

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2

MÔN TOÁN LỚP 6

Năm học 2019 - 2020

A. LÝ THUYẾT

I. Số học

1. Nêu quy tắc chuyển vế, quy tắc dấu ngoặc?
2. Viết dạng tổng quát của phân số. Cho ví dụ.
3. Thế nào là hai phân số bằng nhau? Cho ví dụ.
4. Nêu tính chất cơ bản của phân số? Viết dạng tổng quát.
5. Phát biểu quy tắc rút gọn phân số? Thế nào là phân số tối giản? Cho ví dụ.
6. Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu ta làm như thế nào? Cho ví dụ.
7. Phát biểu quy tắc quy đồng mẫu số nhiều phân số? Cho ví dụ.
8. Phát biểu và viết dạng tổng quát quy tắc thực hiện các phép toán cộng, trừ, nhân, chia phân số?
9. Phát biểu tính chất cơ bản của phép cộng và phép nhân phân số
 - a) Nêu quy tắc tìm giá trị phân số của một số cho trước? Cho ví dụ.
 - b) Nêu quy tắc tìm một số biết giá trị phân số của nó? Cho ví dụ.
 - c) Nêu cách tính tỷ số của hai số a và b? Tỷ số phần trăm? Cho ví dụ.

II. Hình học

1. Góc là hình như thế nào? Kí hiệu? Hình vẽ minh họa.
2. Thế nào là góc vuông, góc nhọn, góc tù, góc bẹt?
3. Thế nào là hai góc phụ nhau; bù nhau; kề nhau, kề bù?
4. Khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$? Vẽ hình minh họa.
5. Thế nào là tia phân giác của một góc? Cách vẽ tia phân giác của một góc?
6. Tam giác ABC là hình như thế nào? (O; R) là hình như thế nào?
7. Nêu các cách chứng tỏ 1 tia nằm giữa hai tia? (đưa ra ví dụ minh họa)

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

I. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Phân số nào sau đây không bằng phân số $\frac{2}{5}$

- A. $\frac{4}{-10}$ B. $\frac{6}{15}$ C. $\frac{8}{-20}$ D. $\frac{12}{30}$

Câu 2. Phân số nào sau đây bằng phân số $\frac{3}{7}$

- A. $-\frac{3}{7}$ B. $\frac{-3}{7}$ C. $\frac{3}{-7}$ D. $-\frac{3}{-7}$

Câu 3. Cho $\frac{-15}{x} = \frac{3}{4}$. Khi đó giá trị của x là:

- A. 20 B. - 20 C. 63 D. 57

Câu 4. Cho biết $\frac{x+1}{4} = \frac{-9}{12}$. Khi đó giá trị của x là:

- A. -4 B. -2 C. 4 D. 2

Câu 5. Tính $(-6)+(-10)$ bằng

- A. 10 B. - 16 C. - 10 D. 16

Câu 6. Tính $(-5) \cdot |-8|$ bằng

- A. - 40 B. 40 C. - 13 D. 13

Câu 7. Khi $|x| = 2$ thì x bằng:

- A. 2 B. - 2 C. 2 hoặc - 2 D. 4

Câu 8. Tập hợp các số nguyên ước của 2 là:

- A. $\{1; 2\}$ B. $\{-1; -2\}$ C. $\{0; 2; 4; 6; \dots\}$ D. $\{-2; -1; 1; 2\}$

Câu 9. Viết tích $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ dưới dạng một lũy thừa

- A. $(-3)^2$ B. $(-3)^3$ C. $(-3)^4$ D. $(-3)^5$

Câu 10. Hỗn số $-2\frac{3}{5}$ được viết dưới dạng phân số là:

- A. $\frac{13}{5}$ B. $-\frac{13}{5}$ C. $-\frac{10}{5}$ D. $\frac{7}{5}$

Câu 11. Kết quả của phép tính $\frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$ là

- A. 10 B. 0 C. $\frac{-1}{10}$ D. $\frac{1}{10}$

Câu 12. Tỷ số % của $\frac{3}{15}$ và $\frac{4}{20}$ là:

- A. 100% B. 12% C. 30% D. 15%

Câu 13. 75% của 60 là:

- A. 40 B. 80 C. 45 D. 90

Câu 14. $\frac{6}{5}$ của $\frac{7}{4}$ là:

- A. $\frac{41}{20}$ B. $\frac{10}{21}$ C. $2\frac{1}{10}$ D. Đáp án khác

Câu 15. Biết $\frac{5}{6}$ của x bằng $2\frac{1}{10}$ thì x bằng:

- A. $\frac{63}{25}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{38}{25}$ D. $\frac{4}{7}$

Câu 16. Học kì I lớp 6A có 20 học sinh giỏi. Học kì II số học sinh giỏi tăng thêm 20%. Số học sinh giỏi của lớp 6A trong học kì II là:

- A. 16 B. 24 C. 40 D. 4

Câu 17. Trong các câu sau, câu nào đúng, câu nào sai?

1. Hình tạo bởi hai tia cắt nhau là một góc
2. Góc tù là một góc nhỏ hơn góc bẹt
3. Nếu tia Om là tia phân giác của \widehat{xOy} thì $\widehat{xOm} = \widehat{yOm}$
4. Nếu $\widehat{aOb} = \widehat{bOc}$ thì Ob là tia phân giác của \widehat{aOc}
5. Góc vuông là góc có số đo bằng 90°
6. Hai góc kề nhau là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa cạnh chung.
7. Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA
8. Mọi điểm nằm trên đường tròn đều cách tâm một khoảng bằng bán kính.

Câu 18. $\widehat{aOb} + \widehat{bOc} = \widehat{aOc}$ thì

- A. Tia Oa nằm giữa hai tia Ob, Oc B. Tia Oc nằm giữa hai tia Oa, Ob
C. Tia Ob nằm giữa hai tia Oa, Oc D. Cả ba phương án trên đều sai

Câu 19. Biết $\widehat{xOy} = 70^\circ$, $\widehat{yOz} = 110^\circ$ thì hai góc trên là hai góc

- A. Kề bù B. Phụ nhau C. Kề nhau D. Bù nhau

Câu 20. Biết $\widehat{xOy} = 60^\circ$, $\widehat{yOz} = 30^\circ$. Hai góc đó trên là hai góc

- A. Kề bù B. Phụ nhau C. Kề nhau D. Bù nhau

II. Bài tập tự luận

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Bài 1. Thực hiện phép tính

$$a) 11\frac{3}{4} - \left(6\frac{5}{6} - 4\frac{1}{2}\right) + 1\frac{2}{3}$$

$$b) 2\frac{17}{20} - 1\frac{11}{15} + 6\frac{9}{20} : 3$$

$$c) 4\frac{3}{7} : \left(\frac{7}{5} \cdot 4\frac{3}{7}\right)$$

$$d) \left(3\frac{2}{9} \cdot \frac{15}{23} \cdot 1\frac{7}{29}\right) : \frac{5}{23}$$

Bài 2. Thực hiện phép tính

$$a) 11\frac{3}{4} - \left(6\frac{5}{6} - 4\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}\right)$$

$$b) \left(5\frac{7}{8} - 2\frac{1}{4} - 0,5\right) : 2\frac{23}{26}$$

$$c) \left(17\frac{13}{15} - 3\frac{3}{7}\right) - \left(2\frac{12}{15} - 4\right)$$

$$d) 2\frac{2}{3} \cdot \frac{-4}{5} \cdot 0,375 \cdot (-10) \cdot \frac{-15}{24}$$

