

*New think - New life*

*\*\*\*AMS\*\*\**

**TUYỂN TẬP ĐỀ THI  
VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2017 - 2018**

---

**HÀ NỘI - 2017**

# Mục lục

<b>1 ĐỀ THI VÀO HỆ KHÔNG CHUYÊN NĂM 2017</b>	<b>5</b>
1 Sở Giáo dục và Đào tạo Lai Châu, năm 2017 - 2018 . . . . .	6
2 Sở Giáo dục và Đào tạo Lào Cai, năm 2017 - 2018 . . . . .	7
3 Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, năm 2017 - 2018 . . . . .	8
4 Sở Giáo dục và Đào tạo Cao Bằng, năm học 2017 - 2018 . . . . .	9
5 Sở Giáo dục và Đào tạo Lạng Sơn, năm 2017 - 2018 . . . . .	10
6 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, năm học 2017 - 2018 . . . . .	11
7 Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Giang, năm 2017 - 2018 . . . . .	13
8 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, năm 2017 - 2018 . . . . .	14
9 Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Thọ, năm học 2017 - 2018 . . . . .	15
10 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm 2017 - 2018 . . . . .	16
11 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Dương, năm 2017 - 2018 . . . . .	17
12 Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Phúc, năm 2017 - 2018 . . . . .	18
13 Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Ninh, năm 2017 - 2018 . . . . .	20
14 Sở Giáo dục và Đào tạo Hưng Yên, năm 2017 - 2018 . . . . .	21
15 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nam, năm 2017 - 2018 . . . . .	24
16 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, năm 2017 - 2018 . . . . .	25
17 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, năm 2017 - 2018 . . . . .	27
18 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Bình, năm 2017 - 2018 . . . . .	29
19 Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018 . . . . .	30
20 Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Bình, năm 2017 - 2018 . . . . .	32
21 Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, năm 2017 - 2018 . . . . .	33
22 Sở Giáo dục và Đào tạo Nghệ An, năm 2017 - 2018 . . . . .	34
23 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Tĩnh , năm 2017 - 2018 . . . . .	35
24 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Trị, năm 2017 - 2018 . . . . .	36
25 Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, năm 2017 - 2018 . . . . .	37
26 Sở Giáo dục và Đào tạo Đà Nẵng, năm 2017 - 2018 . . . . .	38
27 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, năm 2017 - 2018 . . . . .	39
28 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Định, năm 2017 - 2018 . . . . .	40
29 Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, năm 2017 - 2018 . . . . .	41
30 Sở Giáo dục và Đào tạo Khánh Hòa, năm 2017 - 2018 . . . . .	42
31 Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Thuận, năm 2017 - 2018 . . . . .	43
32 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Thuận, năm 2017 - 2018 . . . . .	44
33 Sở Giáo dục và Đào tạo Gia Lai, năm 2017 - 2018 . . . . .	45

34	Sở Giáo dục và Đào tạo Kon Tum, năm 2017 - 2018	46
35	Sở Giáo dục và Đào tạo Đắk Lắk, năm 2017 - 2018	47
36	Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh, năm 2017 - 2018	48
37	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Dương, năm 2017 - 2018	49
38	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Phước, năm 2017 - 2018	50
39	Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, năm 2017 - 2018	51
40	Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, năm 2017 - 2018	52
41	Sở Giáo dục và Đào tạo Bà Rịa - Vũng Tàu, năm 2017 - 2018	53
42	Sở Giáo dục và Đào tạo Long An, năm 2017 - 2018	54
43	Sở Giáo dục và Đào tạo Tiền Giang, năm 2017 - 2018	55
44	Sở Giáo dục và Đào tạo Bến Tre, năm 2017 - 2018	56
45	Sở Giáo dục và Đào tạo An Giang, năm 2017 - 2018	57
46	Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, năm 2017 - 2018	58
47	Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Long, năm 2017 - 2018	59
48	Sở Giáo dục và Đào tạo Trà Vinh, năm 2017 - 2018	60
49	Sở Giáo dục và Đào tạo Kiên Giang, năm 2017 - 2018	61
50	Sở Giáo dục và Đào tạo Cà Mau, năm 2017 - 2018	62

