# CHUYÊN ĐỀ: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

1. **MỤC TIÊU:** Học sinh nắm được

- Khái niệm hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

*ax*  *by*  *c*

và cách giải

 / *x*  *b*/ *y*  *c* /

*a*

- Một số dạng toán về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

# NỘI DUNG:

I: **CÁCH GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**Dạng 1: Giải hệ phương trình có bản và đưa về dạng cơ bản**

1.- Vận dụng quy tắc thế và quy tắc cộng đại số để giải các hệ phương trình sau:

|  |  |
| --- | --- |
| Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế  3*x*  2 *y*  4  3*x*  2(5  2*x*)  4     2*x*  *y*  5  *y*  5  2*x*   3*x* 10  4*x*  4  7*x*  14   *y*  5  2*x*  *y*  5  2*x*      *x*  2  *x*  2   *y*  5  2.2  *y*  1     Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1) | Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số  3*x*  2 *y*  4  3*x*  2 *y*  4  7*x*  14      2*x*  *y*  5 4*x*  2 *y*  10 2*x*  *y*  5   *x*  2  *x*  2   .2  *y*  5  *y*  1  2   Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1) |

# 2.- Bài tập:

**Bài 1:** Giải các hệ phương trình

1) 4*x*  2 *y*  3



6*x*  3*y*  5

2) 2*x*  3*y*  5

4*x*  6 *y*  10



3) 3*x*  4 *y*  2  0

5*x*  2 *y*  14





4) 2*x*  5 *y*  3

3*x*  2 *y*  14



*y*

*x*

5

 (1 

3) *y*  1

0,2*x*  0,1*y*  0,3

 *x*  2

5) 

5

6) 

7)  3

(1 

3)*x*  *y*  1

3*x*  *y*  5

*x*  *y*  10  0

**Bài 2:** Giải các hệ phương trình sau:

1) (3*x*  2)(2 *y*  3)  6*xy*



(4*x*  5)( *y*  5)  4*xy*

2) 2(*x*  *y*)  3(*x*  *y*)  4

(*x*  *y*)  2(*x*  *y*)  5



2 *y*  5*x*  5  *y*  27  2*x*



3) (2*x*  3)(2 *y*  4)  4*x*( *y*  3)  54

4) **** 3 4



(*x*

 1)(3*y*  3)  3*y*(*x*  1) 12

 *x*  1

* *y* 

6 *y*  5*x*

1 (*x*  2)( *y*  3)  1 *xy*  50

 3 7

****

2

5) 

1



2

*xy* 

2

1 (*x*  2)( *y*  2)  32

2

6) (*x*  20)( *y* 1)  *xy*

(*x* 10)( *y*  1)  *xy*



# Dạng 2. Giải các hệ phương trình sau bằng cách đặt ẩn số phụ Bài tập:

1  1  1

 2  1  3

 3*x*  2  4

**1)**  *x y* 12

**2)**  *x*  2 *y y*  2*x*

**3)**  *x*  1 *y*  4

8 15

 4 3

 2*x* 5

   1

 *x y*



 *x*  2 *y*

*y*  2*x*  1



 *x*  1

*x*

*y*

*y*  4  9

*x* 2  *y* 2  13

3  2

 16

 *x*  4 *y*

 18

**4)** 

3*x* 2

 2 *y* 2

 6

**5)** 

2  3

*x*

*y*

 11

**6)** 

3 *x* 

*y*  10

2(*x*2  2*x*) 

**7)** 

*y*  1  0

# 

5 *x* 1  3 *y*  2  7

**8)** 

4*x*2  8*x*  4

*y* 2  4 *y*  4

3(*x*2  2*x*)  2

*y*  1  7

2

 5  13

# Dạng 3. Giải và biện luận hệ phương trình Phương pháp giải:

* + Từ một phương trình của hệ tìm y theo x rồi thế vào phương trình thứ hai để được phương trình bậc nhất đối với x
  + Giả sử phương trình bậc nhất đối với x có dạng: ax =  b (1)
  + Biện luận phương trình (1) ta sẽ có sự biện luận của hệ

1. Nếu a = 0: (1) trở thành 0x = b
   * Nếu b = 0 thì hệ có vô số nghiệm
   * Nếu b  0 thì hệ vô nghiệm
2. Nếu a  0 thì (1)  x =

*b* , Thay vào biểu thức của x ta tìm y, lúc đó hệ

*a*

phương trình có nghiệm duy nhất.