Bài 3. Thực hiện phép tính

$$a) 5 : \frac{3}{4} - 4\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$$

$$b) \frac{-3}{5} \cdot \frac{2}{7} + \frac{-3}{7} \cdot \frac{3}{5} + \frac{-3}{7}$$

$$c) \left(-4\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{11} + \frac{7}{11} \cdot 5\frac{1}{3}\right) \cdot 5 - 5\frac{2}{3}$$

$$d) \frac{5}{39} \cdot \left(7\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{3} + 8\frac{1}{3} \cdot 7\frac{4}{5}\right)$$

Bài 4: Thực hiện phép tính một cách hợp lý

$$a) 5\frac{2}{7} \cdot \frac{8}{11} + 5\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{11} - 5\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{11}$$

$$b) 2\frac{3}{4} \cdot (-0,4) - 1\frac{3}{5} \cdot 2,75 + (-1,2) : \frac{4}{11}$$

$$c) \frac{5 \cdot 27^3 \cdot 4^5}{6^5} : \left(\frac{5^5 \cdot 2^4}{10^4} \cdot \frac{2^6 \cdot 3^4}{6^4}\right)$$

$$d) \frac{5 - \frac{5}{3} - \frac{5}{9} - \frac{5}{27}}{8 - \frac{8}{3} - \frac{8}{9} - \frac{8}{27}} : \frac{15 - \frac{15}{11} + \frac{15}{121}}{16 - \frac{16}{11} + \frac{16}{121}}$$

Bài 5. Thực hiện phép tính một cách hợp lý

$$a) \frac{7}{10 \cdot 11} + \frac{7}{11 \cdot 12} + \frac{7}{12 \cdot 13} + \dots + \frac{7}{69 \cdot 70}$$

$$b) \frac{5^2}{1 \cdot 6} + \frac{5^2}{6 \cdot 11} + \dots + \frac{5^2}{26 \cdot 31}$$

$$c) 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50}$$

Dạng 2: Tìm x

Bài 6. Tìm x, biết:

a) $x - \frac{3}{10} = \frac{7}{15} : \frac{3}{5}$

b) $\frac{8}{23} \cdot \frac{46}{24} = \frac{1}{3}x$

c) $x : \left(-1\frac{3}{21}\right) + 3\frac{1}{2} = -1\frac{3}{4}$

d) $x - 25\%.x = 0,5$

Bài 7. Tìm x, biết:

a) $x + \frac{3}{22} = \frac{27}{121} \cdot \frac{11}{9}$

b) $\frac{1}{5} : x = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$

c) $\left(-2\frac{2}{11}\right) : x - 4\frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

d) $3\frac{1}{3}x + 16\frac{3}{4} = -13,25$

Bài 8. Tìm x, biết

a) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = 2(x - 3) + \frac{1}{4}x$

b) $30\%x - x + \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

c) $(2x - 1)(3x + 12) = 0$

d) $3 \cdot 2^{2x+1} + \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$

Bài 9. Tìm x, biết

a) $\left|2x - \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{4}$

b) $\left(\frac{4}{13} \cdot \frac{6}{5} + \frac{4}{13} \cdot \frac{2}{5}\right) \cdot (2x + 1)^2 = \frac{10}{13}$

b) $|x| - 5\frac{3}{7}|x| - \frac{3}{4} = 2|x| + \left(-\frac{8}{7}\right)$

d) $x^3 - \frac{9}{16} \cdot x = 0$

Dạng 3: Bài toán có nội dung thực tế

Bài 10. Lớp 6A có 50 học sinh. Trong đó có $\frac{3}{5}$ số học sinh thích chơi đá bóng, 80%

số học sinh thích chơi đá cầu, $\frac{7}{10}$ số học sinh thích chơi cầu lông. Hỏi:

a) Lớp 6A có bao nhiêu học sinh thích chơi bóng đá?

b) Lớp 6A có bao nhiêu học sinh thích chơi đá cầu?

c) Lớp 6A có bao nhiêu học sinh thích chơi cầu lông?

Bài 11. Một bể nước hình chữ nhật có chiều cao 1,6 m, chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều

cao, chiều dài bằng 150% chiều rộng. Tính thể tích của bể.

Bài 12. Một ô tô đã đi 120 km trong ba giờ . Giờ thứ nhất xe đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường. Giờ thứ hai xe đi được 40% quãng đường còn lại. Hỏi trong giờ thứ ba xe đi được bao nhiêu kilômét?

Bài 13. Khối 6 của một trường THCS có ba lớp gồm 120 học sinh. Số học sinh lớp 6A chiếm 35% số học sinh của khối . Số học sinh lớp 6B bằng $\frac{20}{21}$ số học sinh lớp 6A, còn lại là học sinh lớp 6C . Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 14. Học sinh lớp 6 A đã trồng được 56 cây trong ba ngày. Ngày thứ nhất trồng được $\frac{3}{8}$ số cây. Ngày thứ hai trồng được $\frac{4}{7}$ số cây còn lại. Tính số cây học sinh lớp 6 A trồng trong mỗi ngày?

Bài 15. Một cửa hàng bán một số mét vải trong ba ngày. Ngày thứ nhất bán $\frac{3}{5}$ số mét vải. Ngày thứ hai bán $\frac{2}{7}$ số mét vải còn lại. Ngày thứ ba bán nốt 40 mét vải. Tính tổng số mét vải của hàng đã bán .

Bài 16. Nam đọc một cuốn sách trong ba ngày. Ngày thứ nhất đọc $\frac{3}{8}$ cuốn sách, ngày thứ hai đọc $\frac{1}{3}$ cuốn sách, ngày cuối cùng đọc nốt 35 trang còn lại. Hỏi quyển sách dày bao nhiêu trang?

Bài 17. Tổng kết năm học ba lớp 6A, 6B, 6C có 45 em đạt học sinh giỏi. Số học sinh giỏi của lớp 6A bằng $\frac{1}{3}$ tổng số học sinh giỏi của 3 lớp. Số học sinh giỏi của lớp 6B bằng 120 % số học sinh giỏi của lớp 6A. Tính số học sinh giỏi của mỗi lớp ?

Bài 18. Một người mang đi bán một số trứng. Sau khi bán $\frac{5}{8}$ số trứng thì còn lại 21 quả . Tính số trứng mang đi bán.

Bài 19. Hai lớp 6A và 6B có tất cả 102 học sinh. Biết rằng $\frac{2}{3}$ số học sinh của lớp 6A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh của lớp 6B. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh ?

Bài 20. Khối 6 của một trường có 4 lớp. Trong đó số học sinh lớp 6A bằng $\frac{4}{13}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Số học sinh lớp 6B bằng $\frac{5}{12}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Số học sinh lớp 6C bằng $\frac{24}{61}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Số học sinh của lớp 6D là 32 học sinh. Tính tổng số học sinh của 4 lớp?

Bài 21. Giá vé vào sân vận động xem bóng đá là 200000đồng/ vé. Sau khi giảm giá vé, số khán giả tăng thêm 25%, do đó doanh thu tăng 12,5%. Hỏi giá vé sau khi giảm là bao nhiêu?