**2 ĐỀ THI VÀO HỆ CHUYÊN NĂM 2017** **63**

1	Sở Giáo dục và Đào tạo Lai Châu, năm 2017 - 2018	64
2	Sở Giáo dục và Đào tạo Yên Bái, năm 2017 - 2018	65
3	Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, năm 2017 - 2018	67
4	Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, năm 2017 - 2018	68
5	Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Giang, năm 2017 - 2018	69
6	Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, năm 2017 - 2018	70
7	Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Thọ, năm 2017 - 2018	71
8	Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Thọ, năm 2017 - 2018	72
9	Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm 2017 - 2018	73
10	Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm 2017 - 2018	74
11	THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, năm 2017 - 2018 (vòng 1)	75
12	THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, năm 2017 - 2018 (vòng 2)	76
13	Trung học phổ thông chuyên, năm 2017 - 2018	77
14	THPT chuyên dành cho chuyên Toán, Tin, năm 2017 - 2018	78
15	Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Dương, năm 2017 - 2018	79
16	Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Phúc, năm 2017 - 2018	80
17	Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Ninh, năm 2017 - 2018	81
18	Sở Giáo dục và Đào tạo Hưng Yên, năm 2017 - 2018	82
19	Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nam, năm 2017 - 2018	83
20	Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, năm 2017 - 2018	84
21	Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Bình, năm 2017 - 2018	85
22	Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Bình, năm 2017 - 2018	86
23	Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018	87
24	Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018	88
25	Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018	89

26	Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Bình, năm 2017 - 2018 . . . . .	90
27	Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, năm 2017 - 2018 . . . . .	91
28	Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, năm 2017 - 2018 . . . . .	92
29	Sở Giáo dục và Đào tạo Nghệ An, năm 2017 - 2018 . . . . .	93
30	THPT chuyên Đại học Vinh , năm 2017 - 2018 (vòng 1) . . . . .	94
31	Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Tĩnh, năm 2017 - 2018 . . . . .	95
32	Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Bình, năm 2017 - 2018 . . . . .	96
33	Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Trị, năm 2017 - 2018 . . . . .	97
34	Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, năm 2017 - 2018 . . . . .	98
35	Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, năm 2017 - 2018 . . . . .	99
36	Sở Giáo dục và Đào tạo Đà Nẵng, năm 2017 - 2018 . . . . .	100
37	Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, năm 2017 - 2018 . . . . .	101
38	Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, năm 2017 - 2018 . . . . .	102
39	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Định, năm 2017 - 2018 . . . . .	103
40	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Định, năm 2017 - 2018 . . . . .	104
41	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Thuận, năm 2017 - 2018 . . . . .	105
42	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Thuận, năm 2017 - 2018 . . . . .	106
43	Sở Giáo dục và Đào tạo Đắk Lắk, năm 2017 - 2018 . . . . .	107
44	Sở Giáo dục và Đào tạo Lâm Đồng, năm 2017 - 2018 . . . . .	108
45	Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố HCM, năm 2017 - 2018 . . . . .	109
46	Trường phổ thông năng khiếu, năm 2017 - 2018 (vòng 1) . . . . .	110
47	Trường phổ thông năng khiếu, năm 2017 - 2018 (vòng 2) . . . . .	111
48	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Dương, năm 2017 - 2018 . . . . .	112
49	Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Phước, năm 2017 - 2018 . . . . .	113
50	Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, năm 2017 - 2018 . . . . .	114
51	Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, năm 2017 - 2018 (vòng 1) . . . . .	115
52	Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, năm 2017 - 2018 (vòng 2) . . . . .	116
53	Sở Giáo dục và Đào tạo Bà Rịa - Vũng Tàu, năm 2017 - 2018 (vòng 1) . . . . .	117
54	Sở Giáo dục và Đào tạo Bà Rịa - Vũng Tàu, năm 2017 - 2018 (vòng 2) . . . . .	118
55	Sở Giáo dục và Đào tạo Long An, năm 2017 - 2018 . . . . .	119
56	Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, năm 2017 - 2018 . . . . .	120
57	Sở Giáo dục và Đào tạo Tiền Giang, năm 2017 - 2018 . . . . .	122
58	Sở Giáo dục và Đào tạo An Giang, năm 2017 - 2018 . . . . .	123
59	Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, năm 2017 - 2018 . . . . .	124
60	Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Long, năm 2017 - 2018 . . . . .	125
61	Sở Giáo dục và Đào tạo Kiên Giang, năm 2017 - 2018 . . . . .	126
62	Sở Giáo dục và Đào tạo Bạc Liêu, năm 2017 - 2018 . . . . .	127

# Mở đầu

Kính chào các Thầy/Cô và các bạn học sinh.

