

CHUYÊN ĐỀ VỀ HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Cơ bản

I. Hàm số bậc nhất.

- Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$ trong mỗi trường hợp sau:
 - Đồ thị của hàm số song song với đt $y = 3x + 1$ và đi qua A (2; 5).
 - Đồ thị của hàm số vuông góc với đt $y = x - 5$ và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -2.
 - Đồ thị hàm số đi qua A(-1; 2) và B(2; -3).
 - Đồ thị hàm số cắt (P): $y = x^2$ tại 2 điểm A và B có hoành độ lần lượt là -1 và 2.
- Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$.
 - Tìm m để hàm số luôn đồng biến; Tìm m để hàm số luôn nghịch biến.
 - Tìm m để đồ thị hàm số // với đt: $y = 3x - 3 + m$;
 - Tìm m để đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $y = 3x - 3 + m$.
 - Tìm m để đồ thị hàm số cắt Ox tại điểm có hoành độ = 3.
 - Tìm m để đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ = 3.
 - Tìm m để đồ thị các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$; $y = (m - 2)x + m + 3$ đồng quy.
- Cho 2 đường thẳng: $y = -4x + m + 1$ (d_1); $y = \frac{4}{3}x + 15 - 3m$ (d_2)
 - Tìm m để d_1 cắt d_2 tại điểm C trên trục tung.
 - Với m vừa tìm được tìm giao điểm A, B của 2 đường thẳng d_1, d_2 với Ox.
 - Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.
 - Tính các góc của tam giác ABC.
- Tìm m để đt: $y = mx + 1$ cắt đt: $y = 2x - 1$ tại 1 điểm thuộc đường phân giác góc phân tư thứ 2.

II. Parabol và đường thẳng.

- Cho (P): $y = (2m - 1)x^2$. Tìm m để (P) đi qua A(2; -2). Với m vừa tìm được viết PT đt qua O(0; 0) và qua điểm T thuộc (P) có tung độ bằng -1/16.
- Cho (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và (d): $mx + y = 2$. Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
- Cho (P): $y = x^2$ và đường thẳng: $y = mx - m$ (d)
 - Tìm m để d tiếp xúc với (P).
 - Tìm m để d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
- Cho (P): $y = x^2 + 1$ và (d): $y = 2x + 3$.
 - Vẽ (P) và (d).
 - Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d).
 - Gọi C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên Ox. Tính diện tích tứ giác ABCD.
- Cho (P): $y = x^2$.
 - Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.
 - Trên (P) lấy 2 điểm A và B có hoành độ lần lượt là 1 và 3. Viết PT AB.
 - Tính diện tích tứ giác có đỉnh là A, B và các điểm là 2 hình chiếu của A và B trên Ox.
- Cho (P): $y = 2x^2$.
 - Vẽ (P).
 - Tùy theo m, hãy xét số giao điểm của đường thẳng $y = mx - 1$ với (P).
 - Lập PT đt song song với đt: $y = 2x + 2010$ và tiếp xúc với (P).
 - Tìm trên (P) điểm cách đều 2 trục tọa độ.

7. Cho (P): $y = -\frac{x^2}{4}$ và I(0; -2). Đường thẳng d qua I với hệ số góc m.
- Viết pt của đường thẳng d
 - Chứng tỏ d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
8. Cho (P): $y = x^2$ và đường thẳng d có hệ số góc k đi qua M(0; 1).
- Viết pt đường thẳng (d)
 - Chứng minh với mọi k đt (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
 - Gọi hoành độ của A, B lần lượt là x_1, x_2 . Chứng minh $|x_1 - x_2| > 2$.
9. Cho hàm số $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua N(-1; -2) có hệ số góc k.
- Viết phương trình đường thẳng (d)
 - Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm A, B. Tìm k để A, B nằm về 2 phía của trục tung.
 - Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Tìm k để $S = x_1 + y_1 + x_2 + y_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Nâng cao:

10. Tìm điểm M($x_1; y_1$) trên đt: $2x + 3y = 5$ sao cho khoảng cách từ O đến M là nhỏ nhất.
11. Xác định hàm số $y = ax + b$ biết đồ thị hàm số tiếp xúc với (P): $y = 2x^2$ và đi qua điểm A(0; -2).
12. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$. (d)
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn đi qua 1 điểm cố định. Tìm điểm đó.
 - Tìm m để (d) cắt Ox, Oy tạo thành tam giác có diện tích = 2.
13. Cho (P): $y = (2m - 1)x^2$. Tìm m để (P) đi qua A(2; -2). Với m vừa tìm được hãy:
- Viết PT đt đi qua B(-1; 1) và tiếp xúc với (P).
 - Tìm trên (P) các điểm có khoảng cách đến O bằng 1.
14. *Cho (P): $y = -x^2$ và (d) $y = m$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
Tìm m để tam giác OAB đều. Tính diện tích tam giác đó.
15. * Tìm m để k/cách từ O(0;0) đến đt: $y = (m - 1)x + 2$ lớn nhất; (tương tự $y = (m - 2)x - m$).
16. Cho (P): $y = 2x^2$.
- Tìm trên (P) các điểm có khoảng cách đến O = $\sqrt{5}$.
 - Viết PT đt đi qua A(0; -2) và tiếp xúc với (P)
 - *Tìm tập hợp điểm M sao cho qua M có thể kẻ được 2 đt vuông góc với nhau và cùng tiếp xúc với (P).
17. *Cho (P): $y = x^2$ và đường thẳng: $y = mx - m$ (d)
Tìm m để d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B. Tìm tọa độ trung điểm K của AB. Suy ra hệ thức liên hệ giữa các tọa độ của K độc lập với m.
18. Cho (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và (d): $mx + y = 2$.
- Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
 - *Tìm m để AB có độ dài nhỏ nhất. Tính diện tích tam giác OAB với m vừa tìm được.
 - *Chứng minh rằng trung điểm I của AB khi m thay đổi luôn nằm trên một parabol cố định.
19. Cho (P): $y = -\frac{x^2}{4}$ và I(0; -2). Đường thẳng d qua I với hệ số góc m.
- Chứng tỏ d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
 - Tính độ dài AB theo m. c) Tìm m để AB đạt giá trị nhỏ nhất.

20. Cho (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng d: $y = mx + \frac{1}{2}$.

- a) Chứng minh d luôn đi qua 1 điểm cố định A khi m thay đổi và d luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt M, N.
- b) Tìm tập hợp trung điểm I của MN khi m thay đổi.

21. Cho (P): $y = x^2$ và đường thẳng d có hệ số góc k đi qua M(0; 1).

- a) Chứng minh với mọi k đt (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.
- b) *Tính độ dài AB theo k. Tìm k để $AB = \sqrt{10}$.
- c) *Tính theo hệ số góc của OA theo x_1 , hệ số góc của OB theo x_2 . Chứng minh tam giác OAB vuông.
- d) *Tìm k để diện tích tam giác OAB = 2.
- e) *Gọi H, K là hình chiếu của A, B lên Ox. Chứng minh tam giác IHK vuông tại I.

22. Cho (P): $y = x^2$ Tìm trên (P) 2 điểm A, B sao cho tam giác:

- a) OAB đều.
- b) OAB cân tại O có diện tích = 8.