

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC**

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG LẦN 2
NĂM HỌC: 2019 - 2020**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 05 trang)

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:
Số báo danh:

Mã đề thi 003

Câu 1. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ đồng biến trên những khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ B. $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

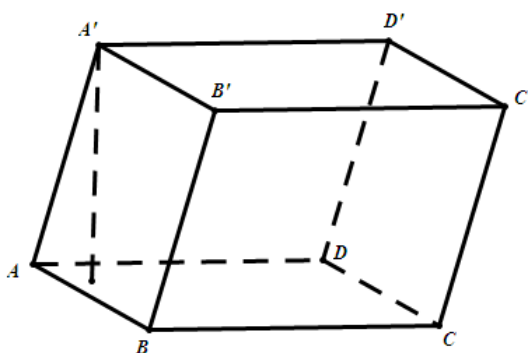
Câu 2. Diện tích mặt cầu (S) tâm I đường kính bằng a là

- A. πa^2 . B. $4\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2 - i)(1 + 2i)$.

- A. $\bar{z} = 4 - 3i$. B. $\bar{z} = -4 - 5i$. C. $\bar{z} = 4 + 3i$. D. $\bar{z} = 5i$.

Câu 4. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

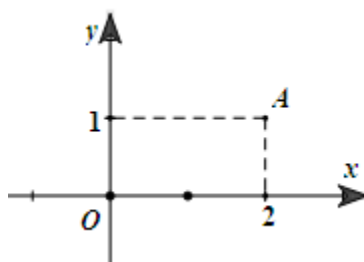


- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $4a^3$. D. $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 5. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên $[-3; -1]$. Khi đó $M.m$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. -4.

Câu 6. Điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Khi đó tích phần thực và phần ảo của z là

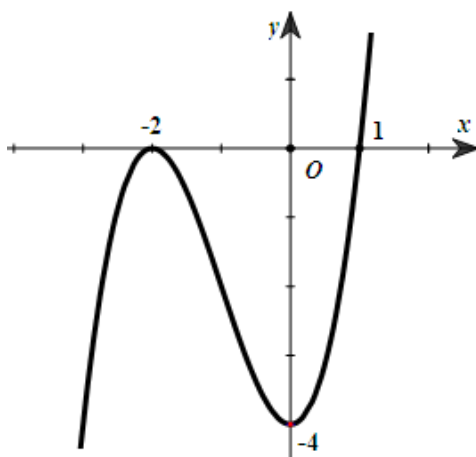


- A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Câu 7. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ là

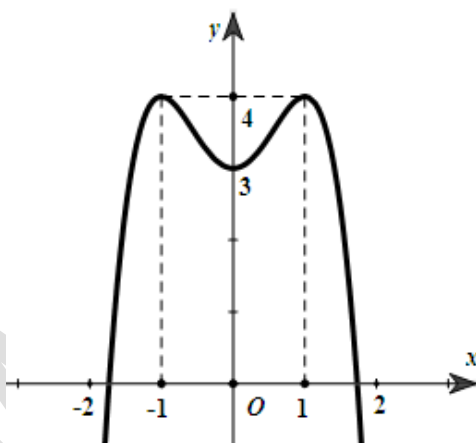
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



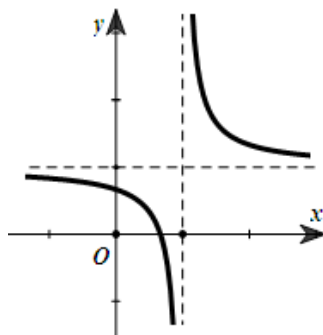
- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-4; +\infty)$.

Câu 9. Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



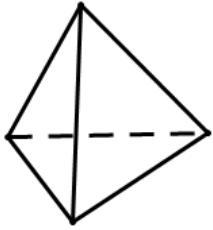
- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. B. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng?



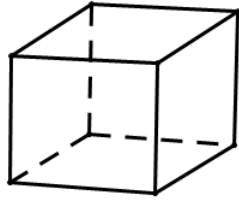
- A. $ac > 0$. B. $cd > 0$. C. $ab > 0$. D. $ad > bc$.

Câu 11. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng



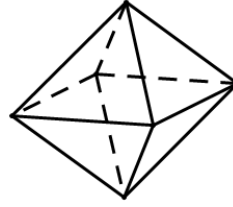
Tứ diện đều

A. Tứ diện đều.



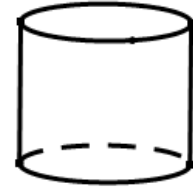
Hình lập phương

B. Lập phương.



Hình bát diện đều

C. Bát diện đều.



Hình trụ

D. Hình trụ.

Câu 12. Cho hàm số $y = (\sqrt{2} - 1)^x$ chọn mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 1)$.

Câu 13. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.
- B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$.
- C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.
- D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 14. Cho phương trình $3^{x^2-5} - 81 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị tích $x_1 \cdot x_2$.

- A. -9.
- B. 9.
- C. -6.
- D. -27.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + y - 2z - 12 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}(-3; -1; 2)$.
- B. $\vec{n}(3; -1; 2)$.
- C. $\vec{n}(3; 1; 2)$.
- D. $\vec{n}(1; 3; -2)$.

