2}.$

Chọn D.

Câu 29 (VD) – *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp:

Cách 1:

+) Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[a;b\right]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y'=0$ tìm các nghiệm x_i.

+) Tính các giá trị $f\left(a\right), f\left(b\right), f\left(x_i\right)\left(x_i\in\left[a;b\right]\right)$. khi đó:

$\min\limits_{\left[a;b\right]} f\left(x\right)=\min\left\{f\left(a\right); f\left(b\right); f\left(x_i\right)\right\}; \max\limits_{\left[a;b\right]} f\left(x\right)=\max\left\{f\left(a\right); f\left(b\right); f\left(x_i\right)\right\}$

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $\left[a;b\right]$.

Cách giải:

Xét hàm số $y=x+\dfrac{16}{\sqrt{x}}$ ta có:

TXĐ: $D=\left(0;+\infty\right)$.

$$y'=1-\frac{16.\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}=1-\frac{8}{x\sqrt{x}}=\frac{x\sqrt{x}-8}{x\sqrt{x}}$$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x\sqrt{x}-8=0\Leftrightarrow x\sqrt{x}=8$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}\right)^3=2^3\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4\left(tm\right)$

Ta có bảng xét dấu:

x	0 4 $+\infty$
y'	$-$ 0 $+$
$y=x+\dfrac{16}{\sqrt{x}}$	$+\infty$ $+\infty$ 12

$\Rightarrow \min\limits_{\left(0;+\infty\right)}=12$ khi $x=4$.

Chọn D.

Câu 30 (TH) – *Phương trình mặt cầu*

Phương pháp:

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0$.

Cách giải:

Ta có: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+2m=0$ có: $a=1, b=-2, c=3, d=2m$.

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow 1^2+\left(-2\right)^2+3^2-2m>0$

$\Leftrightarrow 2m<14$

$\Leftrightarrow m<7$

Mà $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\left\{1;2;3;4;5;6\right\}$.

Chọn D.

Câu 31 (VD) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

Số điểm cực trị của hàm số $f\left(x\right)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'\left(x\right)=0$.

Cách giải:

Ta có:

$f'(x)=0$

$\Leftrightarrow x^2(x^2-x)^3(x^2-2x)^5=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-x=0 \\ x^2-2x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=0 \\ x=1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Trong đó:

$x=0$ là nghiệm bội 10.

$x=1$ là nghiệm bội 3.

$x=5$ là nghiệm bội 5.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị $x=1$ và $x=5$.

Chọn D.

Câu 32 (VD) – *Phương trình đường thẳng trong không gian*

Phương pháp:

- Gọi Δ là giao điểm của hai mặt phẳng (P) và (Q).
- Tọa độ các giao điểm của hai mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ x-y=0 \end{cases}$.
- Cho lần lượt $x=0, x=1$ tìm tọa độ 2 điểm $A, B \in \Delta$.
- Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, **B.**
- Dựa vào các đáp án chọn điểm đi qua phù hợp và viết phương trình đường thẳng.

Cách giải:

Gọi Δ là giao điểm của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Tọa độ các giao điểm của hai mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ z=1-x-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ z=1-2x \end{cases}.$$

Cho $x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(0;0;1) \in \Delta.$

Cho $x=1 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow B(1;1;-1) \in \Delta.$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ.

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Chọn $t=-1$ ta có điểm $C(-1;-1;3) \in \Delta$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $C(-1;-1;3)$ và có 1 VTCP $(1;1;-2)$ là: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn C.

Câu 33 (VD) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp:

- Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

- Từ đó vẽ đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$ như sau:

+ Vẽ đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2.$

+ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía trước trục Ox qua trục Ox.

+ Xóa đi phần đồ thị phía dưới trục Ox.

- Dựa đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$ biện luận để phương trình $\left|x^3-3x^2+2\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $\left|x^3-3x^2+2\right|=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$ và đường thẳng $y=m$ song song với trục hoành.

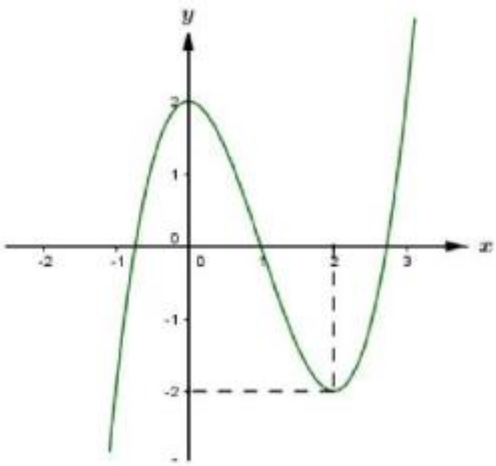
Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$ ta có:

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

+ $y'=3x^2-6x, y'=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

+ $\begin{cases} x=0 \Rightarrow y=2 \\ x=2 \Rightarrow y=-2 \end{cases}$

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ như sau:



Từ đó ta vẽ được đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x^2+2\right|$ như sau:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $\left|x^3-3x^2+2\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m<2.$

Mà m nguyên dương $\Rightarrow m=1.$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 34 (VD) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp:

- Xét phương trình hoành độ giao điểm để tìm cận còn lại.

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x), y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a, x=b$ là: $S=\int\limits_a^b\left|f(x)-g(x)\right|dx.$

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x}=6-x\,(0\le x\le 6).$

$\Leftrightarrow x=36-12x+x^2 \Leftrightarrow x^2-13x+36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9(ktm) \\ x=4(tm) \end{array}\right.$.

Do đó hình phẳng cần tính được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}, y=6-x,$ đường thẳng $x=0, x=4,$ có diện tích là $S=\int_0^4 \left|\sqrt{x}-6+x\right| dx.$

Với $x \in [0;4]$ thì $\sqrt{x}-6+x \le 0,$ do đó $\left|\sqrt{x}-6+x\right| = 6-x-\sqrt{x}.$

Vậy $S=\int_0^4 \left(6-x-\sqrt{x}\right) dx.$

Chọn D.

Câu 35 (NB) – *Hệ tọa độ trong không gian*

Phương pháp:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ điểm đối xứng với điểm $A(x;y;z)$ qua mặt phẳng Oxy là điểm $B(x;y;-z).$

Cách giải:

Tọa độ điểm B đối xứng với điểm $A(1;2;-3)$ qua mặt phẳng Oxy là $B(1;2;3).$

Chọn B.

Câu 36 (TH) – *Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit.*

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ của bất phương trình.
- Giải bất phương trình bậc hai, coi $\log(x-2)$ là ẩn, sử dụng quy tắc trong trái ngoài cùng.
- Giải bất phương trình logarit cơ bản: $\log x \le a \Leftrightarrow x \le 10^a.$
- Từ tập nghiệm của bất phương trình đếm số nghiệm nguyên dương của phương trình.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x-2>0 \Leftrightarrow x>2.$

Ta có:

$\left[\log(x-2)\right]^2 \le \log(x-2)$

$\Leftrightarrow \left[\log(x-2)\right]^2 - \log(x-2) \le 0$

$\Leftrightarrow 0 \le \log(x-2) \le 1$

$\Leftrightarrow 1 \le x-2 \le 10$

$\Leftrightarrow 3 \le x \le 12$

Kết hợp ĐKXĐ ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S=[3;12].$

Vậy phương trình đã cho có $12-3+1=10$ nghiệm nguyên dương.

Chọn B.

Câu 37 (TH) – *Phương trình đường thẳng trong không gian.*

Phương pháp:

- Tham số hóa tọa độ điểm $A \in d$ theo tham số $t.$
- Vì $A \in (P)$ nên thay tọa độ điểm A vào phương trình mặt phẳng (P) tìm $t.$ Từ đó suy ra tọa độ điểm **A.**
- Xác định a,b,c và tính tổng $a+b+c.$

Cách giải:

Theo bài ra ta có: $A=d \cap (P).$

+ $A\in d$ nên gọi $A\left(-1+2t;1-t;-3+3t\right)$.

+ $A\in\left(P\right)\Leftrightarrow -1+2t-2\left(1-t\right)+\left(-3+3t\right)-1=0\Leftrightarrow 7t-7=0\Leftrightarrow t=1.$

$\Rightarrow A\left(1;0;0\right).$

$\Rightarrow a=1,b=0,c=0.$

Vậy $a+b+c=1+0+0=1.$

Chọn A.

Câu 38 (TH) – *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Giải phương trình logarit cơ bản: $\log_a f\left(x\right)=b\Leftrightarrow f\left(x\right)=a^b.$

- Sử dụng định lí Vi-ét: Phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ có hai nghiệm phân biệt thì tổng hai nghiệm là $S=x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}.$

Cách giải:

Ta có: $3^{x^2}=10\Leftrightarrow x^2=\log_3 10\Leftrightarrow x^2-\log_3 10=0.$

Áp dụng định lí Vi-ét ta có tổng các nghiệm của phương trình trên là $S=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{0}{1}=0.$

Chọn A.

Câu 39 (TH) – *Mặt trụ.*

Phương pháp:

- Hình trụ có đường sinh l bằng chiều cao $h.$

- Thể tích khối trụ có chiều cao $h,$ bán kính r là $V=\pi r^2h.$

Cách giải:

Hình trụ có đường sinh $l=3$ nên có đường cao $h=3.$

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình trụ. Theo bài ra ta có:

$V=\pi r^2h\Leftrightarrow 48\pi=\pi.r^2.3\Leftrightarrow r=4.$

Chọn C.

Câu 40 (TH) – *Xác suất của biến cố (lớp 11)*

Phương pháp:

- Tính số phần tử của không gian mẫu.

- Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt có 6 chấm", suy ra biến cố đối $\overline{A}.$

- Tính số phần tử của biến cố $\overline{A},$ từ đó tính xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)}.$

- Tính xác suất của biến cố A: $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right).$

Cách giải:

Tung một con suc sắc đồng chất cân đối ba lần ta có không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=6^3=216.$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt có 6 chấm".

$\Rightarrow$ Biến cố đối $\overline{A}$: "Không có lần nào xuất hiện mặt 6 chấm".

+ Lần tung thứ nhất có 5 khả năng.

+ Lần tung thứ hai có 5 khả năng.

+ Lần tung thứ ba có 5 khả năng.

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=5^3\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{5^3}{6^3}=\left(\dfrac{5}{6}\right)^3.$

Vậy $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\left(\frac{5}{6}\right)^3$.

