14 BỘ HSG TOÁN 9 CẤP TỈNH CẢ NƯỚC
Năm học: 2018 – 2019

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 1

Bài 1

Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}+\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}}+1\right):\left(1-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}\right)$; voi x, y $\geq$ 0; xy $\neq$ 1.

a/ Rút gọn biểu thức P

b/ Tính giá trị của biểu thức P khi $x=\sqrt[3]{4-2\sqrt{6}}+\sqrt[3]{4+2\sqrt{6}}; y=x^2+6$

Bài 2

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): (m – 1)x + y = 3m – 4 và (d'): x + (m – 1)y = m. Tìm m để (d) cắt (d') tại điểm M sao cho $MOx=30^0$.

Bài 3

a/ Giải phương trình: $\sqrt{3x+1}-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-8=0$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-2x^2+2x+2y+x^2y-4=0 \\ x^3-xy-4x-1=\sqrt{3x-y+7} \end{cases}$

Bài 4

Chứng minh rằng nếu a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 3 thì $3a^2+3b^2+3c^2+4abc\geq 13$.

Bài 5

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, vẽ các đường cao BE và AD. Gọi H là trực tâm và G là trọng tâm tam giác ABC.

a/ Chứng minh rằng: Nếu HG // BC thì tan B.tan C = 3.

b/ Chứng minh rằng: tan A.tan B.tan C = tan A + tan B + tan C.

Bài 6

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, gọi I, J, K lần lượt là tâm các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ABH, ACH. Gọi giao điểm của các đường thẳng AJ, AK với cạnh BC lần lượt là E và F.

a/ Chứng minh rằng: I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF

b/ Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác IJK và đường tròn nội tiếp tam giác ABC có bán kính bằng nhau.

Bài 7

Tìm tất cả các bộ số nguyên dương (x, y, z) sao cho $\frac{x+y\sqrt{2019}}{y+z\sqrt{2019}}$ là số hữu tỉ và $x^2+y^2+z^2$ là số nguyên tố.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 2

Bài 1

a/ Cho $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\frac{3\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+3\sqrt{z}+3}$ và xyz = 9. Tính $\sqrt{10P-1}$.

b/ Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn: $x+y+z+\sqrt{xyz}=4$

Chứng minh rằng: $\sqrt{x(4-y)(4-z)}+\sqrt{y(4-z)(4-x)}+\sqrt{z(4-x)(4-y)}=8+\sqrt{xyz}$

Bài 2

a/ Giải phương trình: $\frac{x^2}{(x+2)^2}+3=3x^2-6x$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=2x \\ x(x+y)^2+x-2=2y^2 \end{cases}$

Bài 3

a/ Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $x^2+x+2y^2+y=2xy^2+xy+3$

b/ Chứng minh rằng: $a_1^3+a_2^3+a_3^3+...+a_n^3$ chia hết cho 3, biết $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ là các chữ số của 2019^{2018}.

Bài 4

Cho tam giác MNP có 3 góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Gọi Q là trung điểm của NP và các đường cao MD, NE, PF của tam giác MNP cắt nhau tại H.

Chứng minh rằng:

a/ MH = 2OQ

b/ Nếu MN + MP = 2NP thì sin N + sin P = 2 sin M

c/ ME.FH + MF.HE = $\sqrt{2}R^2$ biết NP = $R\sqrt{2}$

Bài 5

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{ab^2}{a+b}+\frac{bc^2}{b+c}+\frac{ca^2}{c+a}$ biết a, b, c là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}+\frac{1}{ab}=3$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 3

Bài 1

1/ Tính giá trị của biểu thức: $A=x^3+y^3-3(x+y)$, biết rằng: $x=\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}+\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$ và $y=\sqrt[3]{17+12\sqrt{2}}+\sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$

2/ Cho hai số thực m và n khác 0 thõa mãn $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{2}$. Chứng minh rằng: $x^2+mx+n \quad x^2+nx+m \ =0$ luôn có nghiệm.

Bài 2

1/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+xy+y=1 \\ \sqrt{x}-\sqrt[3]{y}+4x=5 \end{cases}$

2/ Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2xy^2+x+y+1=x^2+2y^2+xy$

Bài 3

1/ Trong mặt phẳng cho 8073 điểm mà diện tích của mọi tam giác với các đỉnh là các điểm đã cho không lớn hơn 1. Chứng minh rằng trong số các điểm đã cho có thể tìm được 2019 điểm nằm trong hoặc trên cạnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 1.