Câu 16. Mệnh đề nào sau đây **sai**.

- A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.
- B. Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(u)du = F(u) + C$.
- C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x) + C$ với C là hằng số.
- D. $\int [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$.

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 2x$ là.

- A. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
- B. $\frac{x^2}{2} - \cos 2x + C$.
- C. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.
- D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 18. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{6}{2x+1}$; $F(0) = 1$. Tính $F(1)$

- A. $F(1) = \ln 27 + 1$.
- B. $F(1) = 3 \ln 3 - 1$.
- C. $F(1) = \ln 3 + 1$.
- D. $F(1) = 3 \ln 3$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 5 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{10}$.
- B. $\sqrt{5}$.
- C. 10.
- D. $\sqrt{11}$.

Câu 20. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \ln x$

- A. $F(x) = x \cdot \ln x - x + C$. B. $F(x) = \frac{1}{x} + C$.
- C. $F(x) = x \cdot \ln x + x + C$ D. $F(x) = x \cdot \ln x + C$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là ?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$			+		0		-		0		+

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 22. Tính mô đun của số phức $z = \frac{4-3i}{1+2i}$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 25$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 2\sqrt{5}$.

Câu 23. Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = \sqrt{3+i}(1-i) - |3-4i|(1+2i)$. Giá trị của $a-b$ là

- A. 9. B. -15. C. 15. D. -9.

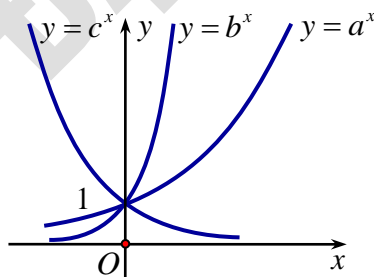
Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}(2x - \ln x)$ là

- A. $2x - \frac{\ln^2 x}{2} + C$. B. $2x - \frac{1}{x^2} + C$. C. $\frac{2\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$. D. $2x - \frac{\ln x}{x} + C$.

Câu 25. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $\frac{4+3i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức.

- A. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 26. Hình bên dưới là đồ thị của ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ ($0 < a, b, c \neq 1$) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

- A. $b > a > c$. B. $a > b > c$. C. $a > c > b$. D. $c > b > a$.

Câu 27. Cho hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 - 2019$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. B. $m \in (-1; 0)$.
- C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh $2a$, $SC = 3a$, SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. a^3 . C. $4a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(x-5)$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;5)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(-1;+\infty)$. D. $(5;+\infty)$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x^2+x) > \log_{\sqrt{3}}(-2x+4)$ là:

- A. $(-\infty;4) \cup (1;2)$. B. $(1;2)$.
 C. $(-\infty;4) \cup (1;+\infty)$. D. $(-4;1)$.

Câu 32. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x-1}$ ta được nguyên hàm nào?

- A. $\int 2(u^2+2)du$. B. $\int 2u(u^2+2)du$. C. $\int (2u^2+2)du$. D. $\int 2u^2du$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;3)$. Ba điểm A, B, C tương ứng là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$. D. $-2x + y + 3z = 1$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

Câu 35. Trong không gian, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) biết Δ vuông góc và cắt đường thẳng d là:

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = 2m - 4$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'		$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

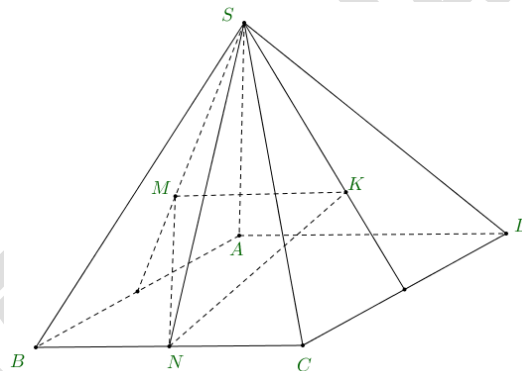
- A. $(0;3)$. B. $(-4;2)$. C. $(0;3]$. D. $(3;+\infty)$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i \cdot \bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng

- A. $|z| = \sqrt{146}$. B. $|z| = 12$. C. $|z| = \sqrt{148}$. D. $|z| = \sqrt{142}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. M, K tương ứng là trọng tâm tam giác SAB, SCD ; N là trung điểm BC . Thể tích khối tứ diện $SMNK$ bằng $\frac{m}{n} \cdot a^3$ với $m, n \in \mathbb{N}, (m, n) = 1$. Giá trị $m + n$ bằng:

- A. 28. B 12. C. 19. D. 32.



Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi có cạnh $4a$, $A'A = 8a$, $BAD = 120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm cạnh $AB', B'C, BD'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K là:

- A. $12\sqrt{3}a^3$ B. $\frac{28\sqrt{3}}{3}a^3$ C. $16\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 40. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 10z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất là:

- A. $2\sqrt{30}$. B. $\sqrt{30}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{30}}{2}$.