Trên tay các Thầy/Cô và các bạn học sinh đang là một trong những tài liệu môn Toán được soạn thảo theo chuẩn L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Tài liệu được soạn thảo với sự hỗ trợ của nhóm Toán và L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Đặc biệt với cấu trúc gói đề thi `ex_test` của tác giả Trần Anh Tuấn, Đại học Thương Mại.

Quá trình biên tập dựa trên đề thi các Thầy/Cô chia sẻ trên mạng không tránh được sơ xuất do tài liệu gốc không rõ. Rất mong Thầy/Cô thông cảm.

Để tài liệu hoàn thiện và đầy đủ hơn Thầy/Cô có đề trong tài liệu còn thiếu hoặc sai sót mong Thầy/Cô gửi về Email: [quochoansp@gmail.com](mailto:quochoansp@gmail.com). Trân trọng cảm ơn.

**Tác giả. BÙI QUỐC HOÀN**

## Chương 1

# ĐỀ THI VÀO HỆ KHÔNG CHUYÊN NĂM 2017


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**1 Sở Giáo dục và Đào tạo Lai Châu, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

1.  $2x - 1 = 0.$

2.  $x^2 - 6x - 7 = 0.$

3. 
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Vẽ đồ thị hàm số  $y = -2x^2.$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{x}{\sqrt{x} - x}$  với  $x > 0$  và  $x \neq 1.$

1. Rút gọn biểu thức  $A.$

2. Tìm  $x$  để  $A = 2017.$

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Một đi xe đạp từ Thành phố Lai Châu đến Thị trấn Tam Đường cách nhau 36 km. Khi đi từ Thị trấn Tam Đường trở về Thành phố Lai Châu, người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ Thành phố Lai Châu đến Thị trấn Tam Đường.

**Câu 5.** (1,5 điểm)

Cho phương trình:  $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$

1. Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm.

2. Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Tìm  $m$  để  $x_1 = 2x_2.$

**Câu 6.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  có dây  $MN$  cố định ( $MN < 2R$ ),  $P$  là một điểm trên cung lớn  $MN$  sao cho tam giác  $MNP$  có ba góc nhọn. Các đường cao  $ME$  và  $NK$  của tam giác  $MNP$  cắt nhau tại  $H.$

1. Chứng minh rằng tứ giác  $PKHE$  nội tiếp đường tròn.

2. Kéo dài  $PO$  cắt đường tròn tại  $Q.$  Chứng minh  $\widehat{KNM} = \widehat{NPQ}.$

3. Chứng minh rằng khi  $P$  thay đổi trên đường tròn  $(O)$  thì độ dài đoạn  $PH$  không đổi.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**2 Sở Giáo dục và Đào tạo Lào Cai, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (3,0 điểm)

- Tính  $\sqrt{\sqrt{9} + 1} + \sqrt{\sqrt{16} + 5}$ .
- Tính  $\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} + |\sqrt{3} - 2|$ .
- Cho  $x > 0$  chứng minh biểu thức  $P = \left(\frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{3}{3 + \sqrt{x}}\right)^2 - \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{6 - 2\sqrt{5}}$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Cho đường thẳng  $d : y = 4x + m$  và điểm  $A(1; 6)$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  không đi qua điểm  $A$ .
- Cho hai đường thẳng  $d_1 : y = -x - 2$ ;  $d_2 : y = -2x$  và parabol  $(P) : y = ax^2$  với  $a \neq 0$ . Tìm  $a$  để parabol  $(P)$  đi qua giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Xác định phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $a \neq 0$ ,  $b, c$  là các số và  $a + b = 5$ . Biết rằng phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 \cdot x_2 = -5 \end{cases}.$$
- Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x = 2 \\ mx + y = m^2 + 3 \end{cases}$$
 với  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để  $x + y$  nhỏ nhất.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho hình vuông  $ABCD$ , gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $CD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $AM$  và  $BN$ . Chứng minh tứ giác  $ADNE$  nội tiếp đường tròn.