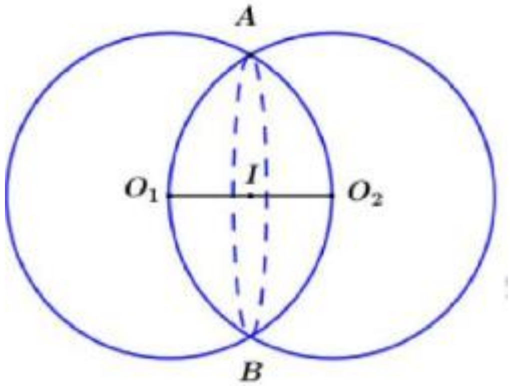
Chọn **D.**

Câu 41 (VD) – ***Mặt cầu***

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối chỏm cầu bán kính R, chiều cao h là $V=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$.

Cách giải:



Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm mặt cầu $\left(S_1\right),\left(S_2\right)$. Hai mặt cầu này cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm I.

Gọi A, B là một đường kính của đường tròn giao tuyến như hình vẽ, ta có AB là trung trực của O_1O_2, do đó I là trung điểm của $O_1O_2 \Rightarrow IO_1=IO_2=\frac{1}{2}O_1O_2=\frac{R}{2}=1$.

Thể tích phần chung chính là tổng thể tích của hai khối chỏm càu bằng nhau có bán kính $R=2$, chiều cao $h=\frac{R}{2}=1$.

Vậy $V=2\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=2\pi.1^2\left(2-\frac{1}{3}\right)=\frac{10\pi}{3}$.

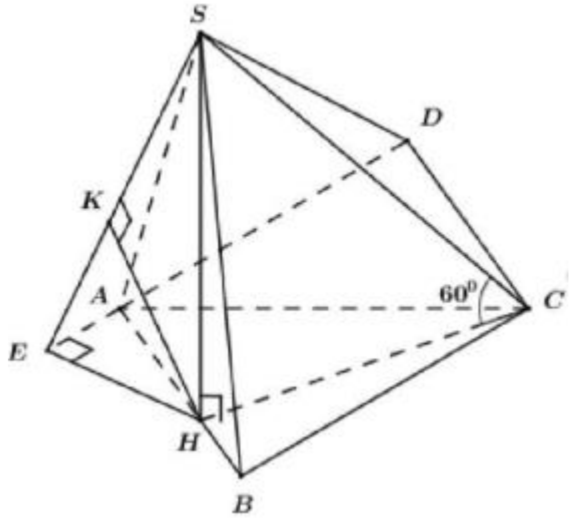
Chọn **A.**

Câu 42 (VD) – ***Khoảng cách (Toán 11)***

Phương pháp:

- Sử dụng định lí: Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau là góc giữa đường thẳng này và mặt phẳng song song với nó chứa đường thẳng kia.
- Dựng hình bình hành ABCD, chứng minh $d\left(SA;BC\right)=d\left(B;\left(SAD\right)\right)$.
- Đổi điểm tính khoảng cách từ H đến (SAD), sử dụng phương pháp dựng 3 nét.
- Xác định góc giữa đường và mặt là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của đường thẳng trên mặt phẳng đó.
- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn và hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính khoảng cách.

Cách giải:



Dựng hình bình hành ABCD, ta có AD // BC nên $BC//(SAD) \supset SA$.

$\Rightarrow d(SA;BC) = d(BC;(SAD)) = d(B;(SAD))$.

Ta có: $BH \cap (SAD) = A \Rightarrow \dfrac{d(B;(SAD))}{d(H;(SAD))} = \dfrac{BA}{HA} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow d(B;(SAD)) = \dfrac{3}{2}d(H;(SAD))$.

Trong (ABCD) kẻ $EH \perp AD$ (do ΔABC đều nên $\angle ABC = 60^0 \Rightarrow \angle BAD = 120^0$, do đó điểm E nằm ngoài đoạn thẳng AD về phía A).

Trong (SHE) kẻ $HK \perp SE\ (K \in SE)$.

Ta có:

$$\begin{cases} AD \perp HE \\ AD \perp SH \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SHE) \Rightarrow AD \perp HK$$

$$\begin{cases} HK \perp SD \\ HK \perp SE \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAD)$$

$\Rightarrow d(H;(SAD)) = HK$

Vì $\angle BAD = 120^0 \Rightarrow \angle HAE = 60^0$.

Xét ΔAHE vuông tại E có $HE = AH.\sin 60^0 = \dfrac{2}{3}.AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}.2a = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $SH \perp (ABC)$ nên HC là hình chiếu của SC lên $(ABC) \Rightarrow \angle(SC;(ABC)) = \angle(SC;HC) = \angle SCH = 60^0$.

Áp dụng định lí Co-sin trong tam giác AHC ta có:

$$HC^2 = AH^2 + AC^2 - 2.AH.AC.\cos\angle HAC$$

$$HC^2 = \left(\frac{2}{3}.2a\right)^2 + (2a)^2 - 2.\left(\frac{2}{3}.2a\right).2a.\cos 60^0$$

$$HC^2 = \frac{28a^2}{9} \Rightarrow HC = \frac{2a\sqrt{7}}{3}$$

Xét tam giác vuông SHC có: $SH = HC.\tan 60^0 = \dfrac{2a\sqrt{7}}{3}.\sqrt{3} = \dfrac{2a\sqrt{21}}{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SHE có:

$$HK=\frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{\frac{2a\sqrt{21}}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{21}}{3}\right)^2+\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{42}}{6}.$$

Vậy $d\left(SA;BC\right)=\frac{3}{2}HK=\frac{a\sqrt{42}}{4}.$

Chọn D.

Câu 43 (VDC) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

- Dựng $AM\perp SB,$ chứng minh $CM\perp SB$ và xác định góc giữa (SAB) và (SBC) là góc giữa hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến.

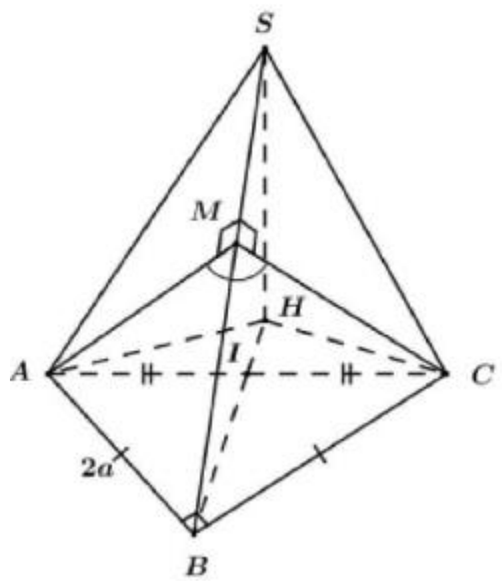
- Tính AM, CM, sử dụng định lí Cosin trng tam giác.

- Đặt $SH=x,$ tính SA,SB theo $x.$

- Áp dụng định lí Cosin trong tam giác SAB tìm x theo $a.$

- Tính thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}.$

Cách giải:



Có $H\in BI$ nên HA = HC.

Xét ΔSHA và ΔSHC có: $\angle SHA=\angle SHC=90^0,SH$ chung, $HA=HC.$

$\Rightarrow\Delta SHA=\Delta SHC$ (2 cạnh góc vuông) $\Rightarrow SA=SC.$

$\Rightarrow\Delta SAB=\Delta SCB\left(c.c.c\right).$

Trong (SAB) kẻ $AM\perp SB.$ Suy ra $CM\perp SB$ (hai chiều cao tương ứng của 2 tam giác bằng nhau).

Ta có: $\begin{cases}\left(SAB\right)\cap\left(SBC\right)=SB\\ AM\subset\left(SAB\right),AM\perp SB\\ CM\subset\left(SBC\right),CM\perp SB\end{cases}\Rightarrow\angle\left(\left(SAB\right);\left(SBC\right)\right)=\angle\left(AM;CM\right)=60^0.$

Nếu $\angle AMC=60^0\Rightarrow\Delta ACM$ đều $\Rightarrow AM=AC>AB$ (mâu thuẫn đó là AM là đường vuông góc, AB là đường xiên) $\Rightarrow\angle AMC=120^0.$

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB=2a\Rightarrow AC=2a\sqrt{2}.$

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác AMC có:

$\cos120^0 = \dfrac{AM^2 + MC^2 - AC^2}{2.AM.MC}$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} = \dfrac{2AM^2 - 8a^2}{2AM^2}$

$\Leftrightarrow -AM^2 = 2AM^2 - 8a^2$

$\Leftrightarrow 3AM^2 = 8a^2$

$\Leftrightarrow AM^2 = \dfrac{8a^2}{3} \Rightarrow AM = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3} = CM$

Tam giác ABC vuông cận tại B $\Rightarrow BI = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2}.2a\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow IH = \dfrac{1}{3}BI = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Áp dụng đinh lí Pytago trong tam giác vuông AHI có: $AH = \sqrt{AI^2 + IH^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Đặt $SH = x$ ta có: $SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{x^2 + \dfrac{20a^2}{9}}$.

$BH = BI + IH = a\sqrt{2} + \dfrac{a\sqrt{2}}{3} = \dfrac{4a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \sqrt{x^2 + \dfrac{32a^2}{9}}$.

Xét tam giác vuông AMB có: $\sin\angle ABM = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3} : 2a = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cos\angle ABM = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác SAB ta có:

$\cos\angle ABM = \dfrac{AB^2 + SB^2 - SA^2}{2.AB.SB}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{4a^2 + x^2 + \dfrac{32a^2}{9} - x^2 - \dfrac{20a^2}{9}}{2.2a.\sqrt{x^2 + \dfrac{32a^2}{9}}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\dfrac{16a^2}{3}}{2.2a.\sqrt{x^2 + \dfrac{32a^2}{9}}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3} = \dfrac{4a}{\sqrt{x^2 + \dfrac{32a^2}{9}}}$

$\Leftrightarrow 3\left(x^2 + \dfrac{32a^2}{9}\right) = 16a^2$

$\Leftrightarrow 3x^2 = \dfrac{16a^2}{3}$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{16a^2}{9} \Leftrightarrow x = \dfrac{4a}{3}$

$\Rightarrow SH = \dfrac{4a}{3}$.

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC = \dfrac{1}{2}.(2a)^2 = 2a^2$.

Vậy $V_{\Delta S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4a}{3}.2a^2=\dfrac{8a^3}{9}.$

Chọn B.