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 4) + mx + 12$ đồng biến trên \mathbb{R} là

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $(-\infty; -\frac{1}{2}]$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

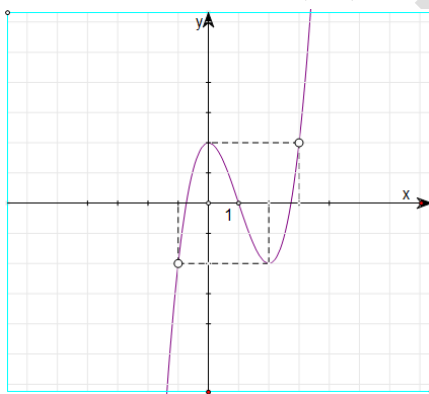
Câu 42. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$ biết $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

- A. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $P = \sqrt{2}$. C. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh CD . Biết khoảng cách từ A đến (SBM) là $2a\sqrt{\frac{3}{19}}$. Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{18}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tổng tất cả các phần tử trong S bằng



- A. 4. B. 11. C. 14. D. 20.

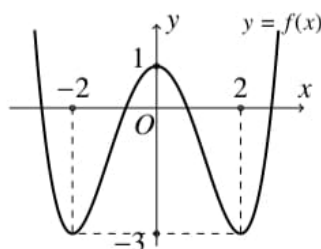
Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;4)$. Xét đường thẳng Δ thay đổi, song song với trục Ox và cách trục Ox một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến Δ lớn nhất, Δ thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $x + y - 6z - 12 = 0$. C. $y + z - 2 = 0$. D. $y - 6z - 12 = 0$.

Câu 46. Cho số $a > 0$. Trong số các tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng a , tam giác có diện tích lớn nhất bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^2$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^2$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}a^2$. D. $\frac{\sqrt{3}}{18}a^2$.

Câu 47. Cho hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{[f(x)]^2 + 2f(x) - 3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[2;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x + 2\sqrt{x^2 - 2x} = m.f(x)$ có nghiệm thuộc đoạn $[2;4]$?

x	2	3	$\frac{7}{2}$	4
$f(x)$	4	3	$\sqrt{11}$	2

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu như hình vẽ bên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2|x|)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4 B. 7 C. 9 D. 11

Câu 50. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 sao cho $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$.

- A. 30. B. 25. C. 33. D. 17.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG

1.A	2.A	3.A	4.A	5.A	6.A	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.D	17.A	18.A	19.A	20.A
21.A	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27.A	28.A	29.A	30.A
31.A	32.A	33.A	34.A	35.A	36.A	37.A	38.A	39.A	40.A
41.A	42.D	43.A	44.C	45.D	46.D	47.D	48.C	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2. Chọn A

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \frac{a}{2}$.

Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.

Câu 3. Chọn A

Ta có: $z = (2-i)(1+2i) = 2 + 4i - i + 2 = 4 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 4 - 3i$.

Câu 4. Chọn A

Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 5. Chọn A

Trên $[-3; -1]$ ta có $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) < 0, \forall x \in [-3; -1]$

\Rightarrow Hàm số nghịch biến trên $[-3; -1]$. Do đó $M = f(-3) = \frac{1}{2}$ và $m = f(-1) = 0$.

Vậy $M.m = 0$.

Câu 6. Chọn A

Điểm $A(2; 1)$ biểu diễn của số phức $z = 2 + i$.

Phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là 2 và 1 nên tích phần thực và phần ảo là 2.

Câu 7. Chọn A

$+$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$

$+$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-2}{x+1} = +\infty$

$+$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-2}{x+1} = -\infty$

nên đồ thị hàm số tiệm cận đứng $x = -1$

$$\begin{aligned} +) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{2} \\ +) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

nên đường thẳng $x = -1$ không là tiệm cận đứng

Câu 8. Chọn A

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 9. Chọn A

Nhìn dạng đồ thì $a < 0$ nên loại đáp án D

Khi $x = 0 \Rightarrow y = 3$ nên loại đáp án C

Khi $x = 1 \Rightarrow y = 4$ nên loại đáp án B. đáp án chọn là A.

Câu 10. Chọn A

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$

Mà tiệm cận ngang nằm phía trên trục hoành nên $\frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$.

Câu 11. Chọn A

Câu 12. Chọn A

Vì $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ nên hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$, vậy A sai.

Câu 13. Chọn A

$$\text{Ta có } \log_a(ab) = \frac{1}{2}(\log_a(ab)) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b.$$

Câu 14. Chọn A

$$\text{Ta có } 3^{x^2-5} - 81 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = -9$.

Câu 15. Chọn A

Một vec tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}(-3; -1; 2)$.

