**DẠNG 11: ĐA THỨC VÀ TÍNH CHIA HẾT CỦA ĐA THỨC**

**Dạng 1: Tìm Dư Trong Phép Chia.**

**A.Bài toán**

**Bài 1:** Tìm số dư trong phép chia của biểu thức  cho đa thức 

**Bài 2:** Tìm số dư trong phép chia của biểu thức:

cho đa thức 

**Bài 3:** Tìm số dư trong phép chia của đa thức cho đa thức 

**Bài 4:** Tìm số dư trong phép chia của biểu thức cho đa thức 

**Bài 5:** Tìm số dư trong phép chia  cho 

**Bài 6:** a) Tìm số dư trong phép chia của đa thức cho đa thức 

b) Cho và Chứng minh với mọi thì thương của phép chia cho B là bội số của 6

**Bài 7:**

a) Tìm số dư trong phép chia đa thức  cho 

b) Tìm mọi số nguyên sao cho chia hết cho 

**Bài 8:** Đa thức f(x) khi chia cho  dư 4, khi chia cho  dư . Tìm phần dư khi chia f(x) cho 

**Bài 9:** Tìm dư khi chia cho 

**Bài 10:** Tìm đa thức dư khi chia đa thức  cho 

**B. HƯỚNG DẪN**

**Bài 1:** Tìm số dư trong phép chia của biểu thức  cho đa thức 

**Lời giải**

Ta có:



Đặt , Biểu thức được viết lại



Do đó khi chia cho ta có số dư là 

**Bài 2:** Tìm số dư trong phép chia của biểu thức:

cho đa thức 

**Lời giải**

Đặt 



Đặt 

Ta có: 

Vậy số dư của phép chia là 

**Bài 3:** Tìm số dư trong phép chia của đa thức cho đa thức 

**Lời giải**

Ta có: 



Đặt biểu thức được viết lại:



Do đó khi chia cho t ta có số dư là



**Bài 4:** Tìm số dư trong phép chia của biểu thức cho đa thức 

**Lời giải**



Đặt , biểu thức được viết lại



Do đó khi chia cho ta có số dư là 

**Bài 5:** Tìm số dư trong phép chia  cho 

**Lời giải**

Ta có: 

Đặt ta có: 



Vậy ta có 

Vậy số dư trong phép chia cho là 2018.

**Bài 6:** a)Tìm số dư trong phép chia của đa thức cho đa thức 

b)Cho và Chứng minh với mọi thì thương của phép chia cho B là bội số của 6

**Lời giải**

1. Ta có:



Đặt , biểu thức được viết lại:



Do đó khi chia cho t ta có số dư là 

1. Thực hiện phép chia , ta được:

Thương của A chia cho B là 

Ta có:



Vì  là tích 3 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 6

Và chia hết cho 6

Thương của phép chia cho B là bội số của 

**Bài 7:**

a) Tìm số dư trong phép chia đa thức  cho 

b) Tìm mọi số nguyên sao cho chia hết cho 

**Lời giải**

a) Đặt 

Ta có: 



Vậy số dư trong phép chia cho là 

b) Thực hiện phép chia đa thức cho , ta được: Đa thức thương: đa thức dư: 

Suy ra : 

Do đó 

Vì  nên:



Vì nên xảy ra một trong hai trường hợp sau:

không có giá trị nào thỏa mãn



Vậy 

**Bài 8:** Đa thức f(x) khi chia cho  dư 4, khi chia cho  dư . Tìm phần dư khi chia f(x) cho 

**Lời giải**

Theo định lí bơ-zu ta có: f(x) chia  dư 4 => f(-1) = 4.

Do bậc của đa thức chia là 3 nên đa thức dư có dạng .