2/ Cho a, b, c là các số thực không âm thõa mãn: a + b + c = 3. Chứng minh rằng: $a\sqrt{b^3+1}+b\sqrt{c^3+1}+c\sqrt{a^3+1}\le 5$

Bài 4

1/ Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy điểm M bất kỳ trên đoạn AD (M không trùng với A). Gọi N, P theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M trên các cạnh AB, AC và H là hình chiếu vuông góc của N lên đường thẳng PD.

a/ Chứng minh rằng: $AH\perp BH$.

b/ Đường thẳng qua B song song với AD cắt đường trung trực của AB tại I. Chứng minh ba điểm H, N, I thẳng hàng.

2/ Cho tam giác ABC nội tiếp đườngtròn (O), đường cao AH. Gọi M là giao điểm của AO và BC. Chứng minh rằng: $\frac{HB}{HC}+\frac{MB}{MC}\ge 2.\frac{AB}{AC}$. Dấu bằng xảy ra khi nào?

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
Thời gian*: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 4

Bài 1

1/ Gọi x_1, x_2, x_3 là 3 nghiệm của phương trình $x^3-5x^2+5x-1=0$. Tính giá trị biểu thức $S=\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}+\frac{1}{x_3^2}$.

2/ Rút gọn biểu thức $A=\left(1-\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{9-x}{x+}\right)$ với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

Bài 2

1/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y-2x\ \ 1-y-x\ =2x^2-x \\ x\ \ y-1\ +\sqrt[3]{x^2-y}=2 \end{cases}$

2/ Giải phương trình: $x^2+x+24-2x\sqrt{2x+3}=6\sqrt{12-x}$

Bài 3

1/ Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $x^2y^2-x^2+5y^2-22x-121=0$.

2/ Cho các số thực dương x, y, z thõa mãn x + y + z = 2019. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{3}{4xy}+\frac{3}{4yz}+\frac{3}{4zx}$.

Bài 4

1/ Qua điểm M nằm ngoài ΔABC kẻ DK//AB, EF//AC, PQ//BC $E,P\in AB; K,F\in BC; D,Q\in CA$

Biết diện tích các tam giác MPE, MQD, MKF lần lượt là x^2, y^2, z^2 với x, y, z là các số thực dương. Tính diện tích tam giác ABC theo x, y, z.

2/ Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm bất kỳ trên dây BC (M khác B, M khác C). Vẽ đường tròn tâm D đi qua M và tiếp xúc với AB tại B, vẽ đường tròn tâm E đi qua M và tiếp xúc với AC tại C. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường tròn (D) và (E).

a/ Chứng minh rằng tứ giác ABNC nội tiếp đường tròn. Từ đó chứng minh điểm N thuộc đường tròn (O) và ba điểm A, M, N thẳng hàng.

b/ Chứng minh rằng trung điểm I của đoạn thẳng DE luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm M di động trên dây BC.

Bài 5

1/ Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố (p; q; r) sao cho pqr = p + q + r + 160.

2/ Cho 8 đoạn thẳng có độ dài lớn hơn 10 và nhỏ hơn 210. Chứng minh rằng trong 8 đoạn thẳng đó luôn tìm được 3 đoạn thẳng để ghép thành một tam giác.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH Năm học: 2018 – 2019 Môn: TOÁN ***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 5

Bài 1

a/ Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn a + b = c^3 – 2018c. Chứng minh rằng: $A = a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 6.

b/ Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn đẳng thức $4^x = 1 + 3^y$.

c/ Cho B = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 +… + n(n + 1)(n + 2) với $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng B không thể là số chính phương.

Bài 2

a/ Giải phương trình: $3x^2 - 4x - 11 = \ 2x - 5\ \sqrt{3x+7}$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + x = y^2 + y + 5 \\ x^3 + y^3 = x^2y + y^2x + 6 \end{cases}$

Bài 3

a/ Rút gọn biểu thức: $C = \sqrt{1 + x^2 + \frac{x^2}{x+1^{\ 2}}} + \frac{x}{x+1}$ với x > 0.

b/ Cho các số thực a, b, c thõa mãn a + b + c = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức D = ab + ac.

c/ Với x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng: (x + y – z)(y + z – x)(z + x – y) $\leq$ xyz.