Bài 22.

a) Tính tỉ lệ xích của bản vẽ, biết chiều dài vẽ 2,5cm và chiều dài thật 2,5km.

b) Trên bản đồ có tỉ lệ xích 1:1000000, hai thành phố cách nhau 13cm.

Hỏi trên thực tế hai thành phố cách nhau bao nhiêu km?

c) Hai địa điểm A và B trên thực tế cách nhau 350km.

Hỏi trên bản đồ có tỉ lệ 1:500000, A và B cách nhau bao nhiêu cm?

Bài 23. Một xí nghiệp làm một số dụng cụ, giao cho ba phân xưởng thực hiện. Số dụng cụ phân xưởng I làm bằng 30% tổng số. Số dụng cụ phân xưởng II làm gấp rưỡi so với phân xưởng I. Phân xưởng III làm ít hơn phân xưởng II là 84 chiếc.

Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng đã làm.

Bài 24. Học kỳ I số học sinh giỏi của lớp 6A bằng $\frac{2}{7}$ số học sinh còn lại. Sang học kỳ II, số học sinh giỏi tăng thêm 8 bạn (số học sinh cả lớp); nên số học sinh giỏi bằng $\frac{2}{3}$ số còn lại. Hỏi học sinh kỳ I lớp 6A có bao nhiêu học sinh giỏi.

Bài 25. Một cửa hàng bán gạo bán hết số gạo của mình trong 3 ngày. Ngày thứ nhất bán được $\frac{3}{7}$ số gạo của cửa hàng. Ngày thứ hai bán được 25% số gạo bán ngày 1. Ngày thứ ba bán được 26 tấn.

a) Ban đầu cửa hàng có bao nhiêu tấn gạo?

b) Tính số gạo mà cửa hàng bán được trong ngày 1, ngày 2.

c) Số gạo cửa hàng bán được trong ngày 1 chiếm bao nhiêu % số gạo của cửa hàng?

Dạng 4: Hình học

Bài 26. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia đối của tia Ox lấy điểm B sao cho

$$OA = OB = 3\text{cm}.$$

Trên tia AB lấy điểm M, trên tia BA lấy điểm N sao cho $AM = BN = 1\text{cm}$.

Chứng tỏ O là trung điểm của AB và MN.

Bài 27. Vẽ đoạn thẳng $AB = 6\text{cm}$. Lấy hai điểm C và D nằm giữa A và B sao cho $AC + BD = 9\text{cm}$.

a) Chứng tỏ D nằm giữa A và C.

b) Tính độ dài đoạn thẳng CD

Bài 28.

a) Vẽ tam giác ABC biết $AB = AC = 4\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$. Nêu rõ cách vẽ?

b) Vẽ đoạn thẳng $BC = 3,5\text{cm}$. Vẽ một điểm A sao cho $AB = 3\text{cm}$, $AC = 2,5\text{cm}$.

Nêu rõ cách vẽ? Đo và tính tổng các góc của tam giác ABC.

Bài 29. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox vẽ hai tia Oy, Oz sao cho

$$\widehat{xOy} = 30^\circ, \widehat{xOz} = 150^\circ.$$

a) Tính \widehat{yOz} .

b) Gọi Ox' là tia đối của tia Ox. Viết tên các cặp góc kề bù trong hình.

c) Kẻ Ot là tia phân giác góc \widehat{yOz} . Có nhận xét gì về \widehat{xOy} và \widehat{tOz} ?

Bài 30. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox vẽ hai tia Oy, Ot sao cho

$$\widehat{xOt} = 55^\circ, \widehat{xOy} = 110^\circ.$$

a) Chứng tỏ Ot là tia phân giác của góc \widehat{xOy} .

b) Gọi Ox' và Oy' lần lượt là tia đối của hai tia Ox, Oy. Tính góc $\widehat{x'Oy'}$.

Kể tên các cặp góc kề bù.

Bài 31. Cho 2 góc kề bù \widehat{xOt} và \widehat{yOt} , biết góc $\widehat{yOt} = 60^\circ$.

a) Tính số đo góc \widehat{xOt} .

b) Vẽ phân giác Om của góc \widehat{yOt} và phân giác On của góc \widehat{tOx} .

Hỏi hai góc \widehat{mOt} và \widehat{tOn} có quan hệ gì? Góc \widehat{mOy} và góc \widehat{xOn} có quan hệ gì?

Bài 32. Cho hai góc kề bù \widehat{xOy} và \widehat{yOt} , trong đó $\widehat{xOy} = 40^\circ$. Gọi Om là tia phân giác của \widehat{yOt} .

a) Tính \widehat{mOx} .

b) Trên nửa mặt phẳng không chứa tia Oy và có bờ là đường thẳng chứa tia Ox, vẽ tia On sao cho $\widehat{xOn} = 70^\circ$. Chứng tỏ tia Om và tia On là hai tia đối nhau.

Bài 33. Cho 2 điểm M và N nằm cùng phía đối với A, nằm cùng phía đối với B. Điểm M nằm giữa A và B. Biết $AB = 5\text{cm}$; $AM = 3\text{cm}$; $BN = 1\text{cm}$. Chứng tỏ rằng:

- Bốn điểm A, B, M, N thẳng hàng
- Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB
- Vẽ đường tròn tâm N đi qua B và đường tròn tâm A đi qua N, chúng cắt nhau tại C, tính chu vi của $\triangle CAN$.

Bài 34. Cho đoạn thẳng $OO' = 6\text{cm}$. Vẽ các đường tròn tâm O bán kính 4cm và tâm O' bán kính 3cm chúng cắt nhau tại A và B; cắt đoạn thẳng OO' lần lượt tại M và N.

- Tính AO, BO, AO', BO' ?
- N có phải là trung điểm của đoạn thẳng OO' không? Vì sao?
- Tính MN ?

Bài 35. Trên đoạn thẳng $AB = 3\text{ cm}$ lấy điểm M. Trên tia đối của tia AB lấy điểm N sao cho $AM = AN$.

- Tính độ dài đoạn thẳng BN khi $BM = 1\text{ cm}$.
- Hãy xác định vị trí của M (trên đoạn thẳng AB) để BN có độ dài lớn nhất.

Bài 36. Cho đường thẳng xy, O thuộc xy. Trên nửa mặt phẳng bờ xy vẽ tia Ot, Oz sao cho $\widehat{xOt} = 60^\circ, \widehat{yOz} = 45^\circ$

- Kể tên các cặp góc kề nhau, kề bù có trên hình vẽ.
- Tính $\widehat{xOz}, \widehat{zOt}, \widehat{tOy}$

Bài 37. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} = 90^\circ, \widehat{xOz} = 120^\circ$

- Trong ba tia Ox, Oy, Oz thì tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Tại sao?
- Tính \widehat{yOz}
- Vẽ tia Ot là tia phân giác của \widehat{xOz} . Tính \widehat{tOz} .

Bài 38. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, vẽ hai tia Oy và Oz sao cho $\widehat{xOy} = 60^\circ, \widehat{xOz} = 120^\circ$

- Chứng minh Oy là tia phân giác của \widehat{xOz} .
- Gọi Ox' là tia đối của tia Ox. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ tia Ot sao cho $\widehat{tOy} = 90^\circ$. Chứng minh Ot là phân giác của $\widehat{zOx'}$.