Câu 16. Chọn D

Câu 17. Chọn A

$$\text{Ta có: } \int (x + \sin 2x) dx = \int x dx + \int \sin 2x dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 18. Chọn A

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{6}{2x+1} dx = 3 \ln |2x+1| + C.$$

$$F(0) = 3 \ln |2 \cdot 0 + 1| + 1 + C = 1 \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Suy ra } F(x) = 3 \ln |2x+1| + 1 \Rightarrow F(1) = 3 \ln 3 + 1 = \ln 27 + 1,$$

Câu 19. Chọn A

$$\text{Ta có: } R = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + 5} = \sqrt{10}.$$

Câu 20. Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx \Rightarrow v = x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } F(x) = \int \ln x \cdot dx = x \cdot \ln x - \int dx = x \cdot \ln x - x + C.$$

Câu 21. Chọn A

Từ bảng xét dấu của đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ ta có hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 22. Chọn A

Ta có $z = \frac{4-3i}{1+2i} = -\frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

Suy ra $|z| = \sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(-\frac{11}{5}\right)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 23. Chọn A

Ta có $z = |\sqrt{3} + i|(1-i) - |3-4i|(1+2i) = 2(1-i) - 5(1+2i) = -3-12i$.

Khi đó phần thực là $a = -3$, phần ảo là $b = -12$.

Suy ra $a - b = -3 - (-12) = 9$.

Câu 24. Chọn A

Ta có: $\int \left[\frac{1}{x}(2x - \ln x) \right] dx = \int \left(2 - \frac{\ln x}{x} \right) dx = 2x - \int \frac{\ln x}{x} dx = 2x - \int \ln x d(\ln x) = 2x - \frac{\ln^2 x}{2} + C$.

Câu 25. Chọn A

Phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 1 + 3i$.

Khi đó $\frac{4+3i}{z_1} = \frac{4+3i}{1-3i} = \frac{(4+3i)(1+3i)}{10} = \frac{-5+15i}{10} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $\frac{4+3i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức là điểm $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 26. Chọn A

Đồ thị hàm số $y = c^x$ đi xuống nên hàm số $y = c^x$ nghịch biến, suy ra $0 < c < 1$.

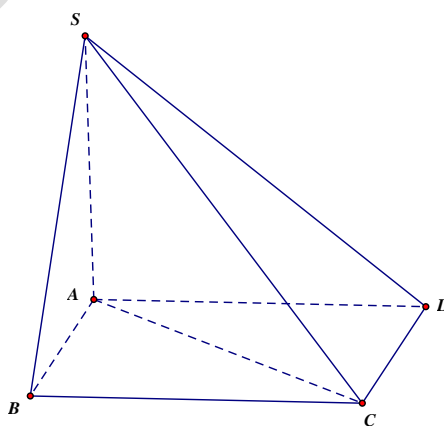
Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ đi lên do đó hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ đồng biến, suy ra $a > 1$ và $b > 1$.

Với $x=1$ ta thấy $b > a$. Suy ra $c < a < b$.

Câu 27. Chọn A

Ta có hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 - 2019$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow -m(m+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$.

Câu 28. Chọn A



Diện tích đáy $ABCD$ bằng $2a \cdot 2a = 4a^2$, $AC = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{2}$.

Suy ra $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 4a^2 = \frac{4}{3} \cdot a^3$.

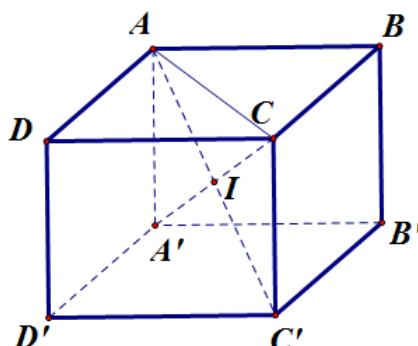
Câu 29. Chọn A

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Từ bảng suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;5)$.

Câu 30. Chọn A



Gọi $I = AC' \cap A'C$.

Có $ACC'A'$ là hình chữ nhật $\Rightarrow IA = IC = IA' = IC'$

Có $DCB'A'$ là hình chữ nhật $\Rightarrow ID = IC = IA' = IB'$

Có $ABC'D'$ là hình chữ nhật $\Rightarrow IA = IB = IC' = ID'$

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD.A'B'C'D'$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $AC' \Rightarrow R = IA = \frac{A'C}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31. Chọn A

$$\log_{\sqrt{3}}(x^2 + x) > \log_{\sqrt{3}}(-2x + 4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x > -2x + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 4 > 0 \\ -2x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < -4 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (1; 2).$$

Câu 32. Chọn A

Đặt $u = \sqrt{x-1} \Rightarrow u^2 = x-1 \Rightarrow x = u^2 + 1 \Rightarrow dx = 2udu$.

Khi đó $\int \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} dx = \int \frac{u^2+2}{u} \cdot 2udu = \int 2(u^2+2) du$.

Câu 33. Chọn A.

Do điểm A, B, C tương ứng là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Ox, Oy, Oz nên ta có $A(-2;0;0), B(0;1;0), C(0;0;3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 34. Chọn A

Đường thẳng đi qua A và song song với d nên có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = 2; 1; -2$. Phương trình

$$\text{đường thẳng cần tìm: } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

Câu 35. Chọn A

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; -1)$, mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$. Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (0; -2; 2)$

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và Δ vuông góc với đường thẳng d nên nhận vectơ $\vec{u}_\Delta = (0; -1; 1)$ làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt đường thẳng d nên đi qua giao điểm giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α)

Tọa độ giao điểm giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 36. Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2m - 4$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m - 4$. Do đó cho phương trình $f(x) = 2m - 4$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = 2m - 4$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt.