Bài 4

Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC), đường phân giác AD (D $\in$ BC). Các điểm E và F lần lượt chuyển động trên các cạnh AB, AC sao cho BE = CF. Trên cạnh BC lấy hai điểm P, Q sao cho EP và FQ cùng song song với AD.

a/ So sánh độ dài hai đường thẳng BP và CQ.

b/ Chứng minh trọng tâm G của tam giác AEF thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 5

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi C là trung điểm của AO, vẽ tia Cx vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại I. Lấy K là một điểm bất kỳ trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M, tia BM cắt tia Cx tại D. Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M cắt tia Cx tại N.

a/ Chứng minh rằng: Tam giác KMN cân.

b/ Tính diện tích $S_{\Delta ABD}$ theo R khi K là trung điểm của đoạn thẳng CI.

c/ Khi K di động trên đoạn thẳng CI, chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD đi qua điểm cố định hai khác A.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 6

Bài 1

Cho biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x+3} - x - 1 \quad \sqrt{x+3} + 2}{x-1}$

a/ Rút gọn biểu thức A.

b/ Xác định x để $A \le -1$

Bài 2

Giải phương trình: $2x^2 - 6x - 5 \;\; x - 2 \;\; \sqrt{x+1} + 10 = 0$

Bài 3

a/ Tìm hai số nguyên tố p, q sao cho 8q + 1 = p^2

b/ Chứng minh rằng: $n^5 - n \,\vdots\, 30 \ (\forall n \in \mathbb{N})$

Bài 4

Với a, b, c là ba số dương thõa mãn điều kiện a + b + c + ab + bc + ca – 6abc = 0. Tính gá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}$.

Bài 5

Cho đường tròn tâm O bán kính R và M là một điểm cố định nằm bên trong đường tròn. Qua điểm M, vẽ hai dây lưu động AB và CD vuông góc với nhau.

a/ Chứng minh rằng: $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$. Chứng minh $AD^2 + BC^2$ không đổi.

b/ Gọi I trung điểm của BC. Chứng minh rằng: $OI^2 + IM^2 = R^2$. Suy ra quỹ tích trung điểm I.

Bài 6

Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi E, F lần lượt trung điểm của AC và BD. Gọi G là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với AD và đường thẳng đi qua F vuông góc với BC. So sánh GA và GB.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN – BẢNG A
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 7

Câu 1.

a/ Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2y^2 + x - 2y + 5 = xy$.

b/ Chứng minh rằng $A = 2^{2^n} + 4^n + 16$ chia hết cho 3 với mọi số nguyên dương n.

Câu 2.

a/ Giải phương trình: $\sqrt{2x+3} = \dfrac{8x^3 + 4x}{2x+5}$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-3)^2 = 1 \\ (x-1)(y-3) + 3 = x + y \end{cases}$

Câu 3.

Cho a,b,c là các số thực dương . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \left(\frac{a}{a+b}\right)^4 + \left(\frac{b}{b+c}\right)^4 + \left(\frac{c}{c+a}\right)^4$$

Câu 4.

1/ Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D, E, F lần lượt là chân các đường cao kẻ từ ba đỉnh A, B, C của tam giác đó. Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ nhất M (M khác phía với O so với đường thẳng AB), đường thẳng BM cắt đường thẳng DF tại N.

Chứng minh rằng:

a/ $EF \perp OA$

b/ AM = AN.

2/ Cho tam giác nhọn ABC, D là điểm trong tam giác đó sao cho $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} + 90^0$ và AC.BD = AD.BC. Chứng minh $\dfrac{AB.CD}{AC.BD} = \sqrt{2}$.

Câu 5.

Trong hình vuông cạnh bằng 1 có 2019 điểm phân biệt. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn bán kính bằng $\dfrac{1}{91}$ nằm trong hình vuông đó mà không chứa điểm nào trong 2019 điểm đã cho.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 8

Bài 1

a/ Cho biểu thức: $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{3}{x\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-\sqrt{x}+1}$ với x $\geq$ 0. Rút gọn và tìm GTLN của biểu thức A.

b/ Không sử dụng máy tính bỏ túi, hãy rút gọn biểu thức.

$$B=\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$$

Bài 2

a/ Xác định các hệ số a và b để đa thức $P_{(x)}=x^4-2x^3+3x^2+ax+b$ là bình phương của một hệ đa thức.

b/ Giải phương trình: $\sqrt{3-4x}+\sqrt{4x+1}=-16x^2-8x+1$

Bài 3

Cho đường tròn (O) và dây cung BC = a không đổi (O $\notin$ BC). Trong đó A là một điểm di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC có ba góc nhọn. Các đường cao AD, BE, CK cắt nhau tại H $D\in BC, E\in AC, K\in AB$.

a/ Trong trường hợp $BHC=BOC$, tính AH theo a.

b/ Trong trường hợp bất kỳ, tìm vj trí của A để tích DH.DA nhận giá trị lớn nhất.