Dạng 5*: Một số bài tập nâng cao

Bài 39.

a) Cho $M = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}$. Chứng minh rằng $1 < M < 2$.

b) Chứng tỏ rằng $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{16} + \frac{1}{17}$ không là số tự nhiên.

Bài 40. So sánh hai số sau: $A = \frac{13^{19} + 1}{13^{18} + 1}$ và $B = \frac{13^{20} + 1}{13^{19} + 1}$

Bài 41. Cho phân số: $p = \frac{6n+5}{3n+2}$ ($n \in \mathbb{N}$)

a) Chứng minh rằng phân số p là phân số tối giản.

b) Với giá trị nào của n thì phân số p có giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 42. Cho phân số $A = \frac{5n+6}{8n+7}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Với giá trị nào của n thì A rút gọn được?

Bài 43.

a) Tìm số nguyên n để phân số $\frac{6n-3}{3n+1}$ có giá trị là một số nguyên.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n để phân số $\frac{n+13}{n-2}$ là phân số tối giản.

Bài 44. Tìm x , biết:

a) $\frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \frac{1}{11.14} + \dots + \frac{1}{x(x+3)} = \frac{101}{1540}$

b) $(x-20) \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \frac{3}{197} + \dots + \frac{198}{2} + \frac{199}{1}} = \frac{1}{200}$

Bài 45.

1) Tìm các cặp số nguyên x, y sao cho:

a) $\frac{x}{7} + \frac{1}{14} = \frac{-1}{y}$

b) $\frac{5}{x-1} - \frac{y-1}{3} = \frac{1}{6}$

2) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn: $2x + 3y = 14$

Bài 46.

a) Chứng minh rằng nếu $(7x + 4y) : 37$ thì $(13x + 18y) : 37$

b) Tìm n ($n \geq 1$) sao cho $A = 1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là số chính phương.

Bài 47. Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho a chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4.

Bài 48. Cho phân số $A = \frac{2019}{x-49}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

a) A có giá trị lớn nhất

b) A có giá trị nhỏ nhất.

Bài 49. Chứng minh rằng: Tồn tại $n > 0$ sao cho $(25^n - 1):101$

Bài 50. Cho $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1}$. Chứng minh rằng $50 < A < 100$



ĐÁP ÁN ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2 TOÁN 6

I. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: C

Câu 2: D

Câu 3: B

Câu 4: A

Câu 5: B

Câu 6: A

Câu 7: C

Câu 8: D

Câu 9: D

Câu 10: B

Câu 11: B

Câu 12: A

Câu 13: C

Câu 14: C

Câu 15: A

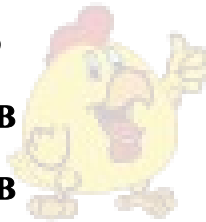
Câu 16: B

Câu 17: 1-S 2-S 3-Đ 4-S 5-Đ 6-Đ 7-S 8-Đ

Câu 18: C

Câu 19: A

Câu 20: B



vndoc

II. Bài tập tự luận

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Bài 1. Thực hiện phép tính

a) $\frac{32}{3}$

b) $\frac{49}{15}$

c) $\frac{5}{7}$

d) 12

Bài 2. Thực hiện phép tính

a) $\frac{31}{4}$

b) $\frac{13}{12}$

c) $\frac{1642}{105}$

d) - 5

Bài 3. Thực hiện phép tính

a) $\frac{4}{15}$

b) $-\frac{6}{7}$

c) $-\frac{7}{3}$

d) 10

Bài 4: Thực hiện phép tính một cách hợp lý

a) $\frac{37}{7}$

b) $-\frac{44}{5}$

c) 648

d) $\frac{2}{3}$

Bài 5. Thực hiện phép tính một cách hợp lý

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{150}{31}$

c) $2^{51} - 2$

Dạng 2: Tìm x

Bài 6. Tìm x, biết:

a) $x = \frac{97}{90}$

b) $x = 2$

c) $x = 6$

d) $x = \frac{2}{3}$

Bài 7. Tìm x, biết:

a) $x = \frac{3}{22}$

b) $x = \frac{7}{2}$

c) $x = -\frac{48}{121}$

d) $x = -9$

Bài 8. Tìm x, biết

a) $x = \frac{23}{6}$

b) $x = \frac{5}{7}$

c) $x = -4$ và $x = \frac{1}{2}$

d) $x = 1$

Bài 9. Tìm x, biết

a) Xét $x \geq \frac{1}{4}$ ta có: $2x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{8}$ (thỏa mãn)

Xét $x < \frac{1}{4}$ ta có: $-2x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$ (thỏa mãn)

Vậy $x = \left\{ -\frac{1}{8}; \frac{5}{8} \right\}$

b) $x = \left\{ -\frac{9}{8}; \frac{1}{8} \right\}$

c) $x = \pm \frac{11}{180}$

d) $x = \left\{ -\frac{3}{4}; 0; \frac{3}{4} \right\}$

Dạng 3: Bài toán có nội dung thực tế

Bài 10:

a) Lớp 6A có số bạn thích chơi bóng đá là: $\frac{3}{5} \times 50 = 30$ (học sinh)

b) Số học sinh thích chơi đá cầu của lớp 6A là: $80\% \times 50 = 40$ (học sinh)

c) Số học sinh thích chơi cầu lông của lớp 6A là: $\frac{7}{10} \times 50 = 35$ (học sinh)

Bài 11:

Chiều rộng của bể nước là: $\frac{3}{4} \times 1,6 = 1,2$ (m)

Chiều dài của bể nước là: $150\% \times 1,2 = 1,8$ (m)

Thể tích của bể nước hình chữ nhật là: $1,2 \times 1,8 \times 1,6 = 3,456$ (m³).

Bài 12:

Trong giờ thứ nhất xe đi được số km là: $120 \times \frac{1}{3} = 40$ (km)

Trong giờ thứ hai xe đi được số km là: $(120 - 40) \times 40\% = 32$ (km)

Trong giờ thứ ba xe đi được số km là: $120 - 40 - 32 = 48$ (km).

Bài 13:

Số học sinh lớp 6A là 42 học sinh, số học sinh lớp 6B là 40 học sinh, số học sinh lớp 6C là 38 học sinh.

Bài 14:

Ngày thứ nhất lớp 6A trồng được 21 cây, ngày thứ hai trồng được 20 cây, ngày thứ 3 trồng được 15 cây.

Bài 15:

Ngày thứ hai cửa hàng bán được số phần là: $\left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \frac{2}{7} = \frac{4}{35}$ (số mét vải)

Số phần ứng với 40 mét vải là: $\frac{2}{5} - \frac{4}{35} = \frac{2}{7}$ (số mét vải)

Vậy cửa hàng đó có số mét vải là: $40 : \frac{2}{7} = 140$ (m)

Bài 16:

Quyển sách dày 120 trang.

Bài 17:

Số học sinh giỏi của lớp 6A là 15 học sinh,

Số học sinh giỏi của lớp 6B là 18 học sinh,

Số học sinh giỏi của lớp 6C là 12 học sinh.

Bài 18:

Số trứng mang đi bán là 56 quả.