**Câu 5.** (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$  và  $AB < AC$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Gọi  $L$  là giao điểm của đường thẳng  $AH$  với đường tròn  $(O)$ . Lấy điểm  $F$  bất kì trên cung nhỏ  $LC$  ( $F$  không trùng với  $L$  hoặc  $C$ ). Lấy điểm  $K$  sao cho đường thẳng  $AC$  là đường trung trực của  $FK$ .

- Chứng minh tứ giác  $AHKC$  nội tiếp đường tròn.
- Đường thẳng  $HK$  cắt  $AC$  tại điểm  $I$ , đường thẳng  $AF$  cắt  $HC$  tại  $G$ . Chứng minh hai đường thẳng  $AO$  và  $GI$  vuông góc với nhau.




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**3 Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

1. Rút gọn:  $A = \sqrt{8} - \sqrt{2}$ .
2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $B = x^2 - 3x + 2$ .
3. Tìm  $x$  biết:
  - a.  $2x - 3 = 0$
  - b.  $|x + 3| = 2$
4. Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d) : y = mx + 2$  đi qua điểm  $M(1; 3)$ . Khi đó hãy vẽ đường thẳng  $(d)$  trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

**Câu 2.** (3,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $(x + 1)^4 - 2(x + 1)^3 - 3 = 0$
2. Cho phương trình:  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $2x_1 - x_2 = 7$ .
3. Cho  $x \in \mathbb{R}$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{x^4 + 3x^2 + 4}{x^2 + 1}$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Một phòng họp có 240 ghế (mỗi ghế một chỗ ngồi) được xếp thành từng dãy, mỗi dãy có số ghế bằng nhau. Trong một cuộc họp có 315 người tham dự nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế và mỗi dãy ghế thêm 1 ghế so với ban đầu thì vừa đủ chỗ ngồi. Tính số dãy ghế có trong phòng họp lúc đầu, biết rằng số dãy ghế nhỏ hơn 50.

**Câu 4.** (2,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $AB$  và điểm  $C$  thuộc đường tròn đó ( $C$  khác  $A, B$ ). Lấy điểm  $D$  thuộc dây  $BC$  ( $D$  khác  $B, C$ ). Tia  $AD$  cắt cung nhỏ  $BC$  tại điểm  $E$ , tia  $AC$  cắt tia  $BE$  tại điểm  $F$ .

1. Chứng minh rằng tứ giác  $FCDE$  là tứ giác nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh rằng  $DA \cdot DE = DB \cdot DC$ .
3. Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $FCDE$ , chứng minh rằng  $IC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{a}{1-a}} + \sqrt{\frac{b}{1-b}} + \sqrt{\frac{c}{1-c}} > 2$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**4 Sở Giáo dục và Đào tạo Cao Bằng, năm học 2017 - 2018**

**Câu 1.** (4,0 điểm)

- Thực hiện phép tính:  $21 - \sqrt{16} \cdot \sqrt{25}$ ;
- Giải phương trình:  $3x - 5 = x + 2$ ;
- Biết rằng với  $x = 4$  thì hàm số  $y = 2x + b$  có giá trị bằng 5. Tìm  $b$ .
- Giải phương trình:  $2x^2 - (1 - 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Một người đi xe đạp từ  $A$  tới  $B$  với vận tốc không đổi. Khi từ  $B$  trở về  $A$  người đó tăng vận tốc 4 km/h so với lúc đi, do đó thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc lúc đi biết rằng quãng đường  $AB$  dài 24 km.

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Biết  $AB = 5$  cm,  $AC = 12$  cm.

- Tính cạnh  $BC$ ;
- Kẻ đường cao  $AH$ . Tính  $AH$ .

**Câu 4.** (2,0 điểm)

Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Từ  $A$  và  $B$  kẻ tiếp tuyến  $Ax$  và  $By$  ( $Ax$  và  $By$  cùng thuộc nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn  $(O)$ ). Qua điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn ( $M$  không trùng với  $A$  và  $B$ ) kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt tiếp tuyến  $Ax$  và  $By$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ .

- Chứng minh tứ giác  $AEMO$  là tứ giác nội tiếp.
- $AM$  cắt  $OE$  tại  $P$ ,  $BM$  cắt  $OF$  tại  $Q$ . Chứng minh tứ giác  $MPOQ$  là hình chữ nhật.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = m \\ x^2 + y^2 = -m^2 + 6 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số}).$$

Hãy tìm các giá trị của  $m$  để hệ phương trình có nghiệm  $(x; y)$  sao cho biểu thức  $P = xy + 2(x + y)$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**5 Sở Giáo dục và Đào tạo Lạng Sơn, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

- Tính giá trị biểu thức  $A = \sqrt{81} + \sqrt{25}$  và  $B = \sqrt{(\sqrt{7} + 1)^2} - \sqrt{7}$ .
- Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x - 1$ .

**Câu 2.** (2,5 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

- $x^2 - 12x + 35 = 0$ .
- $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$
- $$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $P = \frac{3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 1}$ , với  $x \geq 0$ ,  $x \neq 1$ .

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 24 - 16\sqrt{2}$ .

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB$ . Dụng tiếp tuyến  $Ax$  ( $Ax$  và nửa đường tròn cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ  $AB$ ).  $C$  là một điểm nằm trên nửa đường tròn ( $C$  không trùng với  $A$  và  $B$ ), dụng tiếp tuyến  $Cy$  của nửa đường tròn ( $O$ ) cắt  $Ax$  tại  $D$ . Kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  ( $H \in AB$ ),  $BD$  cắt ( $O$ ) tại điểm thứ hai  $K$  và cắt  $CH$  tại  $M$ . Gọi  $J$  là giao điểm của  $OD$  và  $AC$ .

- Chứng minh rằng tứ giác  $AKMH$  nội tiếp một đường tròn.
- Chứng minh rằng tứ giác  $CKJM$  nội tiếp được một đường tròn ( $O_1$ ).
- Chứng minh rằng  $DJ$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O_1$ ).

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là các số thực dương và thỏa mãn  $xy + yz + zx = xyz$ . Chứng minh rằng

$$\frac{xy}{z^3(1+x)(1+y)} + \frac{yz}{x^3(1+y)(1+z)} + \frac{zx}{y^3(1+z)(1+x)} \geq \frac{1}{16}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**6 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, năm học 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Không dùng máy tính cầm tay hãy giải phương trình:  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất  $y = (2m - 3)x + 5m - 1$  ( $m$  là tham số,  $m \neq \frac{3}{2}$ ).

1. Tìm  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
2. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là  $-6$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức:  $A = (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})(\sqrt{2} + 10\sqrt{0,2})$

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho biểu thức  $B = \left( \frac{x}{\sqrt{x} + 3} - \frac{x+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{6x+\sqrt{x}}{x-9} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} - 1 \right)$  với  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$ .

Hãy rút gọn biểu thức  $B$  và tính giá trị của  $B$  khi  $x = 12 + 6\sqrt{3}$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases}$  ( $m, n$  là tham số).

1. Không dùng máy tính cầm tay hãy giải hệ phương trình khi  $m = -\frac{1}{2}$ ;  $n = \frac{1}{3}$ .
2. Xác định các tham số  $m$  và  $n$  biết rằng hệ phương trình có nghiệm là  $(-1; \sqrt{3})$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Cho phương trình  $2x^2 + 3x - 1 = 0$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức:  $P = 2\left(\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}\right)$ .

**Câu 7.** (1,0 điểm)

Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5 cm, diện tích là  $6 \text{ cm}^2$ . Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác đó.

**Câu 8.** (1,0 điểm)

Hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $OO'$ . Qua  $A$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AM$  cắt các đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  lần lượt ở  $C$  và  $D$ . Chứng minh rằng  $AC = AD$ .

**Câu 9.** (1,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB$ , cung  $\widehat{CD}$  nằm cùng phía với  $AB$  ( $D$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{BC}$ ). Gọi  $E$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $F$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ .

1. Tính góc  $\widehat{AFB}$  khi số đo của cung  $\widehat{CD}$  bằng  $80^\circ$ .
2. Tính số đo cung  $\widehat{CD}$  khi góc  $\widehat{AEB}$  bằng  $50^\circ$ .