Bài 4

Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho C = 2019^n + 2020 là số chính phương.

Bài 5

Cho ba số thực dương x, y, z thõa mãn x + y + z + 2 = xyz. Chứng minh rằng:

$$x+y+z+6\geq 2\ \sqrt{yz}+\sqrt{zx}+\sqrt{xy}$$

Bài 6

Cho ΔABC vuông có AB = 3; AC = 4; Bc = 5. Xét các hình chữ nhật MNPQ sao cho M, N thuộc cạnh BC; P $\in$ AC; Q $\in$ AB. Hãy xác định các kích thước để diện tích hình chữ nhật MNPQ lớn nhất?

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI **ĐỀ CHÍNH THỨC**	KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH Năm học: 2018 – 2019 Môn: TOÁN ***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 9

Bài 1

Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lớn hơn 2019.

Bài 2

1/ Chứng minh rằng số $A=3n^3+15n$ chia hết cho 18 với $(\forall n\in\mathbb{Z})$

2/ Một đoàn học sinh đi tham gia Quãng trường Đại Đoàn kết tỉnh Gia Lai. Nếu mỗi Ô tô chở 12 người thì thừa 1 người. Nếu bớt đi 1 Ô tô thì số học sinh của đoàn được chia đều cho các Ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi tham quan và có bao nhiêu Ô tô? Biết mỗi Ô tô chở không quá 16 người.

Bài 3

1/ Một cây nến hình lăng trụ đứng đáy lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 20 cm và 1 cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Tính thể tích cái hộp.

2/ Cho đường tròn (O;R) và điểm I cố định nằm bên trong đường tròn (I khác O), qua điểm I dựng hai cung bất kỳ AB và CD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của IA, IB, IC, ID.

a/ Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường tròn.

b/Giả sử các dây AB và CD thay đổi nhưng luôn luôn vuông góc với nhau tại I. Xác định vị trí các dây cung AB và CD sao cho tứ giác MNPQ có diện tích lớn nhất.

Bài 4

1/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{4-2y}+\sqrt{5+2y-(x-1)^2}=5\\ 5x^4+(x-y)^2=(10x^3+y)y\end{cases}$

2/ Cho x, y, z là các số thực không âm thõa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=xy+yz+zx-2xyz$.

Bài 5

Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi THCS cấp Tỉnh, đoàn học sinh huyện A có 17 học sinh dự thi. Mỗi thí sinh có số báo danh là một số tự nhiên trong khoảng từ 1 đến 907. Chứng minh rằng có thể chọn ra 9 học sinh trong đoàn có tổng các số báo danh chia hết cho 9.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SƠN LA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 10

Bài 1

Cho biểu thức $A=\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3-8}}-\frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4}$. Tìm các giá trị x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2

Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + 3m - 3 = 0$.

a/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thõa mãn $M=x_1^2+x_2^2+5x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b/ Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Bài 3

a/ Giải phương trình: $\frac{2x}{x^2-5x+3}+\frac{13x}{2x^2+x+3}=6$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+2xy^2+12y=0 \\ 8y^2+x^2=12 \end{cases}$

Bài 4

Cho ba điểm A, B, C cố đinh nằm trên một đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua B và C ($O \notin d$). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M và N. Gọi I là trung điểm của BC, AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K.

1/ Chứng minh 4 điểm O, M, N, I cùng nằm trên một đường tròn.

2/ Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

3/ Gọi D là trung điểm của HQ, từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm của ME.

Bài 5

Cho hình vuông ABCD và 2019 đường thẳng phân biệt thõa mãn mỗi đường thẳng đều cắt hai cạnh đối của hình vuông và chia hình vuông thành 2 phần có tỉ số diện tích là 0,5. Chứng minh rằng trong 2019 đường thẳng trên có ít nhất 505 đường thẳng đồng quy.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐÀ NẴNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 11

Bài 1:

Tính $A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}-\frac{2}{3-\sqrt{3}}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Bài 2

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm B(6;0) và C(0;3) và đường thẳng d_m có phương trình y = mx – 2m + 2 với m là tham số $m\neq 0; m\neq \frac{1}{2}$.

a/ Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng BC và d_m.

b/ Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng d_m chia tam giác OBC thành hai phần có diện tích bằng nhau (O là gốc tọa độ).