Bài 19:

Số học sinh của lớp 6A là 54 học sinh,

Số học sinh của lớp 6B là 48 học sinh.

Bài 20:

Số học sinh của lớp 6A là 40 học sinh, số học sinh của lớp 6B là 50, số học sinh của lớp 6C là 48

Vậy tổng số học sinh của 4 lớp là 170 học sinh

Bài 21:

Giá vé sau khi giảm là 180000 đồng.

Bài 22:

a) Tỷ lệ xích của bản vẽ là 1:100000.

Bài 23:

Gọi tổng số dụng cụ được giao cho 3 phân xưởng là x ($x > 0$)

Số dụng cụ phân xưởng I làm được là: $\frac{3}{10}x$

Số dụng cụ phân xưởng II làm được là: $\frac{9}{20}x$

Số dụng cụ phân xưởng III làm được là: $x - \frac{3}{10}x - \frac{9}{20}x = \frac{1}{4}x$

Theo bài ra ta có: $\frac{9}{20}x - \frac{1}{4}x = 84$

Từ đó em tính được $x = 420$.

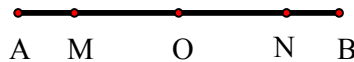
Vậy số dụng cụ phân xưởng I đã làm là 126, số dụng cụ phân xưởng II đã làm là 189, số dụng cụ phân xưởng III đã làm là 105 dụng cụ.

Bài 24:

Số học sinh giỏi kỳ I lớp 6A là 10 học sinh.

Bài 25:

- Ban đầu cửa hàng có 56 tấn gạo.
- Ngày 1 cửa hàng bán được 24 tấn gạo, ngày thứ 2 cửa hàng bán được 6 tấn gạo.
- Số gạo trong ngày 1 chiếm 42,85% số gạo của cửa hàng.

Dạng 4: Hình học**Bài 26:**

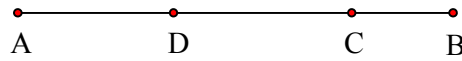
+ Vì A và B thuộc 2 tia đối nhau chung gốc O nên điểm O nằm giữa hai điểm A và B.

Mà theo đề bài ta có: $OA = OB = 3\text{cm}$

Suy ra O là trung điểm của AB.

+ Vì $OA = OB$ (gt); $AM = BN$ (gt) $\Rightarrow OB + BN = OA + AM$ hay $OM = ON$.

Vậy O là trung điểm của MN.

Bài 27:

a) Vì D nằm giữa A và B nên: $AD + DB = AB$.

Thay $AB = 6\text{cm}$ ta có $AD + DB = 6\text{ (cm)}$

Lại có $AC + DB = 9\text{cm}$ (gt) $\Rightarrow AD + DB < AC + DB$ hay $AD < AC$ (1)

Mà D và C cùng nằm giữa A và B hay D, C cùng thuộc tia AB (2)

Từ (1) và (2) suy ra D nằm giữa A và C

b) Vì D nằm giữa A và C suy ra: $AD + DC = AC$

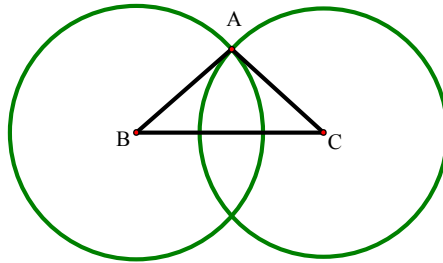
Lại có $AC + BD = 9$ nên $AD + DC + BD = 9$ hay $(AD + DB) + DC = 9$

Thay $(AD + DB) = 6$ ta có $6 + DC = 9$

Vậy $DC = 3\text{ (cm)}$

Bài 28.

a)



Vẽ đoạn thẳng $BC = 6\text{cm}$.

Vẽ đường tròn tâm B bán kính 4cm.

Vẽ đường tròn tâm C bán kính 4cm.

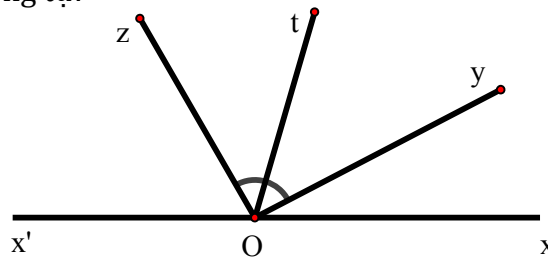
Hai đường tròn này cắt nhau tại A. Ta có tam giác ABC có $BC = 6\text{cm}$.

Điểm A thuộc đường tròn (B; 4cm) nên $AB = 4\text{cm}$.

Điểm A thuộc đường tròn (C; 4cm) nên $AC = 4\text{cm}$.

Tam giác ABC thỏa mãn điều kiện đề bài.

b) Học sinh làm tương tự.

Bài 29:

a) Xét trên nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có: $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ (vì $30^\circ < 150^\circ$)

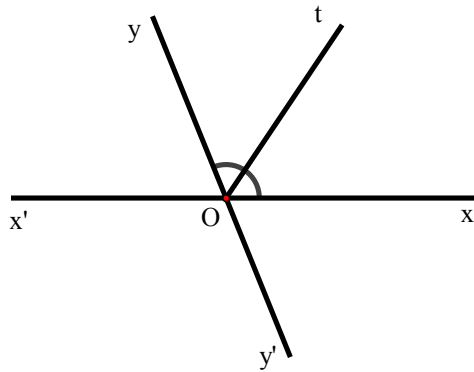
\Rightarrow Tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.

Khi đó ta có: $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ hay $30^\circ + \widehat{yOz} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 120^\circ$.

b) Các cặp góc kề bù là: $(\widehat{xOy}, \widehat{yOx'})$; $(\widehat{xOz}, \widehat{zOx'})$

c) Vì Ot là tia phân giác góc \widehat{yOz} nên $\widehat{yOt} = \widehat{tOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

Vậy $\widehat{tOz} = 2.\widehat{xOy}$

Bài 30:

a) Xét trên nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox có: $\widehat{xOt} < \widehat{xOy}$ (vì $55^\circ < 110^\circ$)

\Rightarrow Tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oy (1)

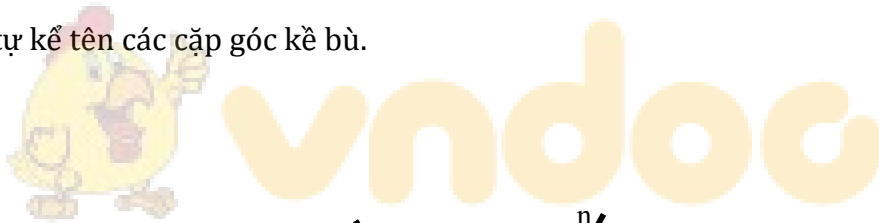
Khi đó: $\widehat{xOt} + \widehat{tOy} = \widehat{xOy}$ hay $55^\circ + \widehat{tOy} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 55^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{xOt} = \widehat{tOy} = 55^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra Ot là tia phân giác của góc \widehat{xOy} .

b) $\widehat{x'Oy'} = 110^\circ$

Học sinh tự kể tên các cặp góc kề bù.