**Câu 10.** (1,0 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ). Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$  cắt cạnh  $AC, AB$  lần lượt tại  $D$  và  $E$ .

$H$  là giao điểm của  $BD$  và  $CE$ ,  $K$  là giao điểm của  $DE$  và  $AH$ ,  $F$  là giao điểm của  $AH$  và  $BC$ .  $M$  là trung điểm của  $AH$ . Chứng minh  $MD^2 = MK.MF$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**7 Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Giang, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{25} + 2\sqrt{8} - 2\sqrt{18}$
- Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x + m$  đi qua điểm  $K(2; 3)$ .

**Câu 2.** (3,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$$

2. Cho biểu thức  $B = \left( \frac{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 3}{1 - \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1}$  (với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$  và  $x \neq \frac{1}{4}$ ).

Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 0$ .

3. Cho phương trình  $x^2 - (2m + 5)x + 2m + 1 = 0$  (1), với  $x$  là ẩn,  $m$  là tham số.

a. Giải phương trình (1) khi  $m = -\frac{1}{2}$ .

b. Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức  $P = |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Để chuẩn bị cho năm học mới, học sinh hai lớp 9A và 9B ủng hộ thư viện 738 quyển sách gồm hai loại sách khoa và sách tham khảo. Trong đó mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 6 quyển sách giáo khoa và 3 quyển sách tham khảo; mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 5 quyển sách giáo khoa và 4 quyển sách tham khảo. Biết số sách giáo khoa ủng hộ nhiều hơn số sách tham khảo là 166 quyển. Tìm số học sinh của mỗi lớp.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn  $(C)$  tâm  $O$  bán kính  $R$ . Hai đường cao  $AE$  và  $BK$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$  (với  $E$  thuộc  $BC$ ,  $K$  thuộc  $AC$ ).

- Chứng minh tứ giác  $ABEK$  nội tiếp được trong một đường tròn.
- Chứng minh  $CE \cdot CB = CK \cdot CA$ .
- Chứng minh  $\widehat{OCA} = \widehat{BAE}$ .
- Cho  $B, C$  cố định và  $A$  di động ( $C$ ) những vẫn thỏa mãn điều kiện tam giác  $ABC$  nhọn; khi đó  $H$  thuộc đường tròn  $(T)$  cố định. Xác định tâm  $I$  và bán kính  $r$  của đường tròn  $(T)$ , biết  $R = 3cm$

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho hai số thực dương  $a, b$  và thỏa mãn  $2a + 3b \leq 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2002}{a} + \frac{2017}{b} + 2996a - 5501b$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**8 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,5 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức:

$$A = 10 - \sqrt{9}; \quad B = \sqrt{4x} + \sqrt{x} - \sqrt{9x} \text{ với } x \geq 0$$

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

3. Tìm các giá trị của  $a$  để đồ thị hàm số  $y = ax + 6$  đi qua điểm  $M(1; 2)$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$  ( $m$  là tham số).

1. Giải phương trình với  $m = 5$ .

2. Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + m^2)(x_2 + 1) = 1$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là  $300 \text{ m}^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 2 m và tăng chiều rộng thêm 3 m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  và điểm  $C$  ( $C$  không trùng với  $A$  và  $B$ ). Lấy điểm  $D$  thuộc đoạn  $AC$  ( $D$  không trùng với  $A$  và  $C$ ). Tia  $BD$  cắt cung nhỏ  $AC$  tại điểm  $M$ , tia  $BC$  cắt tia  $AM$  tại điểm  $N$ .

1. Chứng minh  $MNCD$  là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh  $AM \cdot BD = AD \cdot BC$ .

3. Gọi  $I$  là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $ADM$  và tam giác  $BDC$ . Chứng minh ba điểm  $N, D, I$  thẳng hàng.

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Tính giá trị của biểu thức  $M = a^2 + b^2$  biết  $a, b$  thỏa mãn:

$$\begin{cases} \frac{3a^2}{b^2} + \frac{1}{b^3} = 1 \\ \frac{3b^2}{a^2} + \frac{2}{a^3} = 1 \end{cases}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**9 Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Thọ, năm học 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

1. Giải phương trình:  $\frac{x+1}{2} - 1 = 0$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P)$  có phương trình  $y = \frac{1}{2}x^2$  và hai điểm  $A, B$  thuộc  $(P)$  có hoành độ lần lượt là  $x_A = -1; x_B = 2$ .