Gọi thương là q(x).Theo định nghĩa phép chia còn dư, ta có : 

Mà f(x) chia cho  dư  (1)

Mặt khác f(-1)=4  a -b+ c = 4 (2) . Do đó ta có :



Vậy đa thức dư cần tìm có dạng: 

**Bài 9:** Tìm dư khi chia cho 

**Lời giải**

Đặt 

Gọi thương khi chia cho  là dư là 

Ta có: 

Đẳng thức trên đúng với mọi nên

* Với  ta được 
* Với  ta được: 

Từ (1) và (2) suy ra , Dư phải tìm là 

**Bài 10:** Tìm đa thức dư khi chia đa thức  cho 

**Lời giải**

Gọi đa thức dư trong phép chia là 

Khi đó ta có: 

Thay vào ta có: 

Thay vào ta có: 

Từ đó suy ra . Vậy số dư là 

**Dạng 2: Tìm Đa Thức  .**

**A.Bài toán**

**Bài 1:** Tìm đa thức biết rằng:  chia cho dư  chia cho dư 24, chia cho được thương là và còn dư

**Bài 2:** Tìm đa thức biết rằng: chia cho dư 10, chia cho dư 22, chia cho được thương là và còn dư

**Bài 3:** Tìm đa thức biết rằng : chia cho dư 10, chia cho dư 26, chia cho được thương là và còn dư

**Bài 4:** Tìm đa thức , biết chia cho dư 5, chia cho  dư 7, chia cho được thương là và còn dư.

**B.Lời giải**

**Bài 1:** Tìm đa thức biết rằng:  chia cho dư  chia cho dư 24, chia cho được thương là và còn dư

**Lời giải**

Giả sử chia cho được thương là và còn dư 

Khi đó :



Theo đề bài, ta có:



Do đó :



Vậy đa thức cần tìm có dạng: 

**Bài 2 :** Tìm đa thức biết rằng: chia cho dư 10, chia cho dư 22, chia cho được thương là và còn dư

**Lời giải**

Giả sử chia cho được thương là và còn dư là 

Khi đó: 

Theo đề bài, ta có:



Do đó: 

Vậy đa thức cần tìm có dạng: 

**Bài 3:** Tìm đa thức biết rằng : chia cho dư 10, chia cho dư 26, chia cho được thương là và còn dư

**Lời giải**

Giả sử chia cho được thương là và còn dư là Khi đó 

Theo đề bài, ta có:



Do đó 

Vậy đa thức cần tìm là 

**Bài 4:** Tìm đa thức , biết chia cho dư 5, chia cho  dư 7, chia cho được thương là và còn dư.

**Lời giải**



Từ đó suy ra :





Tìm ra 

Thay vào ta có đa thức 

**Dạng 3: Tính Giá Trị Biểu Thức .**

**A.Bài toán**

**Bài 1:** Tính giá trị A = x15 – 8x14 + 8x13 – 8x12 + ... - 8x2 + 8x + 1 với x = 7

**Bài 2:** Cho đa thức  (với ). Biết đa thức  chia cho  thì dư 12, chia cho  thì dư . Tính giá trị của biểu thức:.

**Bài 3:** Cho Tính 

**Bài 4:**Đa thức chia hết cho các đa thức Tính



**Bài 5:** Đa thức bậc 4 có hệ số bậc cao nhất là 1. Biết .

Hãy tính giá trị của biểu thức 

**Bài 6:** Đa thức chia hết cho các đa thức  Tính 

**Bài 7:** Cho hai đa thức Gọi là các nghiệm của Tính giá trị của 



**Bài 8:** Đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1 và thỏa mãn 

Tính 

**Bài 9:** Cho đa thức 

a) Tìm để chia hết cho 

b) Với vừa tìm được ở câu hãy tìm số dư khi chia cho và phân tích ra các thừa số bậc nhất