Bài 31:

a) $\widehat{xOt} = 120^\circ$

b) Do Om là tia phân giác của góc \widehat{yOt} nên $2 \cdot \widehat{tOm} = \widehat{yOt}$

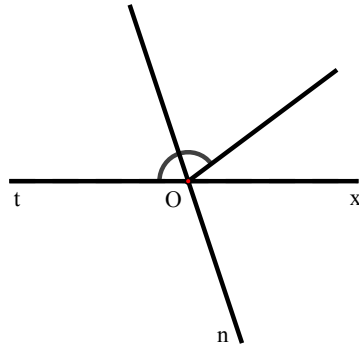
Tương tự On là tia phân giác của góc \widehat{xOt} nên $2 \cdot \widehat{tOn} = \widehat{xOt}$

Suy ra $2(\widehat{mOt} + \widehat{tOn}) = \widehat{yOt} + \widehat{xOt} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{mOt} + \widehat{tOn} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

Vậy \widehat{mOt} và \widehat{tOn} là hai góc phụ nhau.

Tương tự ta có góc \widehat{mOy} và góc \widehat{xOn} là hai góc phụ nhau.

Bài 32:

a) Ta có $\widehat{xOy} + \widehat{yOt} = 180^\circ$ (Vì 2 góc kề bù)

$$\text{hay } 40^\circ + \widehat{yOt} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{yOt} = 140^\circ$$

Ta có: Om là tia phân giác của \widehat{tOy} nên $\widehat{tOm} = \frac{1}{2}\widehat{tOy} = 70^\circ$

Vì 2 góc \widehat{xOy} và \widehat{yOt} kề bù nên Ox và Ot là hai tia đối nhau

suy ra \widehat{tOm} và \widehat{mOx} là hai góc kề bù $\Rightarrow \widehat{tOm} + \widehat{mOx} = 180^\circ$ hay

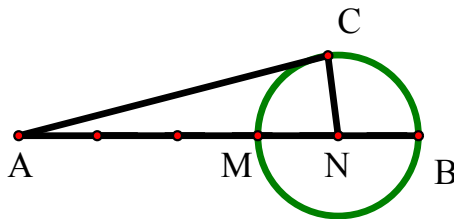
$$70^\circ + \widehat{mOx} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{mOx} = 110^\circ$$

b) Ta có $\widehat{mOx} + \widehat{xOn} = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{mOx}$ và \widehat{xOn} là hai góc bù nhau (1)

Do Om và Oy cùng thuộc nửa mp có bờ là đường thẳng chứa tia Ox;

Lại có On và Oy nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng chứa tia Ox nên Om và On nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng chứa tia Ox $\Rightarrow \widehat{mOx}$ và \widehat{xOn} là hai góc kề nhau (2)

Từ (1) và (2) suy ra \widehat{mOx} và \widehat{xOn} là hai góc kề bù hay tia Om và tia On là hai tia đối nhau (đpcm).

Bài 33:

a) Bốn điểm A, B, M, N thẳng hàng vì chúng cùng nằm trên đường thẳng MN

b) Vì điểm M nằm giữa A và B nên ta có: $BM = AB - AM = 2$ (cm)

$M, N \in$ tia AB mà $BM > BN$ ($2 \text{ cm} > 1 \text{ cm}$) \Rightarrow N nằm giữa B và M.

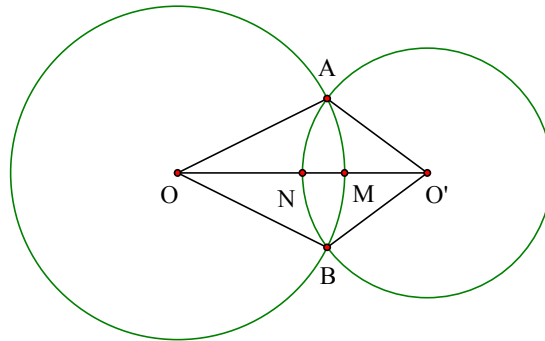
Do đó ta có: $MN + NB = BM \Rightarrow MN = BM - BN = 1 \text{ cm} \Rightarrow MN = BN$

Vậy N là đường trung điểm của BM (đpcm).

c) Đường tròn tâm N đi qua B nên $CN = NB = 1 \text{ cm}$

Đường tròn tâm A đi qua N nên $AC = AN = AM + MN = 4 \text{ cm}$

Vậy chu vi tam giác CAN là: $AC + CN + NA = 4 + 1 + 4 = 9$ (cm).

Bài 34:

a) Vì A, B cùng thuộc đường tròn tâm O bán kính 4cm nên $AO = BO = 4\text{cm}$.

Vì A, B cùng thuộc đường tròn tâm O' bán kính 3cm nên $AO' = BO' = 3\text{cm}$.

b) Vì N thuộc đường tròn tâm O' bán kính 3cm nên $O'N = 3\text{cm}$

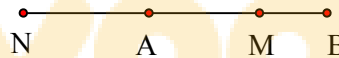
Lại có N nằm trên đoạn OO' nên điểm N nằm giữa hai điểm O và O' (1) nên ta có:

$$ON + NO' = OO' \text{ hay } ON = OO' - NO' = 6 - 3 = 3\text{cm}.$$

Suy ra $ON = NO'$.

Vậy N là trung điểm của đoạn thẳng OO' .

c) $MN = 1\text{cm}$.

Bài 35:

Điểm M nằm giữa hai điểm A, B nên $MA = AB - MB = 3 - 1 = 2\text{ (cm)}$

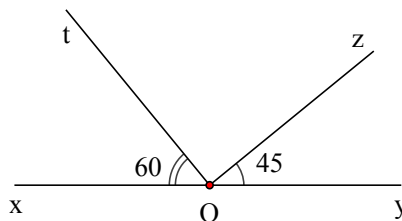
Suy ra $AN = AM = 2\text{cm}$

Điểm A nằm giữa hai điểm N, B nên $BN = AN + AB = 2 + 3 = 5\text{ (cm)}$

$BN = AN + AB$, AB không đổi nên BN lớn nhất khi AN lớn nhất.

AN lớn nhất khi AM lớn nhất.

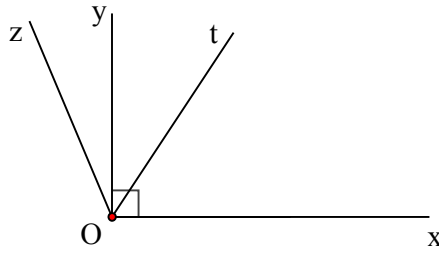
Mà AM lớn nhất khi $AM = AB$, khi đó M trùng với B và $BN = 6\text{ cm}$.

Bài 36:

a) Các cặp góc kề nhau là: $(\widehat{xOt}; \widehat{tOz})$; $(\widehat{tOz}; \widehat{zOy})$; $(\widehat{xOt}; \widehat{tOy})$; $(\widehat{xOz}; \widehat{zOy})$

Các cặp góc kề bù là: $(\widehat{xOt}; \widehat{tOy})$; $(\widehat{xOz}; \widehat{zOy})$

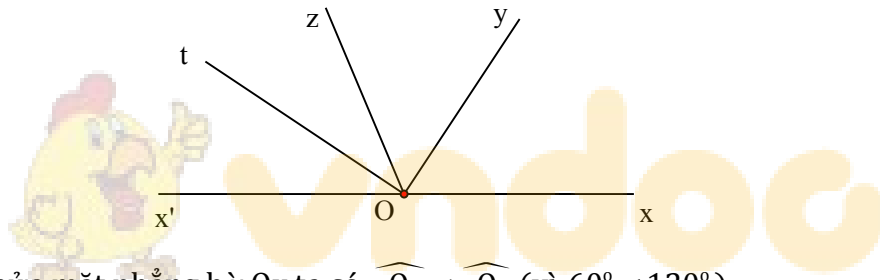
b) $\widehat{xOz} = 135^\circ$; $\widehat{zOt} = 75^\circ$; $\widehat{tOy} = 120^\circ$.