**Ví dụ:** Giải và biện luận hệ phương trình:

*mx*  *y*  2*m*(1)

4*x*  *my*  *m*  6(2)



Từ (1)  y = mx – 2m, thay vào (2) ta được:

4x – m(mx – 2m) = m + 6  (m2 – 4)x = (2m + 3)(m – 2) (3)

1. Nếu m2 – 4  0 hay m   2 thì x =

(2*m*  3)(*m*  2)  2*m*  3

Khi đó y = -

*m*2  4

*m* . Hệ có nghiệm duy nhất: ( 2*m*  3 ;-

*m*  2

*m* )

*m*  2

*m*  2

*m*  2

1. Nếu m = 2 thì (3) thỏa mãn với mọi x, khi đó y = mx -2m = 2x – 4 Hệ có vô số nghiệm (x, 2x-4) với mọi x  R
2. Nếu m = -2 thì (3) trở thành 0x = 4 . Hệ vô nghiệm

**Vậy:** - Nếu m  2 thì hệ có nghiệm duy nhất: (x,y) = ( 2*m*  3 ;-

*m*  2

*m* )

*m*  2

* Nếu m = 2 thì hệ có vô số nghiệm (x, 2x-4) với mọi x  R
* Nếu m = -2 thì hệ vô nghiệm

**Bài tập:** Giải và biện luận các hệ phương trình sau:

*mx*  *y*  3*m* 1

1) *x*  *my*  *m*  1



*x*  *my*  3*m*

*mx*  4 *y*  10  *m*

2) *x*  *my*  4



*x*  *my*  1  *m*2



(*m* 1)*x*  *my*  3*m* 1

3) 2*x*  *y*  *m*  5



2*x*  *y*  3  2*m*

4) 

*mx*  *y*  *m*2  2

5) *mx*  *y*  1  *m*2

6) 

*mx*  *y*  (*m*  1)2

# DẠNG 4: XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ CỦA THAM SỐ ĐỂ HỆ CÓ NGHIỆM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

**Phương pháp giải:**

* Giải hệ phương trình theo tham số
* Viết x, y của hệ về dạng: n +

*k* với n, k nguyên

*f* (*m*)

* Tìm m nguyên để f(m) là ước của k

**Ví dụ1:** Định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên:

*mx*  2 *y*  *m*  1



2*x*  *my*  2*m* 1

# HD Giải:

*mx*  2 *y*  *m*  1



 2*mx*  4 *y*  2*m*  2

2*x*  *my*  2*m* 1



2*mx*  *m*2

*y*  2*m*2  *m*

(*m*2  4) *y*  2*m*2  3*m*  2  (*m*  2)(2*m*  1)





2*x*  *my*  2*m* 1

để hệ có nghiệm duy nhất thì m2 – 4  0 hay m   2

Vậy với m   2 hệ phương trình có nghiệm duy nhất

 *y*  (*m*  2)(2*m*  1)  2*m*  1  2  3

****



*x* 





*m*2  4

*m* 1  1 

*m*  2

3

*m*  2

*m*  2

*m*  2

Để x, y là những số nguyên thì m + 2  Ư(3) = 1;1;3;3 Vậy: m + 2 =  1,  3 => m = -1; -3; 1; -5

# Bài Tập:

**Bài 1:**

Định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên:

(*m*  1)*x*  2 *y*  *m* 1

*m*

# Bài 2:

 2 *x*  *y*  *m*2

* 2*m*

1. Định m, n để hệ phương trình sau có nghiệm là (2; -1)

2*mx*  (*m*  1) *y*  *m*  *n*



(*m*  2)*x*  3*ny*  2*m*  3

# HD:

Thay x = 2 ; y = -1 vào hệ ta được hệ phương trình với ẩn m, n

1. Định a, b biết phương trình ax2 -2bx + 3 = 0 có hai nghiệm là x = 1 và x = -2

# HD:

thay x = 1 và x = -2 vào phương trình ta được hệ phương trình với ẩn a, b

1. Xác định a, b để đa thức f(x) = 2ax2 + bx – 3 chia hết cho 4x – 1 và x + 3

**HD:** f(x) = 2ax2 + bx – 3 chia hết cho 4x – 1 và x + 3 nên. Biết nếu f(x) chia hết

cho ax + b thì f(- *b* ) = 0

*a*

 1  *a b*





4



*f* ( ) 0   3  0

   8 4

Giải hệ phương trình ta được a = 2; b = 11

 *f* (3)  0 18*a*  3*b*  3  0

1. Cho biểu thức f(x) = ax2 + bx + 4. Xác định các hệ số a và b biết rằng f(2) = 6 , f(-1) = 0

# HD:

 *f* (2)  6

 4*a*  2*b*  2  *a*  1

 *f* (1)  0



*a*

 3

*b*

# Bài 3:

  *b*  4 

Xác định a, b để đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm A(2 ; 1) ; B(1 ; 2)

# HD:

Đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm A(2 ; 1) ; B(1 ; 2) ta có hệ phương trình

2*a*  *b*  1  *a*  1

*a*  *b*  2 



 3

*b*

Xác định a, b để đường thẳng y = ax + b đi qua hai điểm

a) M(1 ; 3) ; N(3 ; 2) b) P(1; 2) ; Q(2; 0)

# Bài 4:

Định m để 3 đường thẳng 3x + 2y = 4; 2x – y = m và x + 2y = 3 đồng quy

# DH giải:

- Tọa độ giao điểm M (x ; y) của hai đường thẳng 3x + 2y = 4 và x + 2y = 3 là

nghiệm của hệ phương trình:

3*x*  2 *y*  4  *x*  0,5

. Vậy M(0,2 ; 1,25)

*x*  2 *y*  3  *y*  1,25





Để ba đường thẳng trên đồng quy thì điểm M thuộc đường thẳng 2x – y = m, tức là: 2.0,2- 1,25 = m  m = -0,85

Vậy khi m = -0,85 thì ba đường thẳng trên đồng quy

Định m để 3 đường thẳng sau đồng quy

a) 2x – y = m ; x - y = 2m ; mx – (m – 1)y = 2m – 1

b) mx + y = m2 + 1; (m +2)x – (3m + 5)y = m – 5 ; (2 – m)x – 2y = -m2 + 2m – 2

**Bài 5:** Định m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn hệ thức cho trước

Cho hệ phương trình:

*mx*  4 *y*  9

*x*  *my*  8



Với giá trị nào của m để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa mãn hệ thức:

2x + y +

38

*m* 2  4

= 3

# HD Giải:

* Điều kiện để hệ phương trình có nghiệm duy nhất: m
* Giải hệ phương trình theo m

  2

 *y*  8*m*  9

*mx*  4 *y*  9  *mx*  4 *y*  9

 (*m*2  4) *y*  8*m*  9  ****

*m* 2  4

*x*  *my*  8



2



*mx*  *m y*  8*m*



*x*  *my*  8



*x* 



9*m*  32

*m* 2  4

* Thay x =

9*m*  32

*m*2  4

; y =

8*m*  9

*m* 2  4

vào hệ thức đã cho ta được:

**2.** 9*m*  32

*m*2  4

+ 8*m*  9 +

*m* 2  4

38 = 3

*m* 2  4

=> 18m – 64 +8m – 9 + 38 = 3m2 – 12

 3m2 – 26m + 23 = 0

 m1 = 1 ; m2 = 23 (cả hai giá trị của m đều thỏa mãn điều kiện)

3

Vậy m = 1 ; m = 23

3

# BÀI TẬP TỔNG HỢP

**Bài 1:**

Cho hệ phương trình

*mx*  4 *y*  10  *m*

*x*  *my*  4



(m là tham số)

1. Giải hệ phương trình khi m =

2

1. Giải và biện luận hệ phương trình theo m
2. Xác định các giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất (x;y) sao cho x> 0, y > 0
3. Với giá trị nào của m thì hệ có nghiệm (x;y) với x, y là các số nguyên dương

# Bài 2:

Cho hệ phương trình :

(*m* 1)*x*  *my*  3*m* 1

2*x*  *y*  *m*  5



1. Giải và biện luận hệ phương trình theo m
2. Với giá trị nguyên nào của m để hai đường thẳng của hệ cắt nhau tại một điểm nằm trong góc phần tư thứ IV của hệ tọa độ Oxy
3. Định m để hệ có nghiệm duy nhất (x ; y) sao cho P = x2 + y2 đạt giá trị nhỏ nhất.

# Bài 3:

Cho hệ phương trình

3*x*  2 *y*  4

2*x*  *y*  *m*



1. Giải hệ phương trình khi m = 5
2. Tìm m nguyên sao cho hệ có nghiệm (x; y) với x < 1, y < 1
3. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng 3x + 2y = 4; 2x – y = m; x + 2y = 3 đồng quy **Bài 4:**

Cho hệ phương trình:

*mx*  4 *y*  9

*x*  *my*  8



1. Giải hệ phương trình khi m = 1
2. Với giá trị nào của m để hệ có nghiệm (-1 ; 3)
3. Với giá trị nào của m thì hệ có nghiệm duy nhất, vô nghiệm

# Bài 5:

Cho hệ phương trình:

*x*  *my*  9

*mx*  3*y*  4



1. Giải hệ phương trình khi m = 3
2. Với giá trị nào của m để hệ có nghiệm (-1 ; 3)
3. Chứng tỏ rằng hệ phương trình luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi m
4. Với giá trị nào của m để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa mãn hệ thức:

# Bài 6:

Cho hệ phương trình:

x - 3y =

mx  y  2



28 - 3

*m*2  3

3x  my  5

* 1. Giải hệ phương trình khi m  .

2

* 1. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) thỏa mãn

m2

hệ thức

# Bài 7:

x  y  1 

m2  3 .

Cho hệ phương trình

3*x*  *my*  9

*mx*  2 *y*  16



1. Giải hệ phương trình khi m = 5
2. Chứng tỏ rằng hệ phương trình luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi m
3. Định m để hệ có nghiệm (x ; y) = ( 1,4 ; 6,6)
4. Tìm giá trị nguyên của m để hai đường thẳng của hệ cắt nhau tại một điểm nằm trong góc phần tư thứ IV trên mặt phẳng tọa độ Oxy
5. Với trị nguyên nào của m để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa mãn x + y = 7