1.2) Cho đa thức 

Biết Tính 

**Bài 10:** Cho  với 

Tính giá trị biểu thức 

**Bài 11:** Cho . Tính ?

**B.Lời giải**

**Bài 1:** Tính giá trị A = x15 – 8x14 + 8x13 – 8x12 + ... - 8x2 + 8x + 1 với x = 7

**Lời giải**

Thay 8 bằng x + 1 ta có

A = x15 – (x+1).x14 + (x+1)x13 – (x+1)x12 + ... – (x + 1)x2 + (x+1)x + 1

= x15 – x15 – x14 + x14 + x13 – x13 – x12 +... – x3 – x2 + x2 + x + 1 = x + 1 = 7 +1 = 8

**Bài 2:** Cho đa thức  (với ). Biết đa thức  chia cho  thì dư 12, chia cho  thì dư . Tính giá trị của biểu thức:.

**Lời giải**

Gọi thương của phép chia  cho  và  lần lượt là  và . Suy ra  (1)

 (2)

Thay  vào (1) ta có 

Thay  vào (2) ta có 

.

**Bài 3:**

Cho Tính 

**Lời giải**





nhận hai giá trị là 0 hoặc 



**Bài 4:** Đa thức chia hết cho các đa thức Tính



**Lời giải**

Đa thức chia hết cho các đa thức nên:



Từ và ta tìm được



Vậy



**Bài 5:** Đa thức bậc 4 có hệ số bậc cao nhất là 1. Biết .

Hãy tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Ta có: 

Nên có dạng 

Khi đó: 



**Bài 6:** Đa thức chia hết cho các đa thức  Tính 

**Lời giải**

Đa thức chia hết cho các đa thức nên:



Từ và ta tìm được 

Vậy 

**Bài 7:** Cho hai đa thức Gọi là các nghiệm của Tính giá trị của 



**Lời giải**

Ta có : 



Do đó 

**Bài 8:** Đa thức bậc 4 có hệ số cao nhất là 1 và thỏa mãn 

**Lời giải**

Tính Nhận xét: thỏa mãn 

 là đa thức bậc 4 có 3 nghiệm 

Vậy ta có:



**Bài 9:** Cho đa thức 

a) Tìm để chia hết cho 

b) Với vừa tìm được ở câu hãy tìm số dư khi chia cho và phân tích ra các thừa số bậc nhất

1.2) Cho đa thức 

Biết Tính 

**Lời giải**





Để thì 

b) Với 



Phân tích ra tích các thừa số bậc nhất:



1.2 ) Vì 

Mà 



**Bài 10:** Cho  với 

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

Biến đổi giả thiết về dạng:



Với tính được: 

Với tính được: 

**Bài 11:** Cho . Tính ?

**Lời giải**

***ĐKXĐ*: .**

Ta có : 





Vậy,  với **.**

**Dạng 4: Chứng Minh**

**A.Bài toán**

**Bài 1:** Chứng minh rằng:  chia hết cho



**Bài 2:** Chứng minh:

a)  chia hết cho .

b)  chia hết cho , với .

**Bài 3:**Chứng minh rằng:

a) Đa thức  chia hết cho đa thức 

b) Đa thức  có giá trị nguyên với mọi  là số nguyên.

**Bài 4:** Chứng minh  chia hết cho với mọi 

**Bài 5:** Chứng minh rằng với mọi số nguyên thì chia hết cho 6

**Bài 6:** Chứng minh rằng: với mọi 

**Bài 7:** Cho với là các số thỏa mãn 

Chứng tỏ rằng 

**Bài 8:** Chứng minh rằng: chia hết cho  khi và chỉ khi 

Áp dụng phân tích đa thức thành nhân tử: 

**Bài 9:** Chứng minh rằng không có giá trị tự nhiên nào để giá trị của biểu thức chia hết cho giá trị của biểu thức 

**Bài 10:** Chứng tỏ rằng đa thức:**** luôn không âm với mọi giá trị của biến .

**B.Lời giải**

**Bài 1:** Chứng minh rằng:  chia hết cho 

**Lời giải**

Đa thức g(x) = x2 – x = x(x – 1) có hai nghiệm là x = 0; x = 1.