Bài 37:

a) Trên nửa mặt phẳng bờ Ox ta có $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ (vì $90^\circ < 120^\circ$)
nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz.

b) Vì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz nên ta có: $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$
hay $90^\circ + \widehat{yOz} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 30^\circ$.

c) $\widehat{tOz} = 60^\circ$

Bài 38:

a) Trên nửa mặt phẳng bờ Ox ta có $\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$ (vì $60^\circ < 120^\circ$)
nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz (1)

Vì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz nên ta có: $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$
hay $60^\circ + \widehat{yOz} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra Oy là tia phân giác của \widehat{xOz} .

b) Vì $\widehat{x'Oz}$ và \widehat{zOx} là hai góc kề bù nên $\widehat{x'Oz} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Vì $\widehat{x'Oy}$ và \widehat{yOx} là hai góc kề bù nên $\widehat{x'Oy} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

Trên nửa mặt phẳng bờ Oy ta có $\widehat{yOt} < \widehat{yOx'}$ (vì $90^\circ < 120^\circ$)

nên tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Ox' $\widehat{x'Ot} + \widehat{tOy} = \widehat{x'Oy} \Rightarrow \widehat{x'Ot} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

Xét trên nửa mặt phẳng bờ Ox' ta có $\widehat{x'Ot} < \widehat{x'Oz}$ (vì $30^\circ < 60^\circ$)

nên tia Ot nằm giữa hai tia Ox' và Oz (3)

Vì tia Ot nằm giữa hai tia Ox' và Oz nên $\widehat{x'Ot} + \widehat{tOz} = \widehat{x'Oz} \Rightarrow \widehat{tOz} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

Do đó $\widehat{x'Ot} = \widehat{tOz}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra Ot là phân giác của $\widehat{zOx'}$ (đpcm).

Dạng 5*: Một số bài tập nâng cao

Bài 39.

$$a) M = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} > \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} \Rightarrow M > 1$$

$$M = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} < \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \Rightarrow S < \frac{15}{10} < \frac{20}{10} = 2$$

Vậy $1 < M < 2$

b) Ta có

$$N = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}\right) + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17}\right)$$

$$\text{Vì } \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} < 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}; \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} < 3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{3}; \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} < 3 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{4};$$

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} < \frac{1}{5}.$$

$$\text{Nên } N < 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) < 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3$$

Chứng minh tương tự ta có $N > 2$.

Vậy ta chứng minh được $2 < N < 3$ nên N không phải là số tự nhiên.

Bài 40:

$$\text{Ta có: } A = \frac{13^{19} + 13 - 12}{13^{18} + 1} = \frac{13(13^{18} + 1) - 12}{13^{18} + 1} = 13 - \frac{12}{13^{18} + 1}$$

$$\text{Tương tự ta có: } B = \frac{13^{20} + 1}{13^{19} + 1} = 13 - \frac{12}{13^{19} + 1}$$

$$\text{Vì } 13^{18} + 1 < 13^{19} + 1 \Rightarrow \frac{12}{13^{18} + 1} > \frac{12}{13^{19} + 1} \Rightarrow A < B.$$

Bài 41:

a) Gọi d là ước chung của $6n+5$ và $3n+2$

Ta có $(6n+5):d$ và $(3n+2):d$

$$(3n+2):d \Rightarrow 2(3n+2):d \text{ hay } (6n+4):d$$

$$\Rightarrow [6n+5 - (6n+4)]:d \Rightarrow 1:d \Rightarrow d = 1$$

Vậy phân số $p = \frac{6n+5}{3n+2}$ ($n \in \mathbb{N}$) là phân số tối giản.

$$b) \text{ Ta có } p = \frac{6n+5}{3n+2} = \frac{6n+4+1}{3n+2} = 2 + \frac{1}{3n+2}$$

Phân số p đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{1}{3n+2}$ đạt giá trị lớn nhất, khi đó $3n+2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Vì $3n+2 \geq 2$ nên $3n+2$ nhỏ nhất bằng 2 khi $n = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của p là $\frac{5}{2}$ khi $n = 0$.

Bài 42:

A rút gọn được khi $(5n+6; 8n+7) > 1$

Đặt $(5n+6; 8n+7) = d$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5n+6:d \\ 8n+7:d \end{cases} \Rightarrow 8(5n+6) - 5(8n+7) = 13:d \Rightarrow d \in \{1; 13\}$$

Để $(5n+6; 8n+7) > 1$ thì $d = 13$.

$$\text{Khi } d = 13 \Rightarrow 5n+6:13 \Rightarrow 8(5n+6) = 40n+48 = [(39n+39) + (n+9)]:13$$

$$\text{Mà } (39n+39):13 \Rightarrow (n+9):13$$

Suy ra n có dạng $13k+4$ ($k \in \mathbb{N}$)

Vậy n là các số tự nhiên chia 13 dư 4 thì A có thể rút gọn được.

Bài 43.

$$\text{Ta có: } \frac{6n-3}{3n+1} = \frac{6n+2-5}{3n+1} = 2 - \frac{5}{3n-1}$$

Để phân số $\frac{6n-3}{3n+1}$ có giá trị là một số nguyên thì $\frac{5}{3n-1}$ có giá trị là một số nguyên.

Suy ra $3n-1$ là ước của 5 nên $3n-1 \in \{-5; -1; 1; 5\}$

Xét các trường hợp trên ta tìm được $n = 0$ và $n = -2$ thỏa mãn.

Thử lại ta thấy $n = 0, n = -2$ đúng.

Vậy $n = 0$ hoặc $n = -2$ thì phân số $\frac{6n-3}{3n+1}$ có giá trị một số nguyên.

$$b) \text{ Ta có: } \frac{n+13}{n-2} = 1 + \frac{15}{n-2} \quad (n \neq 2)$$

Để phân số $\frac{n+13}{n-2}$ là phân số tối giản thì phân số $\frac{15}{n-2}$ là phân số tối giản.

Khi đó 15 và $n-2$ phải là hai số nguyên tố cùng nhau. Vì 15 có hai ước khác 1, khác 15 là 3 và 5. Từ đó suy ra $n-2$ không chia hết cho 3, không chia hết cho 5.

Vậy $n \neq 3k+2$ và $n \neq 5k+2$ ($k \in \mathbb{N}, k \neq 0$).