Bài 3

a/ Tìm x, biết: $\sqrt{24+8\sqrt{9-x^2}}=x+2\sqrt{3-x}+4$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{12}{x-1}+\frac{7}{y+3}=19\\ \frac{2x+6}{x-1}+\frac{3y+14}{y+3}=18\end{cases}$

Bài 4

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,35 điểm kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có ba ô bị mờ ở chữ số hàng đơn vị khong đọc được (tại vị trí đánh dấu *)

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6	5
Số lần bắn	2*	40	1*	1*	9	7

Em hãy tìm lại các chữ số hàng đơn vị trong ba ô đó.

Bài 5

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M trung điểm của AB, lấy hai điểm D, E lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC sao cho DB < DA < AB; EA < EC và OD = OE.

a/ Chứng minh rằng: $MA^2 – MD^2$ = DA.DB

b/ Chứng minh rằng:$OA^2 – OD^2$ = DA.DB và DA.DB = EA.EC

c/ Gọi lần lượt G, H, K là trung điểm của các đoạn thẳng BE, CD và ED. Chứng minh rằng đường thẳng ED là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác GHK.

Bài 6

Cho ba số x, y, z thõa mãn các hệ thức (z – 1)x – y = 1 và x + zy = 2. Chứng minh rằng (2x – y)(z^2- z + 1) = 7 và tìm tất cả các số nguyên x, y, z thõa mãn các hệ thức trên.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN **ĐỀ CHÍNH THỨC**	KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH Năm học: 2018 – 2019 Môn: TOÁN *Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 12

Bài 1

Tính giá trị của biểu thức: $A=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$

Bài 2

a/ Giải phương trình: $\sqrt{x+2}+1\ \ 4-x\ \ =2\ \ x+1$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-2y=\dfrac{2}{x}-1 \\ x^2-\dfrac{4}{x^2}+1=4y\ \ x-y \end{cases}$

Bài 3

a/ Trong mặt phẳng ,tọa độ Oxy cho đường thẳng d_1: $y=\ \ m^2-5m\ \ x+2m$ (m tham số) và đường thẳng d_2: $y=-6x+m+3$. Tìm các giá trị của m để hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

b/ Một Robot chuyển động từ A đến B theo cách sau: Đi được 5m thì dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp 10m dừng lại 2 giây, rồi đi tiếp 15m dừng lại 3 giây, …., cứ như vậy Robot đi từ A đến B kể cả nghỉ hết 551 giây. Tính quãng đường Robot chuyển động từ A đến B biết khi đi Robot chuyển động với vận tốc 2,5 mét/giây.

Bài 4

Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Một đường tròn (O) thay đổi luôn đi qua B và C. Vẽ các tiếp tuyến AD và AE với đường tròn (O); D, E là các tiếp điểm.

a/Chứng minh rằng: $AD=\sqrt{AB.AC}$. Từ đó suy ra D thuộc một đường tròn cố định.

b/ Gọi MN là đường kính của đường tròn (O) vuông góc với BC. Gọi K là giao điểm của AM với đường tròn (O). Chứng minh ba đường thẳng AB, DE, NK đồng quy tại một điểm.

Bài 5

a/ Cho tam giác ABC có góc A tù. Chứng minh Sin(B + C) = SinB.CosC + CosB.SinC

b/ Trên mặt phẳng có 25 điểm phân biệt, biết rằng trong 3 điểm bất kỳ đã cho bao giờ cũng tìm được 2 điểm có khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 1. Chứng minh tồn tại một hình tròn bán kính 1 chứa không ít hơn 13 điểm trong 25 điểm nói trên.

Bài 6

Cho a, b, c là các số thực thõa $\left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2018}\right)^2\le 2019a^2b^2c^2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{a}{a^2+bc}+\dfrac{b}{b^2+ca}+\dfrac{c}{c^2+ab}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TỈNH
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
***Thời gian**: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 13

Bài 1

a/ Giải phương trình: $\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1}$

b/ Cho $S=\left(1-\frac{2}{2.3}\right)\left(1-\frac{2}{3.4}\right)...\left(1-\frac{2}{2020.2021}\right)$ là một tích của 2019 thừa số. Tính S (kết quả để dưới dạng phân số tối giản).