Câu 44 (VDC) – *Tích phân*

Chọn A.

Câu 45 (VDC) – *Bài toán quỹ tích số phức*

Phương pháp:

- Đưa các biểu thức trong môđun về dạng hằng đẳng thức a^2-b^2.
- Sử dụng công thức $\left|z_1.z_2\right|=\left|z_1\right|.\left|z_2\right|$.
- Đưa phương trình về dạng tích, chia các trường hợp.
- Đặt $\mathrm{w}=a+bi,$ suy ra số phức z, biến đổi và tìm quỹ ích các điểm biểu diễn số phức w.

Cách giải:

$\left|z^2+2z+2\right|=\left|z^2-2iz-2\right|$

$\Leftrightarrow\left|z^2+2z+1+1\right|=\left|z^2-2iz+i^2-1\right|$

$\Leftrightarrow\left|(z+1)^2-i^2\right|=\left|(z-i)^2-1^2\right|$

$\Leftrightarrow\left|z+1-i\right|\left|z+1+i\right|=\left|z-i-1\right|\left|z-i+1\right|$

$\Leftrightarrow\left|z-i+1\right|\left(\left|z+1+i\right|-\left|z-i-1\right|\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|z-i+1\right|=0\\ \left|z+1+i\right|=\left|z-i-1\right|\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=i-1\\ \left|z+i+1\right|=\left|z-i-1\right|\end{array}\right.$

TH1: $z=i-1\Rightarrow \mathrm{w}=i-1+2-4i=1-3i,$ khi đó $\left|\mathrm{w}\right|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}.$

TH2: $\left|z=1+i\right|=\left|z-i-1\right|(*).$

Đặt $\mathrm{w}=z+2-4i=a+bi\Rightarrow z=(a-2)+(b+4)i.$

Thay vào (*) ta có:

$\left|(a-2)+(b+4)i+1+i\right|=\left|(a-2)+(b+4)i-i-1\right|$

$\Leftrightarrow\left|(a-1)+(b+5)i\right|=\left|(a-3)+(b+3)i\right|$

$\Leftrightarrow(a-1)^2+(b+5)^2=(a-3)^2+(b+3)^2$

$\Leftrightarrow -2a+1+10b+25=-6a+9+6b+9$

$\Leftrightarrow 4a+4b+8=0$

$\Leftrightarrow a+b+2=0$

Khi đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường thẳng $d:x+y+2=0.$

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $\mathrm{w}, M\in d.$

Khi đó ta có $\left|\mathrm{w}\right|=OM\Rightarrow\left|\mathrm{w}\right|_{\min}\Leftrightarrow OM_{\min}=d(O;d)=\dfrac{\left|0+0+2\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}.$

Kết hợp 2 TH ta có $\left|\mathrm{w}\right|_{\min}=\sqrt{2}.$

Chọn A.

Câu 46 (VDC) – *Tích phân*

Cách giải:

Xét tích phân: $I=\int\limits_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2}dx.$

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=\dfrac{dx}{(x+1)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=-\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{x-1}{2(x+1)} \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$I=\frac{x-1}{2(x+1)}f(x)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 \frac{x-1}{2(x+1)}f'(x)dx$$

$$\Leftrightarrow I=\frac{1}{2}f(0)-\frac{1}{2}\int\limits_0^1 \frac{x-1}{x+1}f'(x)dx$$

$$\Leftrightarrow 4\ln 2-2=\frac{1}{2}.2-\frac{1}{2}\int\limits_0^1 \frac{x-1}{x+1}f'(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 \frac{x-1}{x+1}.f'(x)dx=6-8\ln 2$$

Xét $\int\limits_0^1 \left(f'(x)+k\frac{x-1}{x+1}\right)^2 dx=0.$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 [f'(x)]^2dx+2k\int\limits_0^1 \frac{x-1}{x+1}f'(x)dx+k^2\int\limits_0^1 \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2dx=0$$

$$\Leftrightarrow 12-16\ln 2+2k.(6-8\ln 2)+k^2\int\limits_0^1 \left(1-\frac{2}{x+1}\right)^2dx=0$$

$$\Leftrightarrow 12-16\ln 2+2k.(6-8\ln 2)+k^2\int\limits_0^1 \left(1-\frac{4}{x+1}+\frac{4}{(x+1)^2}\right)dx=0$$

$$\Leftrightarrow 12-16\ln 2+2k.(6-8\ln 2)+k^2\left(x-4\ln|x+1|-\frac{4}{x+1}\right)\Big|_0^1=0$$

$$\Leftrightarrow 12-16\ln 2+2k.(6-8\ln 2)+k^2(1-4\ln 2-2+4)=0$$

$$\Leftrightarrow (3-4\ln 2)k^2-4(3-4\ln 2)k+4(3-4\ln 2)=0$$

$$\Leftrightarrow k^2-4k+4=0\Leftrightarrow (k-2)^2=0\Leftrightarrow k=2.$$

Khi đó ta có $\int\limits_0^1 \left(f'(x)-2.\frac{x-1}{x+1}\right)^2dx=0\Leftrightarrow f'(x)=2.\frac{x-1}{x+1}.$

$$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=2\int\frac{x-1}{x+1}dx=2\int\left(1-\frac{2}{x+1}\right)dx=2(x-2\ln|x+1|)+C.$$

Có $f(0)=2\Rightarrow 2(0-2\ln 1)+C=2\Leftrightarrow C=2.$

$$\Rightarrow f(x)=2(x-2\ln|x+1|)+2=2x-4\ln|x+1|+2.$$

$$\Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1 [2x-4\ln|x+1|+2]dx$$

$$=(x^2+2x)\Big|_0^1-4\int\limits_0^1 \ln|x+1|dx=3-4J$$

Ta có: $J=\int\limits_0^1 \ln|x+1|dx=\int\limits_0^1 \ln(x+1)dx.$

Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+1) \\ dv=dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{1}{x+1}dx \\ v=x+1 \end{cases}$

$\Rightarrow J=(x+1)\ln(x+1)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 dx$

$\Rightarrow J=2\ln 2-1.\ln 1-x\Big|_0^1$

$\Rightarrow J=2\ln 2-1$

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)dx=3-4(2\ln 2-1)=7-8\ln 2.$

Chọn D.

Câu 47 (VDC) – ***Phương trình mũ và bất phương trình lôgarit***

Cách giải:

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2+mx+16=0 \end{array}\right.$ (không xét nghiệm kép $x=0$).

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2+x-2\right)$ ta có

$g'(x)=(2x+1)f'\left(x^2+x-2\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=0 \\ f'\left(x^2+x-2\right)=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x^2+x-2=-2 \\ \left(x^2+x-2\right)^2+m\left(x^2+x-2\right)+16=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ x=0 \\ x=2 \\ \left(x^2+x-2\right)^2+m\left(x^2+x-2\right)+16=0(*) \end{array}\right.$

Đặt $t=x^2+x-2,$ khi đó phương trình (*) trở thành: $t^2+mt+16=0(**),$ có $\Delta=m^2-64.$

TH1: Phương trình (**) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Rightarrow m^2-64\le 0\Leftrightarrow -8\le m\le 8,$ khi đó phương trình $g'(x)=0$ có 3 nghiệm bội lẻ phân biệt, khi đó hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị (Thỏa mãn).

TH2: Phương trình (**) có 2 nghiệm t phân biệt $\Rightarrow m^2-64>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>8 \\ m<-8 \end{array}\right..$

- Nếu 2 nghiệm t đều cho ra nghiệm kép x, thì nghiệm kép này không phải là cực trị $\Rightarrow$ Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị (Thỏa mãn).

- Nếu 1 nghiệm t cho ra nghiệm kép x, nghiệm còn lại cho ra 2 nghiệm x phân biệt hoặc không cho nghiệm x (Tính cả trường hợp nghiệm x trùng với các nghiệm $x=-\dfrac{1}{2},x=0,x=1$) thì phương trình $g'(x)=0$ vẫn có số nghiệm bội lẻ là số lẻ $\Rightarrow$ (Thỏa mãn).

Kết hợp các TH $\Rightarrow m\in \mathbb{R}$.

Mà m là số nguyên dương $\Rightarrow m\in \mathbb{N}^*$. Vậy có vô số các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn D.

Câu 48 (VDC) – *Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit*

Cách giải:

$\ln(2x)+\ln y \ge \ln\left(x^2+y\right)$

$\Leftrightarrow \ln(2xy)\ge \ln\left(x^2+y\right)$

$\Leftrightarrow 2xy \ge x^2+y$

$\Leftrightarrow y(2x-1)\ge x^2$

TH1: $0<x\le \dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 0<2x\le 1.$

$\Rightarrow x^2+y\le 2xy\le y \Leftrightarrow x^2\le$ (Vô lí).

TH2: $x>\dfrac{1}{2}\Rightarrow 2x-1>0,$ khi đó ta có $y\ge \dfrac{x^2}{2x-1}.$

$\Rightarrow P=x^2-2x+2y\ge x^2-2x+\dfrac{2x^2}{2x-1}.$

Xét hàm số $f(x)=x^2-2x+\dfrac{2x^2}{2x-1}$ trên $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ ta có:

$f'(x)=2x-2+\dfrac{4x.(2x-1)-2x^2.2}{(2x-1)^2}$

$f'(x)=2x-2+\dfrac{8x^2-4x-4x^2}{(2x-1)^2}$

$f'(x)=2x-2+\dfrac{4x^2-4x}{(2x-1)^2}$

$f'(x)=2(x-1)+\dfrac{4(x-1)(x+1)}{(2x-1)^2}$

$f'(x)=(x-1)\left[2+\dfrac{4(x+1)}{(2x-1)^2}\right]$

Với $x>\dfrac{1}{2}$ thì $\dfrac{4(x+1)}{(2x-1)^2}>0 \Rightarrow 2+\dfrac{4(x+1)}{(2x-1)^2}<0,$ do đó $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1.$

BBT:

x	$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$		1		$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy $f(x)\ge 1 \forall x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\Rightarrow P\ge 1\forall x>\dfrac{1}{2}.$

Vậy $P_{\min}=1\Leftrightarrow x=1.$

Chọn C.