Ta có  là nghiệm của f(x).

Suy rachứa thừa số x

Ta có : là nghiệm của f(x)

f(x) chứa thừa số x – 1 mà các thừa số x và x – 1 không có nhân tử chung do đó f(x) chia hết cho

x( x – 1).

Vậy chia hết cho 

**Bài 2:**Chứng minh:

a)  chia hết cho .

b)  chia hết cho , với .

**Lời giải**

a)  chia hết cho .

Ta có : 

Xét tại  thì 

Vậy,  chia hết cho .

b)  chia hết cho , với .

Ta có: (1)

Mặt khác, 

Từ (1) và (2) suy ra 

Vậy,  chia hết cho , với .

**Bài 3:** Chứng minh rằng:

a) Đa thức  chia hết cho đa thức 

b) Đa thức  có giá trị nguyên với mọi  là số nguyên.

**Lời giải**

a) Ta có: 





Vậy,  (đpcm)

b)Ta có:



Với  thì , còn  là số nguyên chia hết cho 6.

Từ đó suy ra có giá trị nguyên với mọi  là số nguyên.

**Bài 4:** Chứng minh  chia hết cho với mọi 

**Lời giải**



Vì là tích ba số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3, nên chia hết cho 6

 , suy ra điều phải chứng minh

**Bài 5:** Chứng minh rằng với mọi số nguyên thì chia hết cho 6

**Lời giải**



Vì là tích 3 số nguyên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 2, một số chia hết cho 3 mà nên chia hết cho 6

 chia hết cho 6

Nên chia hết cho 6

**Bài 6:** Chứng minh rằng: với mọi 

**Lời giải**





Đặt 



Ta thấy chia hết cho 3( vì tích 3 số tự nhiên liên tiếp)

Và chia hết cho 3

Nên chia hết cho 9

**Bài 7:** Cho với là các số thỏa mãn 

Chứng tỏ rằng 

**Lời giải**



Có  nên:

Hoặc: và (1)

Hoặc : và là hai số đối nhau (2)

Từ và được 

**Bài 8:** Chứng minh rằng: chia hết cho  khi và chỉ khi 

Áp dụng phân tích đa thức thành nhân tử: 

**Lời giải**

Đặt với với 



Ta thấy: và 

Vậy 

với 

và và 

và và 



Điều phải chứng minh.

Áp dụng: 



**Bài 9:** Chứng minh rằng không có giá trị tự nhiên nào để giá trị của biểu thức chia hết cho giá trị của biểu thức 

**Lời giải**

Chia cho  dư 3

Vì là số chẵn nên Ư(3).

**Bài 10:** Chứng tỏ rằng đa thức:**** luôn không âm với mọi giá trị của biến .

**Lời giải**

Đặt , ta có: 

Khi đó,  với mọi giá trị của  (Đpcm )

**Dạng 5: Xác định số**

**A.Bài toán**

**Bài 1:**a)Xác định số hữu tỉ  để đa thức chia hết cho đa thức 

b) Tìm đa thức bậc ba , biết rằng khi chia  cho , cho , cho đều dư 6 và 

**Bài 2:**Tìm tất cả các số tự nhiên  để đa thức  chia hết cho 

**Bài 3:**Xác định các số hữu tỉ  và sao cho:

a)  chia hết cho ;

b)  chia hết cho .

