

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC CẦN NHỚ

1. Công thức lượng giác cơ bản nên nhớ

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1, \alpha \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\cos 2\alpha$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = -\cos 2\alpha(1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)$$

2. Giá trị lượng giác của cung có liên quan đặc biệt

Cung đối nhau: α và $-\alpha$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

Cung bù nhau: α và $\pi - \alpha$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

Cung hơn kém π : α và $\alpha + \pi$

$$\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$$

$$\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$$

Cung phụ nhau: α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

Cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$: α và $\alpha + \frac{\pi}{2}$

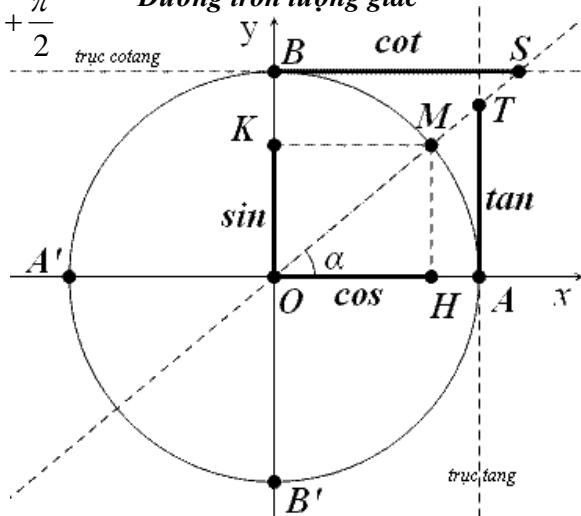
$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\tan \alpha$$

Đường tròn lượng giác



3. Công thức lượng giác

Công thức cộng

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

Công thức nhân đôi, nhân ba

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$$



Cần nhớ công thức công cho chắc chắn.
 Từ công thức cộng ta có thể suy ra những công thức còn lại.

Công thức hạ bậc

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}; \cos^3 \alpha = \frac{3 \cos \alpha + \cos 3\alpha}{4}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}; \sin^3 \alpha = \frac{3 \sin \alpha - \sin 3\alpha}{4}$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$$

Công thức biến tích thành tổng

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$$

Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

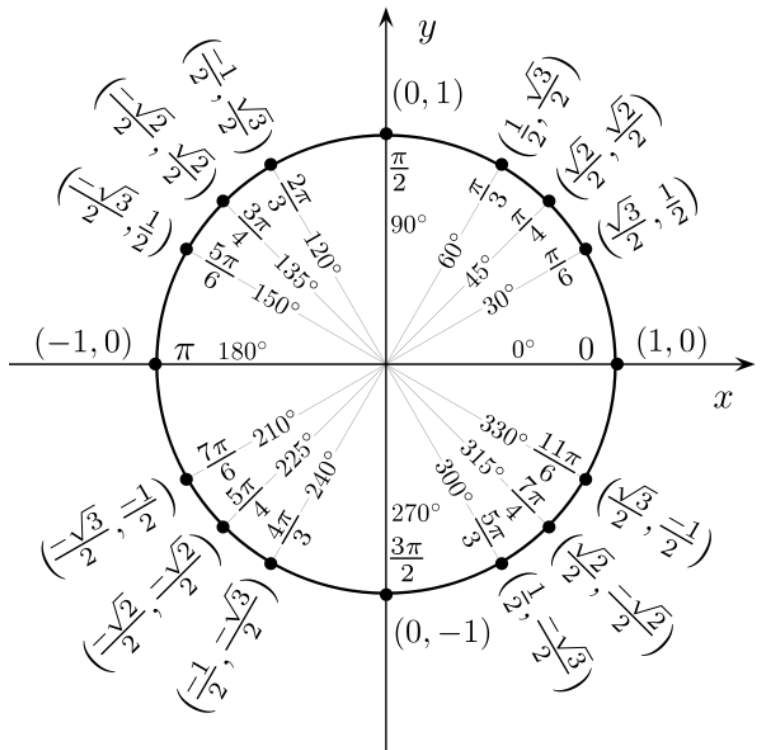
$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$$

Tọa độ điểm $M(\cos \alpha; \sin \alpha)$ trên đường tròn lượng giác



Giá trị lượng giác của một số cung đặc biệt cần ghi nhớ

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\parallel	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot \alpha$	\parallel	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	\parallel