Câu 49 (VDC) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Cách giải:

Ta có:

$\left(x^2-6|x|-1\right)^2-(m-5)|x|(|x|-6)+1-m=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2-6|x|-1\right)^2-(m-5)\left(x^2-6|x|\right)+1-m=0$

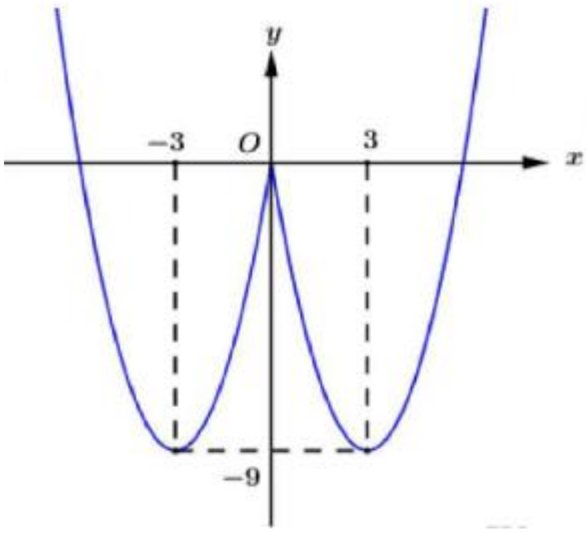
Đặt $t=x^2-6|x|$. Khi đó phương trình trở thành:

$(t-1)^2-(m-5)t+1-m=0$

$\Leftrightarrow t^2-2t+1-(m-5)t+1-m=0$

$\Leftrightarrow t^2-(m-3)t+2-m=0(*)$

Xét hàm số $f(x)=x^2-6|x|$, ta vẽ được đồ thị hàm số như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $t=x^2-6|x|$ có tối đa 4 nghiệm phân biệt, do đó để phương trình ban đầu có 8 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $-9<t<0$.

Xét phương trình (*) ta có:

$\Delta=(m-3)^2-4(2-m)$

$\Delta=m^2-6m+9-8+4m$

$\Delta=m^2-2m+1=(m-1)^2$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta>0 \Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $\left[\begin{array}{l} t_1=\dfrac{m-3+m-1}{2}=m-2 \\ t_2=\dfrac{m-3-m+1}{2}=-1\in(-9;0) \end{array}\right.$

Để phương trình có 8 nghiệm phân biệt thì $t_1\in(-9;0)$.

$\Rightarrow -9<m-2<0 \Leftrightarrow -7<m<2$.

Mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Kết hợp điều kiện $m\neq 1 \Rightarrow m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$.

Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Câu 50 (VD) – ***Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit***

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép $A_n=A(1+r)^n$ trong đó:

A_n: Số tiền nhận được sau n kì hạn.

n: số kì hạn gửi.

r: lãi suất của 1 kì hạn.

Cách giải

Gọi x là số tiền gửi ban đầu.

Số tiền ông A nhận được sau 3 năm là: $x(1+7\%)^3$.

Sau 3 năm số tiền lãi đủ để mua điện thoại trị giá 20 triệu đồng nên

$x(1+7\%)^3 - x \geq 20$

$\Leftrightarrow x\left[(1+7\%)^3 - 1\right] \geq 20$

$\Leftrightarrow x \geq 88,87$

Vậy ban đầu ông A cần phải gửi tối thiểu 89 triệu đồng.

Chọn C.

Đề 5 Thuvienhoclieu.Com	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 BÀI THI: TOÁN *Thời gian: 90 phút*

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ từ một nhóm gồm 10 học sinh gồm 4 nam 6 nữ?

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_4^1 + C_6^1$. **D.** $C_4^1.C_6^1$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 27. **D.** -6.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 4$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = 17$.

Câu 4: Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 2, 3, 4.

A. $V = 24$. **B.** $V = 9$. **C.** $V = 8$. **D.** $V = 12$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 6: Xét $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\int (f(x)+g(x))\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int (f(x)-g(x))\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int (f(x))^2 dx = \left(\int f(x)dx\right)^2$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}(g(x)) = f(x).g(x) - \int g(x).\mathrm{d}(f(x))$

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 20π.

Câu 9: Cho khối cầu có bán kính $R = 6$. Thể tích của khối cầu bằng

A. 144π. **B.** 36π. **C.** 288π. **D.** 48π.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 11: Với a,b là các số thực dương tuỳ ý, $\log\left(a^5b^{10}\right)$ bằng

A. $5\log a+10\log b$. **B.** $\frac{1}{2}\log a+\log b$. **C.** $5\log(ab)$. **D.** $10\log(ab)$.

Câu 12: Cho khối nón có bán kính đáy là r và đường cao là h. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi r^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi rh^2$.

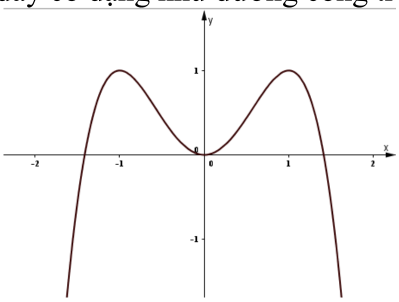
Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

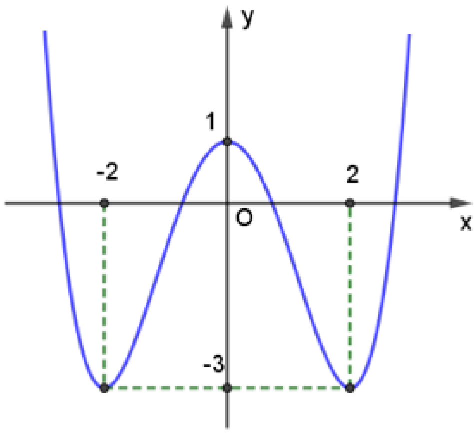
Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $y=1$. **D.** $y=0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+1}\le 25$ là:

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{-1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{-1}{2}\right]$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 f(x)dx=2$, $\int_0^2 g(x)dx=-2$. Tính $\int_0^2 [3f(x)+g(x)]dx$.

A. 4 **B.** 8 **C.** 12 **D.** 6

Câu 19: Cho số phức $z=2+\sqrt{3}i$. Môđun của z bằng.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 20: Cho các số phức $z=2+i$ và $w=3-2i$. Phần ảo của số phức $z+2w$ bằng.

A. 8. **B.** $-3i$. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 21: Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $H(1;2)$. **B.** $G(1;-2)$. **C.** $T(2;-1)$. **D.** $K(2;1)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;2)$ trên trục Oy là điểm

A. $E(3;0;2)$. **B.** $F(0;1;0)$. **C.** $L(0;-1;0)$. **D.** $S(-3;0;-2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$. Tính diện tích của mặt cầu (S).

A. 4π. **B.** 64π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 16π.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc (P)?

A. $V(0;-2;1)$. **B.** $Q(2;-3;4)$. **C.** $T(1;-1;1)$. **D.** $I(5;-7;6)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;a;b)$. Tính giá trị của $T=a^2-ab$.

A. $T=8$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. 60^o. **B.** 45^o. **C.** 30^o. **D.** 90^o.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x^2(x-1), \forall x\in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $f(x)$ có hai điểm cực trị. **B.** $f(x)$ không có cực trị.

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **D.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{4}{5}$

Câu 29: Biết $\log_3 4=a$ và $T=\log_{12}18$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $T=\dfrac{a+2}{2a+2}$. **B.** $T=\dfrac{a+4}{2a+2}$. **C.** $T=\dfrac{\sqrt{a}+2}{a+1}$ **D.** $T=\dfrac{\sqrt{a}-2}{a+1}$

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 0

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2{}^2(2x)+1\le \log_2(x^5)$ là

A. $(0;4]$. **B.** $(0;2]$. **C.** $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Câu 32: Cho tam giác đều ABC có diện tích bằng s_1 và AH là đường cao. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng s_2. Tính $\dfrac{s_1}{s_2}$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}$. **D.** $\dfrac{4}{\pi\sqrt{3}}$.

Câu 33: Xét tích phân $I=\int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}}dx$, nếu đặt $u=\sqrt{2x+1}$ thì I bằng

A. $\dfrac{1}{2}\int_1^3 ue^u du$ **B.** $\int_0^4 ue^u du$. **C.** $\int_1^3 ue^u du$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int_1^3 e^u du$.

Câu 34: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y=x^2-2x$, $y=0$ trong mặt phẳng Oxy. Quay hình (H) quanh trục hoành ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\int_0^2 |x^2-2x|dx$. **B.** $\pi\int_0^2 |x^2-2x|dx$. **C.** $\pi\int_0^2 (x^2-2x)^2dx$. **D.** $\int_0^2 (x^2-2x)^2dx$.

Câu 35: Cho số phức $z=a+bi$ (với $a,b\in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z(\overline{1+2i})+i=3$. Tính $T=a+b$.

A. $T=-\dfrac{6}{5}$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=1$.

Câu 36: Gọi z_1,z_2 là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2-4z+13=0$. Tính $|z_1+i|^2+|z_2+i|^2$.

A. 28. **B.** $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$. **C.** 36. **D.** $6\sqrt{2}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-2)$, $B(2;0;3)$ và $C(-2;4;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+y-2z-6=0$. **B.** $2x-2y+z+2=0$.

C. $2x+2y+z-2=0$. **D.** $x+y-2z+2=0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=-2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$.

Câu 39: Có 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, **C.**

A. $\frac{1}{120}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 40: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM.

A. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{22}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=m(2020+x-2\cos x)+\sin x-x$ nghịch biến trên □ ?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 42: Biết đồ thị $(H): y=\frac{x^2+2x+m}{x-2}$ có hai điểm cực trị là A, B. Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ (a,b,c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	1

Xét các phát biểu sau: $(1): c>1$; $(2): a+b<0$; $(3): a+b+c=0$; $(4): a>0$. Số phát biểu đúng là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

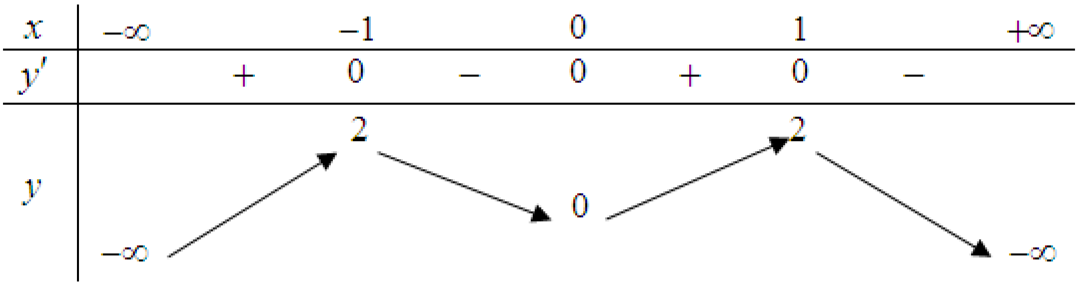
Câu 44: Cho hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O. Biết rằng chiều cao của nón bằng a và bán kính đáy nón bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đường tròn đáy nón tại hai điểm A, B mà $AB=2a\sqrt{3}$. Hãy tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $SOAB$.