Quan sát bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2m - 4$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-4 < 2m - 4 < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 3$.

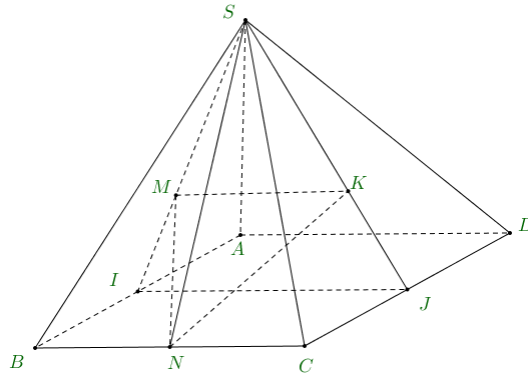
Câu 37. Chọn A

Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó ta có

$$\begin{aligned} z + 2i\bar{z} = 1 + 17i &\Leftrightarrow (a + bi) + 2i(a - bi) = 1 + 17i \\ \Leftrightarrow (a + 2b) + (2a + b)i = 1 + 17i &\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 1 \\ 2a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = -5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{11^2 + (-5)^2} = \sqrt{146}.$$

Câu 38. Chọn A



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

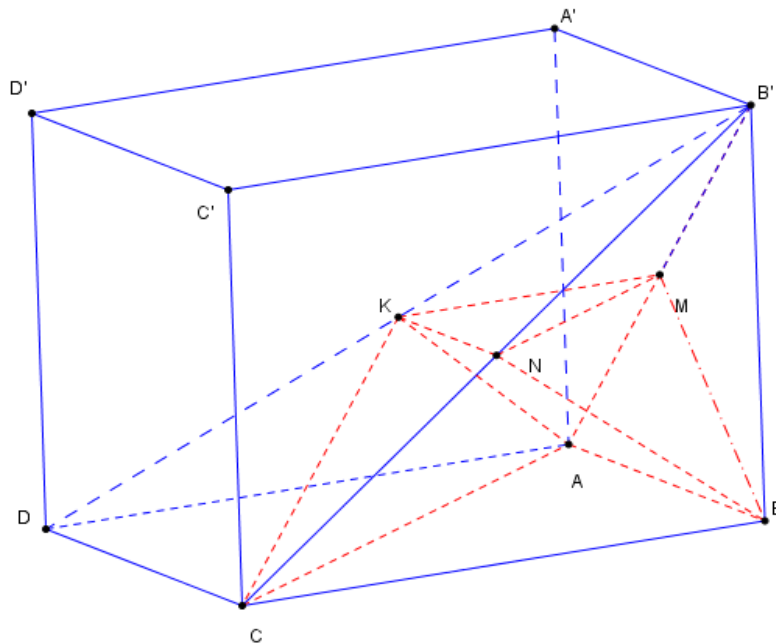
Gọi I là trung điểm của AB , J là trung điểm của CD . Ta có: $\triangle SMN$ đồng dạng với $\triangle SIJ$ theo tỉ số $\frac{2}{3}$. Do đó $V_{SMNK} = V_{P.SMN} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_{P.SIJ} = \frac{4}{9} V_{P.SIJ}$.

Mặt khác $S_{\triangle PIJ} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$. Do đó $V_{P.SIJ} = V_{S.PIJ} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{12}$

Nên $V_{SMNK} = \frac{4}{9} \cdot \frac{a^3}{12} = \frac{a^3}{27}$.

Vậy $m=1, n=27 \Rightarrow m+n=28$.

Câu 39. Chọn A



$MN \parallel AC; MN = \frac{1}{2} AC$, $MNCA$ là hình thang.

$V_{MNKABC} = V_{K.MNCA} + V_{B.MNCA}$

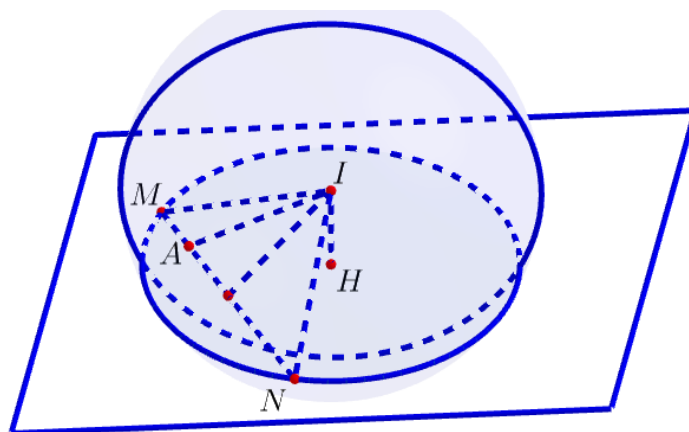
DK cắt $(B'AC)$ tại B' , $\frac{B'K}{B'D} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{d(K; (MNCA))}{d(D; (MNCA))} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{K.MNCA} = \frac{1}{2} V_{D.MNCA}$

Mà : $V_{B.MNCA} = V_{D.MNCA}$ nên ta có: $V_{MNKABC} = \frac{1}{2}V_{B.MNCA} + V_{B.MNCA} = \frac{3}{2}V_{B.MNCA}$

Mặt khác : $S_{MNCA} = \frac{3}{4}S_{B'AC} \Rightarrow V_{B.MNCA} = \frac{3}{4}V_{B.B'AC} = \frac{3}{4}V_{B'.ABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = 8\sqrt{3}a^3$

$V_{MNKABC} = \frac{3}{2}V_{B.MNCA} = \frac{3}{2} \cdot 8\sqrt{3}a^3 = 12\sqrt{3}a^3$

Câu 40. Chọn A



+ Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.