Bài 2

a/ Biết a, b là các số nguyên dương thõa mãn a^2-ab+b^2 chia hết cho 9. Chứng minh rằng cả a và b đều chia hết cho 3.

b/ Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho 9^n + 11 là tích của k $k\in\mathbb{N},k\ge 2$ số tự nhiên lien tiếp.

Bài 3

a/ Cho x, y, z là các số thực nhỏ hơn 4. Chứng minh trong các số $\frac{1}{x}+\frac{1}{4-y};\frac{1}{y}+\frac{1}{4-z};\frac{1}{z}+\frac{1}{4-x}$ luôn tồn tại ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 1.

b/ Với các số thực dương a, b, c thay đổi thõa mãn điều kiện $a^2+b^2+c^2+2abc=1$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=ab+bc+ca-abc$.

Bài 4

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC, tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Gọi S là giao điểm của AI và DE.

a/ Chứng minh rằng: Tam giác IAB đồng dạng tam giác EAS.

b/ Gọi K là trung điểm của AB và O là trung điểm BC. Chứng minh rằng ba điểm K, O, S thẳng hàng.

c/ Gọi M là giao điểm của KI và AC. Đường thẳng chứa đường cao AH của tam giác ABC cắt đường thẳng DE tại N. Chứng minh rằng: AM = AN.

Bài 5

Xét bảng ô vuông cỡ 10x10 gồm 100 hình vuông có cạnh 1 đơn vị. Người ta điền vào mỗi ô vuông của bảng một số nguyên tùy ý sao cho hiệu hai số được điền ở hai ô chung cạnh bất kỳ đều có giá trị tuyệt đối không vượt quá 1. Chứng minh rằng tồn tại một số nguyên xuất hiện trong bảng ít nhất 6 lần.

PHÒNG GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
TP. BUÔN MA THUỘT

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS CẤP TP
Năm học: 2018 – 2019
Môn: TOÁN
Thời gian: *150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề 14

Bài 1

a/ Cho biểu thức: $K=\left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1}+\dfrac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1}-1\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1}-\dfrac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1}+1\right)$

Tìm điều kiện để K có nghĩa và rút gọn K.

b/ Cho biểu thức $A=\dfrac{xy\sqrt{z-1}+yz\sqrt{x-2}+zx\sqrt{y-3}}{xyz}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Bài 2

a/ Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n chẵn, n $\geq$ 4 ta luôn có: $n^4-4n^3-4n^2+16n \vdots 384$

b/ Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình sau: 3x + 7y = 55

c/ Giải phương trình : $x+\sqrt{25-x^2}+x\sqrt{25-x^2}=5$

d/ Cho a, b, c > 0 và a + b + c = 1. Chứng minh rằng: $\sqrt{a+b}+\sqrt{b+c}+\sqrt{c+a}\leq\sqrt{6}$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

Bài 3

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): y = (k – 1)x + n với k $\neq$ 0 và hai điểm A(0;2), B(-1;0) với (k,n tham số).

1/ Tìm giá trị của k và n để:

a/ Đường thẳng (d) đi qua hai A và B.

b/ Đường thẳng (d) song song với đường thẳng (Δ): y = x + 2 – k.

2/ Cho n = 2. Tìm k để đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm C sao cho diện tích tam giác OAC gấp hai lần diện tích tam giác OAB.

Bài 4

Cho góc xOy. Hai điểm A, B thuộc Ox. Hai điểm C, D thuộc Oy. Tìm tập hợp những điểm M nằm trong góc xOy sao cho hai tam giác MAB và MCD có cùng diện tích.

Bài 5

Cho đường tròn (O) đường kính BC, dây AD vuông góc BC tại H. Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ H đến AB, AC. Gọi (I), (K) theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp tam giác HBE và HCF.

a/ Xác định vị trí tương đối của các đường tròn: (I) và (O); (K) và (O); (I) và (K).

b/ Tứ giác AEHF là hình gì? Vì sao?

c/ Chứng minh rằng: AE.AB = AF.AC

d/ Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của (I) và (K).

e/ Xác định vị trí đểm H để EF có độ dài lớn nhất?