A. $5pa^2$. **B.** $17pa^2$. **C.** $7pa^2$. **D.** $26pa^2$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)=\frac{2}{3}$ và $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)f'(x)=1, \forall x\ge -1$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)dx=\frac{a\sqrt{2}+b}{15}$ với $a,b\in\mathbf{Z}$. Tính $T=a+b$.

A. –8. **B.** –24. **C.** 24. **D.** 8.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;\ln 2)$ của phương trình $2021f(1-e^{x})-2022=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47: Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2(x-1)+\log_2(y-1)=1$. Khi biểu thức $P=2x+3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x-2y=a+b\sqrt{3}$ với $a, b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=ab$?

A. $T=9$. **B.** $T=\dfrac{7}{3}$. **C.** $T=\dfrac{5}{3}$. **D.** $T=7$.

Câu 48: Xét hàm số $f(x)=\left|\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}\right|$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện $0<\min\limits_{[-1;1]} f(x)<1$?

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh bằng a và $BAC=60^\circ$. Gọi I, J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', CDD'C'$. Biết $AI=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$, $AA'=2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A'),(A'B'C'D')$ bằng 60°. Tính theo a thể tích khối tứ diện $AOIJ$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{64}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{192}$.

Câu 50: Có bao nhiêu bộ $(x;y)$ với x,y nguyên và $1\le x,y\le 2022$ thỏa mãn $(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right)\le(2x+3y-xy-6)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right)$?

A. 2019. **B.** 4038. **C.** 2. **D.** 2019.2022.

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2A	3D	4A	5B	6C	7A	8B	9C	10C
11A	12A	13B	14D	15A	16D	17D	18A	19B	20D
21B	22B	23D	24C	25A	26C	27C	28D	29B	30A
31C	32B	33C	34C	35C	36A	37B	38B	39D	40D
41C	42A	43B	44B	45D	46B	47C	48B	49C	50B

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ từ một nhóm gồm 10 học sinh gồm 4 nam 6 nữ?

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_4^1+C_6^1$. **D.** $C_4^1.C_6^1$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 2 học sinh gồm có cả nam và nữ từ nhóm 10 học sinh là: $C_4^1.C_6^1$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 27. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1.q \Rightarrow 9 = 3.q \Leftrightarrow q = 3$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 4$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = 17$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(x-1) = 4 \Leftrightarrow x - 1 = 2^4 \Leftrightarrow x - 1 = 16 \Leftrightarrow x = 17$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 17$.

Câu 4: Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 2, 3, 4.

A. $V = 24$. **B.** $V = 9$. **C.** $V = 8$. **D.** $V = 12$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích của khối hộp chữ nhật ta có $V = a.b.c = 2.3.4 = 24$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{2}}$.
Điều kiện xác định $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(-\infty;2)$.

Câu 6: Xét $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\int\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\left(f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x - \int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\left(f(x)\right)^2 dx = \left(\int f(x)dx\right)^2$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}\left(g(x)\right) = f(x).g(x) - \int g(x).\mathrm{d}\left(f(x)\right)$

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất của nguyên hàm ta có $\int\left(f(x) \pm g(x)\right)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x \pm \int g(x)\mathrm{d}x$
nên các khẳng định A, B đúng.
Khẳng định D là công thức tính nguyên hàm từng phần.
Vậy khẳng định C sai.

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là $V = Bh = 3.4 = 12$.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.3 = 12\pi$.

Câu 9: Cho khối cầu có bán kính $R = 6$. Thể tích của khối cầu bằng

A. 144π. **B.** 36π. **C.** 288π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.6^3 = 288\pi$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-2;1)$. Vậy trên $(-2;0)$ hàm số $f(x)$ đồng biến.

Câu 11: Với a,b là các số thực dương tuỳ ý, $\log\left(a^5b^{10}\right)$ bằng

A. $5\log a + 10\log b$. **B.** $\frac{1}{2}\log a + \log b$. **C.** $5\log(ab)$. **D.** $10\log(ab)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log\left(a^5b^{10}\right) = \log\left(a^5\right) + \log\left(b^{10}\right) = 5\log a + 10\log b$.

Câu 12: Cho khối nón có bán kính đáy là r và đường cao là h. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** πr^2h. **C.** $2\pi r^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi rh^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

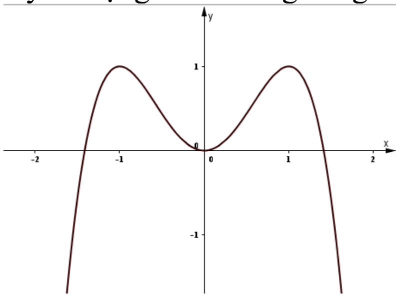
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x=-3$ và $x=-2$ nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a<0$.

Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $y=1$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có : $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x}{x-1}=+\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+1}\le 25$ là:

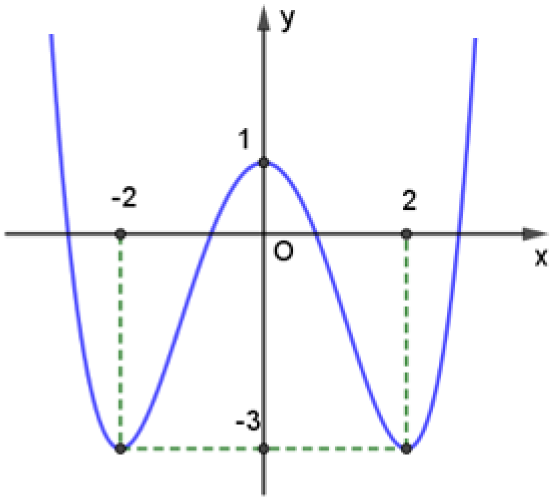
A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{-1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{-1}{2}\right]$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

$5^{2x+1}\le 25\Leftrightarrow 2x+1\le 2\Leftrightarrow x\le\dfrac{1}{2}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới:



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+1=0$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2f\left(x\right)+1=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{-1}{2}$.

Dựa vào đồ thị, số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+1=0$ là 4.

Câu 18: Cho hàm số $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ liên tục trên $\left[0;2\right]$ và $\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx=2$, $\int\limits_0^2 g\left(x\right)dx=-2$. Tính $\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx$.

A. 4 **B.** 8 **C.** 12 **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=3\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx+\int\limits_0^2 g\left(x\right)dx=3.2-2=4$.

Câu 19: Cho số phức $z=2+\sqrt{3}i$. Môđun của z bằng.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left|z\right|=\sqrt{2^2+3}=\sqrt{7}$

Câu 20: Cho các số phức $z=2+i$ và $w=3-2i$. Phần ảo của số phức $z+2w$ bằng.

A. 8. **B.** $-3i$. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z+2w=\left(2+i\right)+2\left(3-2i\right)=8-3i$

Suy ra phần ảo của số phức $z+2w$ là -3

Câu 21: Cho số phức $z=2i+1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $H(1;2)$. **B.** $G(1;-2)$. **C.** $T(2;-1)$. **D.** $K(2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=2i+1 \Rightarrow \overline{z}=1-2i$.

Suy ra điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $G(1;-2)$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;2)$ trên trục Oy là điểm

A. $E(3;0;2)$. **B.** $F(0;1;0)$. **C.** $L(0;-1;0)$. **D.** $S(-3;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình chiếu của điểm $M(3;1;2)$ lên trục Oy là $F(0;1;0)$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$. Tính diện tích của mặt cầu (S).

A. 4π. **B.** 64π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có bán kính $R=\sqrt{1+4-1}=2$.

Diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi R^2=16\pi$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc (P)?

A. $V(0;-2;1)$. **B.** $Q(2;-3;4)$. **C.** $T(1;-1;1)$. **D.** $I(5;-7;6)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm V vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $-2-1+3=0$ (luôn đúng) $\Rightarrow V\in(P)$

Thay tọa độ điểm Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $4-3-4+3=0$ (luôn đúng) $\Rightarrow Q\in(P)$

Thay tọa độ điểm T vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $2-1-1+3=0$ (Vô lí) $\Rightarrow T\notin(P)$.

Thay tọa độ điểm I vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $10-7-6+3=0$ (luôn đúng) $\Rightarrow I\in(P)$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;a;b)$. Tính giá trị của $T=a^2-ab$.

A. $T=8$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ có vectơ chỉ phương là $(1;2;-2)$ hay $\vec{u}=(-1;-2;2)$.

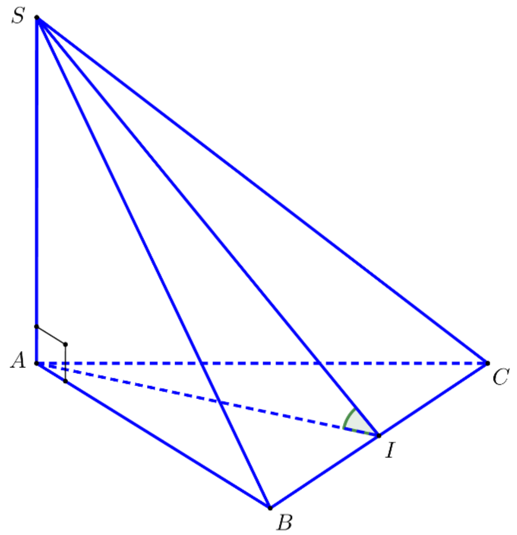
Suy ra $a=-2;b=2$.

Vậy $T=a^2-ab=(-2)^2-(-2).2=8$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=1$ và đáy ABC là tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2. Tính góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC).

A. 60^o. **B.** 45^o. **C.** 30^o. **D.** 90^o.

Lời giải



Chọn C

Gọi I là trung điểm BC, ta có ABC là tam giác đều nên $AI\perp BC$

Ta có $\begin{cases}AI\perp BC\\SA\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp SI$

Xét hai mặt phẳng (SBC) và (ABC):

$$\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\AI\perp BC\\SI\perp BC\end{cases}$$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(SBC),(ABC)$ là góc giữa hai đường thẳng SI,AI. Tức là góc SIA

Xét tam giác SAI vuông tại A

$$\tan SIA=\frac{SA}{IA}=\frac{1}{\frac{2\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SIA=30^o$$

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là 30^o.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x^2(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $f(x)$ có hai điểm cực trị. **B.** $f(x)$ không có cực trị.