Ta có: $A \in (\alpha)$, $IA = \sqrt{6} < R$ nên $(S) \cap (\alpha) = (C)$ và A nằm trong mặt cầu (S).

Suy ra: Mọi đường thẳng Δ đi qua A , nằm trong mặt phẳng (α) đều cắt (S) tại hai điểm M, N . (M, N cũng chính là giao điểm của Δ và (C)).

+ Vì $d(I, \Delta) \leq IA$ nên ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, \Delta)} \geq 2\sqrt{R^2 - IA^2} = 2\sqrt{30}$.

Dấu "=" xảy ra khi A là điểm chính giữa dây cung MN .

Vậy độ dài đoạn MN nhỏ nhất là MN bằng $2\sqrt{30}$.

Câu 41. Chọn A

+ TXĐ: \mathbb{R}

+ Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+4} + m$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+4} + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m \geq \frac{-2x}{x^2+4}, \forall x \in \mathbb{R}$

Xét $f(x) = \frac{-2x}{x^2+4}$. Ta có: $f'(x) = \frac{2(x^2-4)}{(x^2+4)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$	0
0					

Vậy giá trị m cần tìm là $m \geq \frac{1}{2}$

Câu 42. Chọn D

Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|2z - i| = |2 + iz|$

$$\Leftrightarrow |2a + (2a - 1)i| = |(2 - b) + ai|$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + (2b - 1)^2 = (2 - b)^2 + a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1.$$

Đặt $z_1 = a_1 + b_1i$, $a_1, b_1 \in \mathbb{R}$ và $z_2 = a_2 + b_2i$, $a_2, b_2 \in \mathbb{R}$.

Vì z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$ nên $a_1^2 + b_1^2 = 1$, $a_2^2 + b_2^2 = 1$.

Ta có $|z_1 - z_2| = 1$

$$\Leftrightarrow |(a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i| = 1$$

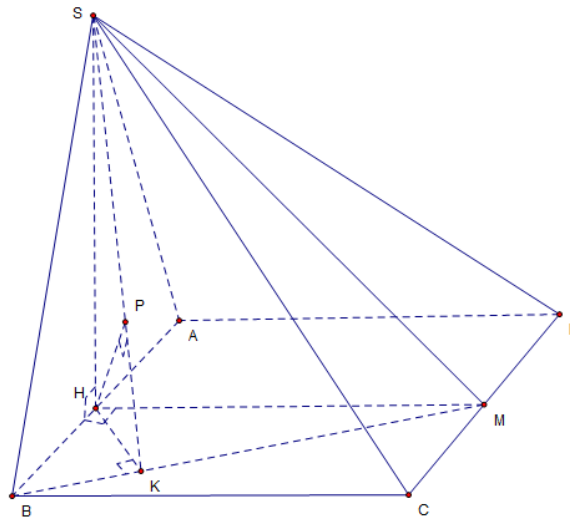
$$\Leftrightarrow (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2(a_1a_2 + b_1b_2) = 1.$$

$$\text{Vậy } P = |z_1 + z_2| = |(a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i| = \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2}$$

$$= \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2(a_1a_2 + b_1b_2)} = \sqrt{3}.$$

Câu 43. Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ (Vì tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy).

Ta có: $AB = 2HB \Rightarrow d(A, (SBM)) = 2d(H, (SBM))$.

Từ H kẻ $HK \perp BM \Rightarrow BM \perp (SHK) \Rightarrow (SHK) \perp (SBM)$ mà $(SHK) \cap (SBM) = SK$

$$HP \perp SK \Rightarrow HP \perp (SBM) \Rightarrow d(H, (SBM)) = HP \Rightarrow HP = a\sqrt{\frac{3}{19}}.$$

Giả sử hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh là x ($x > 0$).

$$\Rightarrow \Delta SAB \text{ đều cạnh } x \Rightarrow SH = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$$

$$BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \frac{x\sqrt{5}}{2}.$$

Trong $\triangle BHM$ vuông tại H có $HK \cdot BM = HB \cdot HM \Rightarrow HK = \frac{HB \cdot HM}{MB} = \frac{x\sqrt{5}}{5}$.

Trong $\triangle SHK$ có $\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow x = a$.