**Bài 4:**Xác định các hệ số hữu tỉ  và sao cho  chia hết cho 

**Bài 5:** Tìm các số nguyên và  để đa thức  chia hết cho đa thức 

**Bài 6:** Tìm  sao cho chia hết cho đa thức .

**Bài 7:** Tìm giá trị nguyên của để đa thức  chia hết cho 

**Bài 8:** Cho đa thức Với giá trị nguyên nào của thì giá trị của đa thức chia hết cho giá trị của đa thức 

**Bài 9:** Tìm giá trị của để 

**Bài 10:** Tìm nguyên để chia hết cho 

**Bài 11:** Tìm giá trị nguyên của để  biếtvà .

**Bài 12:**

a) Tìm sao cho chia hết cho đa thức 

b) Tìm số nguyên sao cho là số nguyên tố

**Bài 13:** Tìm tất cả các số nguyên sao cho: chia hết cho 

**Bài 14:** Cho đa thức bậc 4, hệ số của bạ cao nhất là 1, biết ; Tìm đa thức 

**Bài 15:** Cho đa thức . Xác định hệ số  biết rằng khi chia A cho , chia A cho đều có cùng một số dư

**Bài 16:** Với giá trị nào của và  thì đa thức  phân tích thành tích của một đa thức bậc nhất có hệ số nguyên

**Bài 17:** Tìm đa thức A, biết rằng 

**Bài 18:** Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho là ước số của



**Bài 19:**

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: 
2. Dựa vào kết quả trên hãy chứng minh :

chia hết cho 210 với mọi số tự nhiên n

**Bài 20:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Bài 21:** Đa thức  có giá trị nguyên với mọi  là số nguyên.

**Bài 22:** Cho biểu thức  với  là một số tự nhiên chẵn. Hãy chứng tỏ  có giá trị nguyên.

**B.Lời giải**

**Bài 1:**a)Xác định số hữu tỉ  để đa thức chia hết cho đa thức 

b) Tìm đa thức bậc ba , biết rằng khi chia  cho , cho , cho đều dư 6 và 

**Lời giải**

a) Gọi thương của phép chia  cho đa thức  là , ta có :

= .

Đẳng thức trên đúng với mọi  nên với  ta có:



Vậy,  chia hết cho đa thức thì .

b) Từ đề bài suy ra  chia hết cho , cho , cho 

Do đó,  chia hết cho .

Đặt  với . ( vì  có bậc là ba )

Suy ra  với .

Theo giả thiết , do đó 

Vậy, 

**Bài 2:**Tìm tất cả các số tự nhiên  để đa thức  chia hết cho 

**Lời giải**

ĐKXĐ: 

***Áp dụng định lí Bézout:***

Số dư của  chia cho  là 

Để  chia hết cho thì , suy ra 

**Bài 3:**Xác định các số hữu tỉ  và sao cho:

a)  chia hết cho ;

b)  chia hết cho .

**Lời giải**

a)  chia hết cho ;

Ta có: 

Do đó, để  chia hết cho  thì .

b)  chia hết cho .

Ta có  chia hết cho  được thương có dạng 

Ta viết:  với mọi 

Tính 



Khi đó,  với mọi 

Đồng nhất thức hai vế, ta được 

Vậy, .

**Bài 4:**Xác định các hệ số hữu tỉ  và sao cho  chia hết cho .

**Lời giải**

Phép chia hết của ** cho ** có đa thức thương dạng .

Ta viết  với mọi 

Ta có: 



Suy ra  với mọi 

Đồng nhất thức hai vế, ta được: 

Suy ra 

Vậy, 

**Bài 5:** Tìm các số nguyên và  để đa thức  chia hết cho đa thức 

**Lời giải**

Ta có:



Để thì 

**Bài 6:** Tìm sao cho chia hết cho đa thức 

**Lời giải**

Ta có: 

Vì  chia hết cho đa thức 

Nên tồn tại một đa thức sao cho 



Với 

Với 

Thay vào ta có: và 

**Bài 7:** Tìm giá trị nguyên của để đa thức chia hết cho 

**Lời giải**

Thực hiện phép chia  cho 

Ta được thương là dư là 3

Để thì  mà nên



Vậy thì 

**Bài 8:** Cho đa thức Với giá trị nguyên nào của thì giá trị của đa thức chia hết cho giá trị của đa thức 

**Lời giải**

Chia cho được thương là dư 

Để chia hết cho  thì chia hết cho 

chia hết cho 

chia hết cho 

chia hết cho 

chia hết cho  mà 

Thử lại ta thấy thỏa mãn

Vậy với thì chia hết cho 

**Bài 9:** Tìm giá trị của để 

**Lời giải**

Thương:  và dư: 