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **D.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$

Lờigiải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+2}$ có TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ nên hàm số liên tục trên đoạn $[0;3]$

$y'=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$

$y'=0 \Leftrightarrow x^2+4x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;3] \\ x=-5\notin[0;3] \end{array}\right.$

Ta có $y(0)=\dfrac{1}{2};\ y(3)=\dfrac{4}{5};y(1)=0$

Vậy $\max\limits_{[0;3]} y=\dfrac{4}{5}\ khi\, x=3$

Chọn đáp án D

Câu 29: Biết $\log_3 4=a$ và $\mathrm{T}=\log_{12}18$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $T=\dfrac{a+2}{2a+2}$. **B.** $T=\dfrac{a+4}{2a+2}$. **C.** $T=\dfrac{\sqrt{a}+2}{a+1}$ **D.** $T=\dfrac{\sqrt{a}-2}{a+1}$

Lờigiải

Chọn B

Ta có $\log_3 4=a \Leftrightarrow a=2\log_3 2 \Leftrightarrow \log_3 2=\dfrac{a}{2}$

Mà $\mathrm{T}=\log_{12}18=\dfrac{\log_3 18}{\log_3 12}=\dfrac{\log_3\left(3^2.2\right)}{\log_3\left(2^2.3\right)}=\dfrac{2+\log_3 2}{2\log_3 2+1}=\dfrac{2+\dfrac{a}{2}}{2\dfrac{a}{2}+1}=\dfrac{4+a}{2a+2}$

Chọn đáp án B

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 0

Lờigiải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục Ox là $x^4-3x^2+1=0\ (1)$

Đặt $t=x^2, pt\Rightarrow t^2-3t+1=0\ (2)$

Phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt, nên phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Chọn đáp án **A.**

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2{}^2(2x)+1\le\log_2\left(x^5\right)$ là

A. $(0;4]$. **B.** $(0;2]$. **C.** $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$

Bất phương trình biến đổi thành:

$(1+\log_2 x)^2+1\le 5\log_2 x\Leftrightarrow \log_2{}^2 x-3\log_2 x+2\le 0\Leftrightarrow 1\le\log_2 x\le 2\Leftrightarrow 2\le x\le 4$

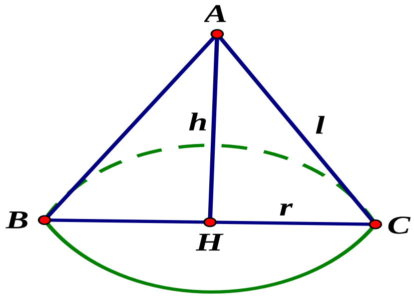
Kết hợp điều kiện, ta có tập nghiệm bất phương trình là $[2;4]$

Câu 32: Cho tam giác đều ABC có diện tích bằng s_1 và AH là đường cao. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng s_2. Tính $\frac{s_1}{s_2}$.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$. **D.** $\frac{4}{\pi\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử cạnh tam giác đều ABC là $a\left(a>0\right)$.

Ta có $s_1=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $s_2=\pi rl=\pi\frac{a}{2}a=\pi\frac{a^2}{2}$. Do đó $\frac{s_1}{s_2}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$.

Câu 33: Xét tích phân $I=\int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}}dx$, nếu đặt $u=\sqrt{2x+1}$ thì I bằng

A. $\frac{1}{2}\int_1^3 ue^u du$ **B.** $\int_0^4 ue^u du$. **C.** $\int_1^3 ue^u du$. **D.** $\frac{1}{2}\int_1^3 e^u du$.

Lời giải

Chọn C

Đặt. $u=\sqrt{2x+1}\Rightarrow x=\dfrac{u^2-1}{2}\Rightarrow dx=udu$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=1$

$x=4\Rightarrow u=3$.

Do đó $I=\int\limits_1^3 ue^u du$.

Câu 34: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y=x^2-2x$, $y=0$ trong mặt phẳng Oxy. Quay hình (H) quanh trục hoành ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\int\limits_0^2 \left|x^2-2x\right|dx$. **B.** $\pi\int\limits_0^2 \left|x^2-2x\right|dx$. **C.** $\pi\int\limits_0^2 (x^2-2x)^2dx$. **D.** $\int\limits_0^2 (x^2-2x)^2dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Do đó thể tich khối tròn xoay là: $V=\pi\int\limits_0^2 (x^2-2x)^2dx$.

Câu 35: Cho số phức $z=a+bi$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $z\left(\overline{1+2i}\right)+i=3$. Tính $T=a+b$.

A. $T=-\dfrac{6}{5}$. **B.** $T=0$. **C.** $T=2$. **D.** $T=1$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài ta có: $z\left(\overline{1+2i}\right)+i=3$

$\Leftrightarrow z(1-2i)=3-i$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{3-i}{1-2i}$

$\Leftrightarrow z=1+i$

Suy ra $a=1$ và $b=1$. Vậy $T=a+b=2$.

Câu 36: Gọi z_1,z_2 là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2-4z+13=0$. Tính $\left|z_1+i\right|^2+\left|z_2+i\right|^2$.

A. 28. **B.** $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$. **C.** 36. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $z^2-4z+13=0$

$\Leftrightarrow (z-2)^2=-9$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-2=3i \\ z-2=-3i \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2+3i \\ z=2-3i \end{array}\right.$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1=2+3i$ và $z_2=2-3i$.

Khi đó $|z_1+i|^2+|z_2+i|^2=|2+4i|^2+|2-2i|^2=28$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-2)$, $B(2;0;3)$ và $C(-2;4;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+y-2z-6=0$. **B.** $2x-2y+z+2=0$.

C. $2x+2y+z-2=0$. **D.** $x+y-2z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC suy ra (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(-4;4;-2)=-2(2;-2;1)$.

Vậy (P) có phương trình là $2(x-1)-2(y-1)+(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z+2=0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=-2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=2-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;1;-2)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với d suy ra Δ có vectơ chỉ phương

$\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$. Vậy Δ có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$.

Câu 39: Có 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, **C.**

A. $\dfrac{1}{120}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{30}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phép thử: Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh của 3 lớp thành một hàng ngang, ta có: $n(\Omega)=6!$

Gọi D là biến cố: nhóm bất kì 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, **C.**

Ta thấy rằng để 3 học sinh liền kề nhau trong hàng luôn có mặt học sinh của cả 3 lớp A, B, C thì các học sinh của cùng 1 lớp phải đc xếp vào các vị trí $(1;4)$, $(2;5)$, $(3;6)$.

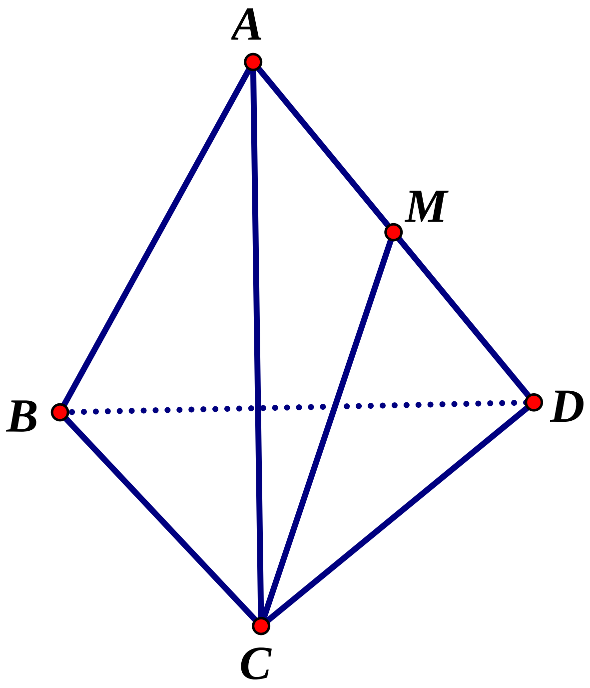
Xếp 2 học sinh lớp A vào vị trí (1; 4) có 2 cách, xếp 2 học sinh lớp B vào vị trí (2; 5) có 2 cách, xếp 2 học sinh lớp C vào vị trí (3; 6) có 2 cách và có 3! cách để hoán vị vị trí của các nhóm học sinh theo lớp.

Suy ra $n(D) = 3!.2.2.2 = 48$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(D) = \dfrac{n(D)}{n(\Omega)} = \dfrac{48}{720} = \dfrac{1}{15}$.

Câu 40: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM.

A. $\dfrac{a\sqrt{33}}{11}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{33}}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{22}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$.



Lời giải

Chọn C

Ta có: $V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$; $\dfrac{V_{ABCD}}{V_{ABCM}} = \dfrac{1}{2} \to V_{ABCM} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$

$V_{ABCM} = \dfrac{1}{6}AB.CM.d(AB,CM).\sin(AB,CM)$

$\cos(AB,CM) = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CM}\right|}{AB.CM} = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}\right)\right|}{AB.CM} = \dfrac{\left|\dfrac{a^2}{4} - \dfrac{a^2}{2}\right|}{a.a\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$\to \sin(AB,CM) = \sqrt{1 - \dfrac{1}{12}} = \sqrt{\dfrac{11}{12}}$. Vậy $d(AB,CM) = \dfrac{6V_{ABCM}}{AB.CM.\sin(AB,CM)} = \dfrac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=m(2020+x-2\cos x)+\sin x-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Hàm số $f(x)=m(2020+x-2cosx)+\sin x-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$f'(x)\le 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m(2\sin x+1)+cosx-1\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 2m\sin x+cosx\le 1-m\ (1)\ ;\forall x\in\mathbb{R}$

Ta lại có:

$2m\sin x+\cos x\le\sqrt{(4m^2+1)(\sin^2 x+\cos^2 x)}=\sqrt{4m^2+1}$

$\Rightarrow 2m\sin x+\cos x\le\sqrt{4m^2+1}$. Dấu bằng xảy ra khi $2m cosx=\sin x$

Do đó

$(1)\Leftrightarrow\sqrt{4m^2+1}\le 1-m \Leftrightarrow\begin{cases}1-m\ge 0\\4m^2+1\le 1-2m+m^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 1\\3m^2+2m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\frac{-2}{3}\le m\le 0$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=0$.