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}x^3}{6} = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 44. Chọn C

Xét hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$

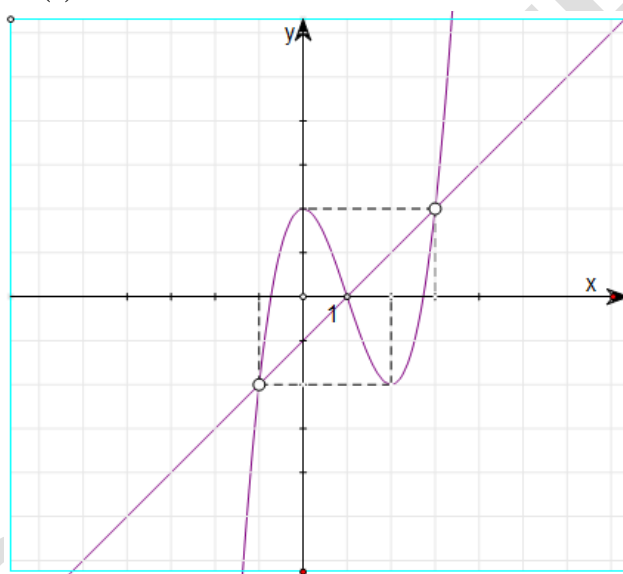
$$g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1)$$

Xét phương trình $g'(x) = 0$ (1)

Đặt $x-m=t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t-1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t-1$ (2)

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$

Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là:
$$\begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \\ x = m + 3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$

x	$-\infty$	$m-1$	$m+1$	$m+3$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$				$+\infty$

(Arrows in the original image point from the first and last $+\infty$ values of y towards the local minimum at $x = m+1$, and from the local maximum at $x = m+1$ towards the local minimum at $x = m+3$.)

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần
$$\begin{cases} m-1 \leq 5 \\ m+1 \geq 6 \\ m+3 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 6 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m$ nhận các giá trị 1; 2; 5; 6 $\Rightarrow S = 14$.

Câu 45. Chọn D

Cách 1:

Phương trình đường thẳng Δ song song với trục Ox $\begin{cases} x = t \\ y = b \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = c \end{cases}$ đi qua $M(0; b; c)$ và

Khoảng cách giữa Δ và trục Ox là $d(\Delta; Ox) = \frac{|\overrightarrow{OM}, \vec{i}|}{|\vec{i}|} = \sqrt{b^2 + c^2} = 2$

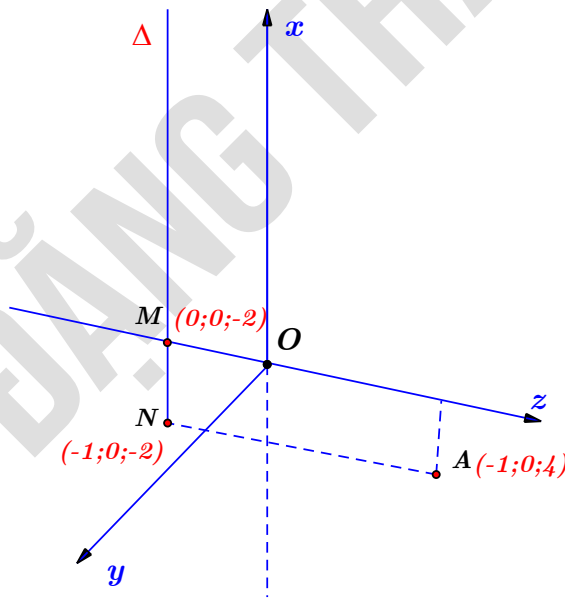
$\Leftrightarrow b^2 + c^2 = 4 \quad (\vec{i}(1; 0; 0))$

Khoảng cách từ $A(-1; 0; 4)$ đến Δ là $d(A; \Delta) = \frac{|\overrightarrow{AM}, \vec{i}|}{|\vec{i}|}$
 $= \sqrt{b^2 + (c-4)^2} = \sqrt{4 - c^2 + (c-4)^2} = \sqrt{20 - 8c} \leq 6$ (do $-2 \leq c \leq 2$)

dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} c = -2 \\ b = 0 \end{cases}$ Phương trình đường thẳng $\Delta \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases}$ dễ thấy Δ thuộc mặt phẳng:

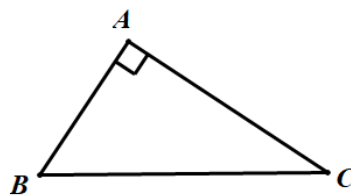
$y - 6z - 12 = 0$.

Cách 2:



$d(A, \Delta)_{\max} = 8$ khi Δ đi qua điểm $M(0; 0; -2)$ và $N(-1; 0; -2)$.

Câu 46. Chọn D



Đặt $AB = x, 0 < x < \frac{a}{2}$.

Theo giả thiết: $AB + BC = a \Rightarrow BC = a - x$.

Tam giác ABC vuông tại A : $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{a^2 - 2ax}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - 2ax} = \frac{\sqrt{a}}{2}\sqrt{x^2(a-2x)}$.

Theo BĐT Cô – si ta có:

$$\frac{\sqrt{a}}{2}\sqrt{x \cdot x \cdot (a-2x)} \leq \frac{\sqrt{a}}{2}\sqrt{\left(\frac{x+x+a-2x}{3}\right)^3} = \frac{\sqrt{3a^2}}{18}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = a - 2x \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}$.