Bài 44:

a) Ta có: $\frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \frac{3}{11.14} + \dots + \frac{3}{x(x+3)} = \frac{303}{1540}$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{303}{1540}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{x-3} = \frac{303}{1540} \Rightarrow x = 311$$

b) Ta đặt $P = \frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \frac{3}{197} + \dots + \frac{198}{2} + \frac{199}{1}$

$$\Rightarrow P = 1 + \left(\frac{1}{199} + 1\right) + \left(\frac{2}{198} + 1\right) + \left(\frac{3}{197} + 1\right) + \dots + \left(\frac{198}{2} + 1\right)$$

$$\Rightarrow P = \frac{200}{200} + \frac{200}{199} + \frac{200}{198} + \frac{200}{197} + \dots + \frac{200}{2} = 200 \cdot \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{199} + \frac{1}{198} + \dots + \frac{1}{2}\right)$$

Do đó: $(x-20) \cdot \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \frac{3}{197} + \dots + \frac{198}{2} + \frac{199}{1}} = \frac{1}{200}$

$$\Rightarrow (x-20) \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{200} \Rightarrow x-20 = 1 \Rightarrow x = 21.$$

Vậy $x = 21$.

Bài 45.

1)

a) $\frac{2x+1}{14} = \frac{1}{-y}$

$$(2x+1)(-y) = 14$$

Mà $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2x+1 \in \mathbb{Z}, (-y) \in \mathbb{Z}$

Suy ra $2x+1; (-y)$ là ước của 14.

Mà $2x+1$ là số lẻ nên ta có bảng sau:

$2x+1$	1	-1	7	-7
$-y$	14	-14	2	-2
x	0	-1	3	-4
y	-14	14	-2	2

Vậy các cặp số nguyên $(x;y)$ cần tìm là: $(0;-14); (-1;14); (3;-2); (-4; 2)$

b) Học sinh giải tương tự như trên được các cặp số nguyên $(x;y)$ cần tìm là:

$(-29;0); (31;1); (-9;-1); (11; 2); (7;3); (-5;-2); (3;8); (-1;-7).$

$$2) \text{ Xét } 2x + 5y = 14$$

$$\text{Ta có: } 14:2; 2x:2 \Rightarrow 5y:2$$

$$\text{Do } (5,2)=1 \text{ nên } y:2$$

$$\text{Ta có } 5y < 14 \Rightarrow y \leq 2.$$

Mà y là số nguyên dương và $y:2$ nên $y = 2$.

$$\text{Ta có } 2x + 5 \cdot 2 = 14 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Vậy } x=2, y=2.$$

Bài 46.

$$\text{a) Xét hiệu: } A = 9(7x + 4y) - 2(13x + 18y) = 37x$$

$\Rightarrow A$ chia hết cho 37.

Vì $7x + 4y$ chia hết cho 37 nên $9(7x + 4y)$ chia hết cho 37.

$\Rightarrow 2(13x + 18y)$ chia hết cho 37, mà $(2;37) = 1$ suy ra $13x + 18y$ chia hết cho 37.

Vậy nếu $(7x + 4y):37$ thì $(13x + 18y):37$

b)

$$\text{Với } n = 1 \text{ ta có } A = 1! = 1^2$$

$$\text{Với } n = 2 \text{ ta có } A = 1! + 2! = 3$$

$$\text{Với } n = 3 \text{ ta có } A = 1! + 2! + 3! = 9 = 3^2$$

$$\text{Với } n = 4 \text{ ta có } A = 1! + 2! + 3! + 4! = 33$$

$$\text{Với } n = 5 \text{ ta có } A = 153$$

$$\text{Với } n = 4 \text{ ta có } A = 873$$

Nhận xét: với $n \geq 5$ thì $5!, 6!, \dots, n!$ đều tận cùng là 0.

$$\text{Suy ra } A = 33 + \underbrace{5! + 6! + \dots + n!}_{\dots 0} = \overline{\dots 3}$$

$\Rightarrow A$ không phải là số chính phương (đpcm).

Vậy $n = 1$ hoặc $n = 3$.

Bài 47:

- Vì a chia cho 3 dư 2, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 4 nên ta có:

$$(a-2):3, (a-3):5, (a-4):7$$

$$\text{Suy ra } (a+1):3, (a+2):5, (a+3):7$$

$$\text{Suy ra } (a+1+51):3, (a+2+50):5, (a+3+49):7$$

$$\text{Suy ra } (a+52):3, (a+52):5, (a+52):7$$

$$\text{Vậy } a + 52 \in BC(3; 5; 7) \Rightarrow (a+52):105$$

Suy ra $a + 52 = 105k$ ($k = 1, 2, 3, \dots$)

Lần lượt thử $k = 1, 2, 3, \dots$ mà a là số tự nhiên nhỏ nhất nên với $k = 1$ ta được:

$$a = 105 - 52 = 53.$$

Vậy $a = 53$ là số cần tìm.

Bài 48:

Điều kiện $x \neq 49$

a) Nếu $x < 49$ thì $x - 49 < 0$, ta có $A < 0$.

Nếu $x > 49$ thì $x - 49 > 0$. Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x - 49 \in \mathbb{Z}$ và $x - 49 \geq 1$.

$$\text{Khi đó } A = \frac{2019}{x-49} \leq 2019.$$

$$A = 2019 \text{ khi } x - 49 = 1 \Leftrightarrow x = 50.$$

Vậy A có giá trị lớn nhất là 2019 khi $x = 50$.

b) Nếu $x > 49$ thì $x - 49 > 0$, ta có $A > 0$.

Nếu $x < 49$ thì $49 - x > 0$. Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $49 - x \in \mathbb{Z}$ và $49 - x \geq 1$.

$$\text{Khi đó } A = \frac{2019}{x-49} = \frac{-2019}{49-x} \geq -2019.$$

Vậy $A = -2019$ khi $49 - x = 1 \Leftrightarrow x = 48$.

Vậy A có giá trị nhỏ nhất là -2019 khi $x = 48$.

Bài 49:

Xét 102 số: $a_1 = 25^1 - 1$; $a_2 = 25^2 - 1$; ...; $a_{102} = 25^{102} - 1$

Theo nguyên lý Dirichlet, 102 số khi chia cho 101 sẽ tồn tại 2 số có cùng số dư.

Giả sử 2 số là a_m, a_n cùng số dư khi chia cho 101 ($m > n$)

$$\Rightarrow (a_m - a_n) : 101 \Rightarrow [(25^m - 1) - (25^n - 1)] : 101$$

$$\Rightarrow (25^m - 25^n) : 101 \Rightarrow 25^n (25^{m-n} - 1) : 101$$

Vì $(25^n, 101) = 1$ nên $(25^{m-n} - 1) : 101$ (đpcm).

Bài 50:

$$A = 1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{15}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{99}} + \dots + \frac{1}{2^{100} - 1}\right)$$

Ta thấy $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2$;

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} < \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^2} \cdot 4$$

.....

Làm tương tự với các ngoặc còn lại ta có:

$$A < 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2^2} \cdot 2^2 + \frac{1}{2^3} \cdot 2^3 + \dots + \frac{1}{2^{99}} \cdot 2^{99} = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{100} = 100$$

Vậy $A < 100$. (1)

Mặt khác,

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{99}+1} + \dots + \frac{1}{2^{100}-1} + \frac{1}{2^{100}}\right) - \frac{1}{2^{100}}$$

$$\text{Ta thấy } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > 4 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2}$$

.....

Làm tương tự với các ngoặc còn lại ta có:

$$A > 1 + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{100} - \frac{1}{2^{100}} = 50 + 1 - \frac{1}{2^{100}} > 50$$

Vậy $A > 50$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $50 < A < 100$ (đpcm).