Câu 42: Biết đồ thị $(H):y=\frac{x^2+2x+m}{x-2}$ có hai điểm cực trị là A,B. Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng $(AB):y=\frac{(x^2+2x+m)'}{(x-2)'}=2x+2\Rightarrow d(O,AB)=\frac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 43: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx+c}$ (a,b,c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

Xét các phát biểu sau: $(1):c>1$; $(2):a+b<0$; $(3):a+b+c=0$; $(4):a>0$. Số phát biểu đúng là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\dfrac{c}{b}=2 \\ \dfrac{a}{b}=1 \\ ac-b>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2b \\ a=b \\ ac-b>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2b \\ a=b \\ -2b^2-b>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<c<1 \\ -\dfrac{1}{2}<a<0 \\ -\dfrac{1}{2}<b<0 \\ a+b+c=0 \end{cases}$$

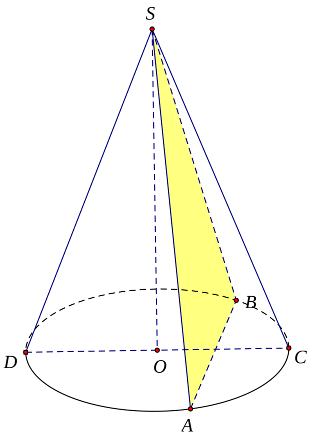
Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu $(1),(4)$ là sai, $(2),(3)$ đúng.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O. Biết rằng chiều cao của nón bằng $a$và bán kính đáy nón bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đường tròn đáy nón tại hai điểm A,B mà $AB=2a\sqrt{3}$. Hãy tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $SOAB$.

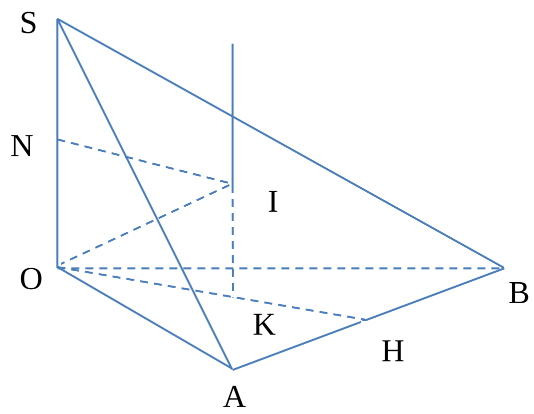
A. $5pa^2$. **B.** $17pa^2$. **C.** $7pa^2$. **D.** $26pa^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi d là trục
đường tròn ngoại
tiếp tam giác
OAB và trục
đường tròn d cắt
đường trung trực của
đoạn thẳng SO tại
I. Gọi r là bán
kính đường tròn
ngoại tiếp tam
giác OAB thì $r=OK$.



Khi đó R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.OAB$ thì $R=IO=IS=IA=IB$.

Ta có $S_{DOAB}=\dfrac{1}{2}OH.AB=\dfrac{1}{2}.\sqrt{OA^2-AH^2}.AB=\dfrac{1}{2}.\sqrt{4a^2-\left(a\sqrt{3}\right)^2}.2a\sqrt{3}=a^2\sqrt{3}.$

Mặt khác $S_{DOAB}=\dfrac{OA.OB.AB}{4.r}\Rightarrow r=\dfrac{OA.OB.AB}{4.S}=\dfrac{2a.2a.2a\sqrt{3}}{4.a^2\sqrt{3}}=2a.$.

Khi đó $R=\sqrt{OK^2+ON^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}\Rightarrow S_{m.c}=4p.R^2=17pa^2.$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)=\dfrac{2}{3}$ và $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)f'(x)=1,\forall x\geq -1$. Biết rằng $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=\frac{a\sqrt{2}+b}{15}$ với $a,b\in\mathbf{Z}$. Tính $T=a+b$.

A. –8. **B.** –24. **C.** 24. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)f'(x)=1, \forall x \ge -1.$

$\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$

$\Rightarrow \int f'(x)dx=\int \dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}dx$

$\Rightarrow \int f'(x)dx=\int\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)dx$

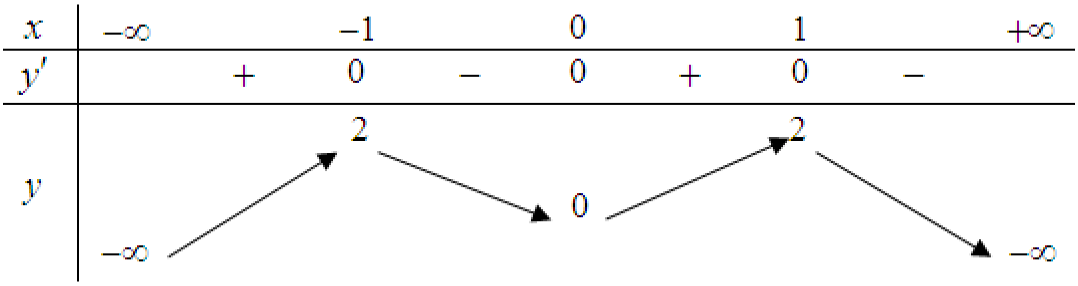
$\Rightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}+C.$

Mặt khác: $f(0)=\dfrac{2}{3}\Rightarrow\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{3}+C\Leftrightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}.$

Do đó: $\int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}\right)dx=\left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{5}\sqrt{(x+1)^5}-\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{5}\sqrt{x^5}\right)\Bigg|_0^1=\dfrac{16\sqrt{2}-8}{15}.$

$\Rightarrow a=16; b=-8\Rightarrow T=a+b=8.$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;\ln 2)$ của phương trình $2021f\left(1-e^x\right)-2022=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

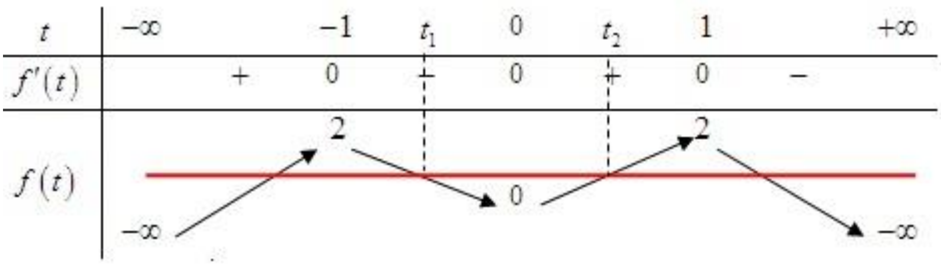
Chọn B

Đặt $t=1-e^x$; $x\in(-\infty;\ln 2)\Rightarrow t\in(-1;1)$.

Nhận xét: $x=\ln(1-t)\Rightarrow$ với mỗi giá trị của $t\in(-1;1)$ ta được một giá trị của $x\in(-\infty;\ln 2)$.

Phương trình tương đương: $f(t)=\dfrac{2022}{2021}$.

Sử dụng bảng biến thiên của $f(x)$ cho $f(t)$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t)=\dfrac{2022}{2021}$ có 2 nghiệm $t_1,t_2\in(-1;1)$.

Vậy phương trình $2021f\left(1-e^x\right)-2022=0$ có 2 nghiệm $x\in\left(-\infty;\ln 2\right)$.

Câu 47: Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2\left(x-1\right)+\log_2\left(y-1\right)=1$. Khi biểu thức $P=2x+3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x-2y=a+b\sqrt{3}$ với $a, b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=ab$?

A. $T=9$. **B.** $T=\frac{7}{3}$. **C.** $T=\frac{5}{3}$. **D.** $T=7$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x-1>0\\y-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\y>1\end{cases}$

Khi đó: $\log_2\left(x-1\right)+\log_2\left(y-1\right)=1\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(y-1\right)=2\Leftrightarrow y-1=\frac{2}{x-1}\Leftrightarrow y=\frac{2}{x-1}+1$

Suy ra: $P=2x+3y=2x+\frac{6}{x-1}+3=2\left(x-1\right)+\frac{6}{x-1}+5$

Cách 1: Dùng bất đẳng thức

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có: $2\left(x-1\right)+\frac{6}{x-1}\ge 2\sqrt{2\left(x-1\right).\frac{6}{x-1}}$

$\Rightarrow 2\left(x-1\right)+\frac{6}{x-1}\ge 4\sqrt{3}\Rightarrow P\ge 4\sqrt{3}+5$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2\left(x-1\right)=\frac{6}{x-1}\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2=3\Leftrightarrow\left|x-1\right|=\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{3}\ (N)\\x=1-\sqrt{3}\ (L)\end{array}\right.$

$\Rightarrow y=\frac{2}{\sqrt{3}}+1=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$.

Do đó: $3x-2y=3\left(1+\sqrt{3}\right)-2\left(\frac{2\sqrt{3}+3}{3}\right)=1+\frac{5}{3}\sqrt{3}\Rightarrow a=1;\ b=\frac{5}{3}\Rightarrow T=ab=\frac{5}{3}$.

Cách 2: Dùng bảng biến thiên

Ta có: $P=2x+\frac{6}{x-1}+3\ \Rightarrow P'=2-\frac{6}{\left(x-1\right)^2}$

$P'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{3}\ (N)\\x=1-\sqrt{3}\ (L)\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
P'		$-$	0	$+$	
P	$+\infty$	$\searrow$	$4\sqrt{3}+5$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $P_{\min}=4\sqrt{3}+5 \Leftrightarrow x=1+\sqrt{3} \Rightarrow y=\dfrac{2\sqrt{3}+3}{3}$.

Do đó: $3x-2y=3\left(1+\sqrt{3}\right)-2\left(\dfrac{2\sqrt{3}+3}{3}\right)=1+\dfrac{5}{3}\sqrt{3} \Rightarrow a=1;\ b=\dfrac{5}{3} \Rightarrow T=ab=\dfrac{5}{3}$.

Câu 48: Xét hàm số $f\left(x\right)=\left|\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}\right|$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện $0<\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)<1$?

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Xét hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4}$ liên tục trên $\left[-1;1\right]$ và $f\left(x\right)=\left|g\left(x\right)\right|$.

Ta có $g\left(0\right)=-1; g\left(1\right)=\dfrac{m-2\sqrt{5}}{6}; g\left(-1\right)=\dfrac{-m-2\sqrt{3}}{2}$.