Phép chia hết nên 

**Bài 10:** Tìm nguyên để chia hết cho 

**Lời giải**

Thực hiện phép chia cho  được kết quả:



Để phép chia hết thì phải chia hết cho 



Tìm thử lại và kết luận 

**Bài 11:** Tìm giá trị nguyên của để  biếtvà .

**Lời giải**

Xét 

với thì Akhi 

Mà Ư(7)=thì 

**Bài 12:**

a) Tìm sao cho chia hết cho đa thức 

b) Tìm số nguyên sao cho là số nguyên tố

**Lời giải**

a) Ta có: 

Vì chia hết cho đa thức 

Nên tồn tại một đa thức sao cho 



Với 

Với 

Thay (1) vào (2), ta có: 

b) Ta có: 

Vì 

Có: và 

Vậy là số nguyên tố thì 

**Bài 13:** Tìm tất cả các số nguyên sao cho: chia hết cho 

**Lời giải**

Ta có: 

Vì là số nguyên nên là số nguyên. Do đó để chia hết cho thì phải là ước số của 

Mặt khác: 

Do đó: hoặc hoặc 

Giải từng trường hợp suy ra: 

**Bài 14:** Cho đa thức bậc 4, hệ số của bạ cao nhất là 1, biết ; Tìm đa thức 

**Lời giải**

Xét có 

Ta có  thì bậc 4 hệ số của là 1 và





Vậy 

**Bài 15:** Cho đa thức . Xác định hệ số  biết rằng khi chia A cho , chia A cho đều có cùng một số dư

**Lời giải**

Giả sử



Cho thì từ ta có: 

Cho thì từ ta có: 

Do đó : 

**Bài 16:** Với giá trị nào của và  thì đa thức  phân tích thành tích của một đa thức bậc nhất có hệ số nguyên

**Lời giải**

Giả sử :







Khử ta có:







Vì nguyên ta có: 

**Bài 17:** Tìm đa thức A, biết rằng 

**Lời giải**

****

**Bài 18:** Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho là ước số của



**Lời giải**

****là ước số của 



Điều nảy xảy ra khi là ước nguyên dương của gồm:





Từ đó ta tìm được 

**Bài 19:**

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: 
2. Dựa vào kết quả trên hãy chứng minh :

chia hết cho 210 với mọi số tự nhiên n

**Lời giải**

****



1. Theo phần a ta có: 

Đây là tích của 7 số nguyên liên tiếp nên có một bộ của 2, 1 bội của 3, 1 bội của 5,  
 1 bội của 7. Mà nên 

**Bài 20:** Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm các giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị nguyên
3. Tìm để 

**Lời giải**

1. ĐKXĐ: 



1. nguyên, mà nguyên nên từ đó tìm được 

Vậy 

1. Ta có:



Kết hợp với điều kiện : 

**Bài 21:** Đa thức  có giá trị nguyên với mọi  là số nguyên.

**Lời giải**

Ta có:



Với  thì , còn  là số nguyên chia hết cho 6.

Từ đó suy ra có giá trị nguyên với mọi  là số nguyên.

**Bài 22:** Cho biểu thức  với  là một số tự nhiên chẵn. Hãy chứng tỏ  có giá trị nguyên.

**Lời giải**

Vì  là một số tự nhiên chẵn nên .

Do đó 

Ta có: 

Ta cần c/m: . Thật vậy:

+ Nếu thì 

+ Nếu  thì 

+ Nếu thì 

Mà 

Vậy,  có giá trị nguyên với  là một số tự nhiên chẵn.