Vậy tam giác có diện tích lớn nhất là $\frac{\sqrt{3a^2}}{18}$.

Câu 47. Chọn D

$$y = \frac{x^2 - 4 \quad x^2 + 2x}{[f \quad x]^2 + 2f \quad x - 3} = \frac{x \quad x + 2 \quad x - 2}{[f \quad x]^2 + 2f \quad x - 3}$$

$$\text{Ta có: } [f \quad x]^2 + 2f \quad x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f \quad x = 1 \\ f \quad x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \quad m < -2 \\ x = 0 \\ x = n \quad n > 2 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm $x = 0; x = \pm 2$ là các nghiệm kép (nghiệm bội 2) và đa thức

$$[f \quad x]^2 + 2f \quad x - 3 \text{ có bậc là 8 nên } y = \frac{x \quad x + 2 \quad x - 2}{a^2x^2 \quad x + 2 \quad x - 2 \quad x - m \quad x - n}$$

Vậy hàm số có các tiệm cận đứng là $x = 0; x = 2; x = m; x = n$.

Câu 48. Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\underset{[2;4]}{\text{Min}} f(x) = f(4) = 2$ và $\underset{[2;4]}{\text{Max}} f(x) = f(2) = 4$

Hàm số $g(x) = x + 2\sqrt{x^2 - 2x}$ liên tục và đồng biến trên $[2; 4]$

Suy ra $\underset{[2;4]}{\text{Min}} g(x) = g(2) = 2$ và $\underset{[2;4]}{\text{Max}} g(x) = g(4) = 4 + 4\sqrt{2}$

$$\text{Ta có } x + 2\sqrt{x^2 - 2x} = m \cdot f(x) \Leftrightarrow \frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)} = m \Leftrightarrow \frac{g(x)}{f(x)} = m$$

Xét hàm số $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ liên tục trên $[2; 4]$

Vì $g(x)$ nhỏ nhất và $f(x)$ lớn nhất đồng thời xảy ra tại $x = 2$ nên

$$\underset{[2;4]}{\text{Min}} h(x) = \frac{\underset{[2;4]}{\text{Min}} g(x)}{\underset{[2;4]}{\text{Max}} f(x)} = \frac{g(2)}{f(2)} = h(2) = \frac{1}{2}$$

Vì $g(x)$ lớn nhất và $f(x)$ nhỏ nhất đồng thời xảy ra tại $x = 4$ nên

$$\underset{[2;4]}{\text{Max}} h(x) = \frac{\underset{[2;4]}{\text{Max}} g(x)}{\underset{[2;4]}{\text{Min}} f(x)} = \frac{g(4)}{f(4)} = h(4) = 2 + 2\sqrt{2}$$

Từ đó suy ra phương trình $h(x) = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{1}{2} \leq m \leq 2 + 2\sqrt{2}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Câu 49. Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

$$* y = h(x) = f(|x|^2 - 2|x|)$$

$$y' = h'(x) = f'(|x|^2 - 2|x|) \cdot \frac{x}{|x|} \cdot (2|x| - 2).$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ |x|^2 - 2|x| = 0 \\ |x|^2 - 2|x| = 1 \\ |x|^2 - 2|x| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Ta thấy phương trình $h'(x) = 0$ có 8 nghiệm đơn (1).

$h'(x)$ không tồn tại tại $x = 0$ mà $x = 0$ thuộc tập xác định đồng thời qua đó $h'(x)$ đổi dấu (2).

Từ (1) và (2) suy ra hàm số đã cho có 9 điểm cực trị.

Câu 50. Chọn A

$$a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0 \quad (1)$$

$$5 \log^2 x + b \log x + a = 0 \quad (2)$$

Điều kiện để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và (2) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 là:

$$b^2 - 20a > 0 \Leftrightarrow b^2 > 20a.$$

Nhận xét: $x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$

$$\text{Do đó: } x_1 x_2 > x_3 x_4 \Leftrightarrow \ln(x_1 x_2) > \ln(x_3 x_4) \Leftrightarrow \ln(x_1 x_2) > \frac{\log(x_3 x_4)}{\log e}$$

$$\Leftrightarrow (\ln x_1 + \ln x_2) \log e > \log x_3 + \log x_4$$

$$\text{Mà } \ln x_1 + \ln x_2 = -\frac{b}{a}; \log x_3 + \log x_4 = -\frac{b}{5} \text{ và } a, b \text{ nguyên dương}$$

$$\text{Nên } -\frac{b}{a} \log e > -\frac{b}{5} \Leftrightarrow a > 5 \log e$$

Vì a là số nguyên dương và $5 \log e \approx 2,17$ nên $a \geq 3$

$$\Rightarrow 20a \geq 60 \Rightarrow b^2 > 60 \Rightarrow b > \sqrt{60} \quad (b > 0)$$

Vì b là số nguyên dương và $\sqrt{60} \approx 7,75$ nên $b \geq 8$

Do đó: $S = 2a + 3b \geq 30 \Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của S là 30 khi $a = 3; b = 8$.

-----HẾT-----