- Nếu $\left[\begin{array}{l} g\left(-1\right)\ge 0 \\ g\left(1\right)\ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 2\sqrt{5} \\ m\le -2\sqrt{3} \end{array}\right.$ thì $\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)=0$, không thỏa mãn bài toán.

- Nếu $\begin{cases} g\left(-1\right)<0 \\ g\left(1\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\sqrt{3}<m<2\sqrt{5}$

Mà m nguyên nên $m\in\left\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$.

Ta có $g'\left(x\right)=\dfrac{4m+\dfrac{2x+12}{\sqrt{x+4}}}{\left(2x+4\right)^2}$.

TH1: $m\ge 0$.

Khi đó $g'\left(x\right)>0\ \forall x\in\left[-1;1\right]$. Do đó hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên $\left[-1;1\right]$.

Mà $g\left(0\right)=-1 \Rightarrow g\left(1\right)>-1$. Do đó $-1<g\left(1\right)<0$. Vậy $0<\min\limits_{[-1;1]} f\left(x\right)<1$ hay $m\in\left\{0;1;2;3;4\right\}$ thỏa mãn bài toán.

TH2: $m<0$.

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{2x+12}{\sqrt{x+4}}$ trên $[-1;1]$. Ta có $h'(x)=\dfrac{x+2}{(x+4)\sqrt{x+4}}>0\,\forall x\in[-1;1]$.

Khi đó dễ thấy $h(x)\in\left[\dfrac{10}{\sqrt{3}};\dfrac{14}{\sqrt{5}}\right]$.

* Khi $m=-1\Rightarrow 4m+h(x)>0\ \forall x\in[-1;1]\Rightarrow g'(x)>0\ \forall x\in[-1;1]$ hay hàm số $g(x)$ đồng biến trên $[-1;1]$. Khi đó $-1<g(1)<0$ nên $0<\min\limits_{[-1;1]} f(x)<1$. Vậy $m=-1$ thỏa mãn.

* Khi $m\in\{-3;-2\}\Rightarrow 4m+h(x)<0\ \forall x\in[-1;1]\Rightarrow g'(x)<0\ \forall x\in[-1;1]$ hay hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $[-1;1]$. Khi đó $g(-1)>g(0)\Rightarrow -1<g(-1)<0$ nên $0<\min\limits_{[-1;1]} f(x)<1$. Vậy $m\in\{-3;-2\}$ thỏa mãn.

Do đó $m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$ hay có 8 giá trị nguyên của m.

Cách 2

Nhận thấy $f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$ nên tồn tại giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $\begin{cases} f(x)\ge 0,\forall x\in[-1;1]\\ f(0)=1\end{cases}$ nên suy ra $0\le\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)\le 1$.

Vậy điều kiện $0<\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)<1\Leftrightarrow\begin{cases}\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)>0\ (1)\\ \min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)\ne 1\ (2)\end{cases}$.

 Ta có $(1)\Leftrightarrow$ Phương trình $mx-2\sqrt{x+4}=0$ vô nghiệm trên $[-1;1]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình $m=\dfrac{2\sqrt{x+4}}{x}$ vô nghiệm trên $[-1;1]\backslash\{0\}$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{2\sqrt{x+4}}{x}$, $\forall x\in[-1;1]\backslash\{0\}$

$g'(x)=\dfrac{-x-8}{x^2\sqrt{x+4}}<0,\forall x\in[-1;1]\backslash\{0\}$

Bảng biến thiên

x		-1		0		1	
$g'(x)$			$-$	‖	$-$		
$g(x)$		$-2\sqrt{3}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$2\sqrt{5}$	

Từ bảng biến thiên suy ra điều kiện phương trình $m=\dfrac{2\sqrt{x+4}}{x}$ vô nghiệm trên $[-1;1]\backslash\{0\}\Leftrightarrow$ $-2\sqrt{3}<m<2\sqrt{5}$.

Do m nguyên nên $m \in \{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

□ Để giải (2) trước hết ta đi tìm điều kiện để $\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=1$.

Do $f(0)=1$ nên $\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=f(0)$, mà $0\in(-1;1)$, suy ra $x=0$ là điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

Đặt $h(x)=\dfrac{mx-2\sqrt{x+4}}{2x+4} \Rightarrow h'(0)=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{2}$. Do đó với m nguyên thì (2) chắc chắn xảy ra.

Vậy $m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$ thỏa mãn điều kiện (2)

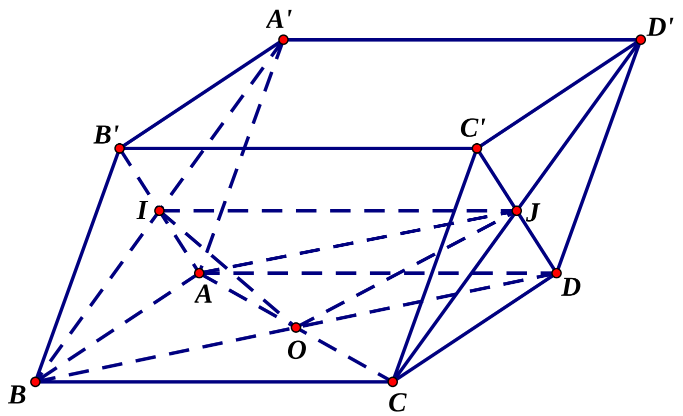
Kết luận: Có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh bằng a và $BAC=60^\circ$. Gọi I, J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', CDD'C'$. Biết $AI=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$, $AA'=2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A'),(A'B'C'D')$ bằng 60°. Tính theo a thể tích khối tứ diện $AOIJ$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{64}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{192}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AI^2=\dfrac{AA'^2+AB^2}{2}-\dfrac{A'B^2}{4} \Rightarrow A'B^2=2\left(AA'^2+AB^2\right)-4AI^2=3a^2 \Rightarrow A'B=a\sqrt{3}$

Do $A'B^2+AB^2=AA'^2$ nên tam giác $A'AB$ vuông tại B $\Rightarrow S_{A'AB}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

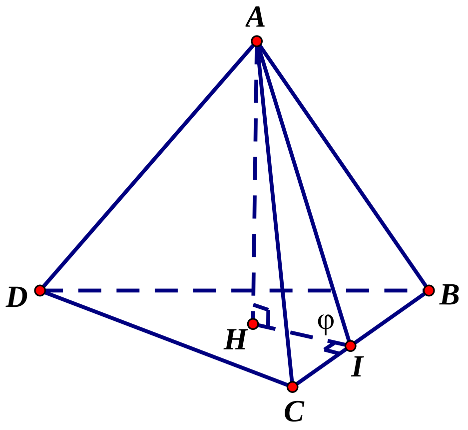
Theo đề góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A'),(A'B'C'D')$ bằng 60°, nên suy ra

$$V_{A'ABC}=\frac{2S_{A'AB}.S_{ABC}\sin 60^\circ}{3AB}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$

$$V_{AOIJ}=\frac{1}{3}d\left(O;(IAJ)\right).S_{IAJ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(B;(B'AD)\right).\frac{1}{2}S_{B'AD}=\frac{1}{4}V_{B'ABD}=\frac{1}{4}V_{A'ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$$

Bổ sung: *Công thức tính nhanh thể tích tứ diện theo góc giữa hai mặt phẳng*

Cho tứ diện ABCD có diện tích tam giác ABC bằng S_1, diện tích tam giác BCD là S_2 và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (DBC) là φ. Khi đó ta có: $V_{ABCD} = \dfrac{2S_1S_2.\sin\varphi}{3BC}$



Chứng minh: Gọi H là hình chiếu của A lên (BCD), kẻ HI ⊥BC tại I thì AI⊥BC và

$\left((ABC);(DBC)\right) = (AI;HI) = AIH = \varphi$; $AH = AI\sin\varphi$

$V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}AH.S_{DBC} = \dfrac{1}{3}AI\sin\varphi.S_2 = \dfrac{1}{3}\dfrac{2S_{ABC}}{BC}.\sin\varphi.S_2 = \dfrac{2S_1S_2\sin\varphi}{3BC}$

Câu 50: Có bao nhiêu bộ $(x;y)$ với x,y nguyên và $1 \le x,y \le 2022$ thỏa mãn $(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right) \le (2x+3y-xy-6)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right)$?

A. 2019. **B.** 4038. **C.** 2. **D.** 2019.2022.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết kết hợp ĐKXĐ của bất phương trình ta có: $1 \le y \le 2022; 4 \le x \le 2022; x,y \in Z$,(1).

Ta có: $(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right) \le (2x+3y-xy-6)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right)$

$\Leftrightarrow (x+4)(y+2)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right) + (x-3)(y-2)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right) \le 0$ (*).

Xét $f(x) = \log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right) = \log_2\left(2+\dfrac{7}{x-3}\right) > 0, \forall x \in [4;2022]$ (2).

+ Với $y=1$ thay vào (*) ta được:

$3(x+4)\log_3\left(\dfrac{2}{3}\right) - (x-3)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right) \le 0$ (luôn đúng $\forall x \in [4;2022]$ do (1) và (2)).

Suy ra có 2019 bộ $(x;y)$.

+ Với $y=2$ thay vào (*) ta thấy luôn đúng $\forall x \in [4;2022]$.

Suy ra có 2019 bộ $(x;y)$.

+ Với $3 \le y \le 2022 \Rightarrow y+2 > 0$.

Xét $g(y) = \log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right) = \log_3\left(\dfrac{y+y}{y+2}\right) > \log_3\left(\dfrac{y+2}{y+2}\right) = 0, \forall y \ge 3$ (3).

Suy ra (*) vô nghiệm (Do (2) và (3)).

Vậy có 4038 bộ $(x; y)$.

CÁCH 2: $Bpt \Leftrightarrow \left(xy+2x+4y+8\right)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right) \le \left(x-3\right)\left(2-y\right)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right)$ (1)

+) Từ (1) suy ra $x \ge 4$

+) Nếu $y \ge 3$ ta có $\left(xy+2x+4y+8\right)\log_3\left(\dfrac{2y}{y+2}\right) \ge 0$, $\left(x-3\right)\left(2-y\right)\log_2\left(\dfrac{2x+1}{x-3}\right) < 0$. Suy ra (1) vô nghiệm.

+) Suy ra $y=2, x \ge 4$ thỏa (1) và $y=1, x \ge 4$ thỏa (1).

Vậy có $2019+2019=4038$ bộ $\left(x; y\right)$ nguyên thỏa bài toán.