1. Tìm tọa độ điểm  $A, B$ .
2. Viết phương trình đường thẳng  $(d)$  đi qua hai điểm  $A, B$ .
3. Tính khoảng cách từ  $O$  (gốc tọa độ) đến đường thẳng  $(d)$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số).

1. Giải phương trình với  $m = 0$ .
2. Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện:  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Kẻ  $IH$  vuông góc với  $AB$ ;  $IK$  vuông góc với  $AD$  ( $H \in AB$ ;  $K \in AD$ ).

1. Chứng minh tứ giác  $AHIK$  nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh rằng  $IA \cdot IC = IB \cdot ID$ .
3. Chứng minh rằng tam giác  $HIK$  và tam giác  $BCD$  đồng dạng.
4. Gọi  $S$  là diện tích tam giác  $ABD$ ,  $S'$  là diện tích tam giác  $HIK$ . Chứng minh rằng:  $\frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4 \cdot AI^2}$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Giải phương trình:  $(x^3 - 4)^3 = (\sqrt[3]{(x^2 + 4)^2} + 4)^2$ .




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**10 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25}$ , với  $x \geq 0, x \neq 25$ .

- Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ .
- Chứng minh rằng  $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$ .
- Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $A = B \cdot |x - 4|$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ  $A$  để đi đến  $B$  với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường  $AB$  dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến  $B$  sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

- Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $(d) : y = mx + 5$ .
  - Chứng minh rằng đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua điểm  $A(0; 5)$  với mọi giá trị của  $m$ .
  - Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P) : y = x^2$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) sao cho  $|x_1| > |x_2|$ .

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ  $AB$  và cung nhỏ  $BC$ . Hai dây  $AN$  và  $CM$  cắt nhau tại điểm  $I$ . Dây  $MN$  cắt các cạnh  $AB$  và  $BC$  lần lượt tại các điểm  $H$  và  $K$ .

- Chứng minh bốn điểm  $C, N, K, I$  cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh  $NB^2 = NK \cdot NM$ .
- Chứng minh tứ giác  $BHIK$  là hình thoi.
- Gọi  $P, Q$  lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MBK$ , tam giác  $MCK$  và  $E$  là trung điểm của đoạn  $PQ$ . Vẽ đường kính  $ND$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh ba điểm  $D, E, K$  thẳng hàng.

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho các số thực  $a, b, c$  thay đổi luôn thỏa mãn:  $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$  và  $ab + bc + ca = 9$ . Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = a^2 + b^2 + c^2$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**11 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Dương, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Giải hệ phương trình và phương trình sau:

$$1. \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3 - x = y \end{cases}$$

$$2. (2x - 1)(x + 2) = 0.$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Cho hai đường thẳng  $(d) : y = -x + m$  và  $(d') : y = (m^2 - 2)x + 3$ . Tìm  $m$  để  $(d)$  và  $(d')$  song song với nhau.

2. Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{x - \sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x} - 2} - \frac{x}{x - 2\sqrt{x}} \right) : \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$  với  $x > 0$ ;  $x \neq 1$ ;  $x \neq 4$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Tháng đầu, hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai, do cải tiến kỹ thuật nên tổ  $I$  vượt mức 10% và tổ  $II$  vượt mức 12% so với tháng đầu, vì vậy, hai tổ đã sản xuất được 1000 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

2. Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$  ( $x$  là ẩn,  $m$  là tham số) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2 = 75$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ . Từ một điểm  $M$  ở ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến  $MA$  và  $MB$  với đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm). Qua  $A$ , kẻ đường thẳng song song với  $MO$  cắt đường tròn tại  $E$  ( $E$  khác  $A$ ), đường thẳng  $ME$  cắt đường tròn tại  $F$  ( $F$  khác  $E$ ), đường thẳng  $AF$  cắt  $MO$  tại  $N$ ,  $H$  là giao điểm của  $MO$  và  $AB$ .

1. Chứng minh tứ giác  $MAOB$  nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh  $MN^2 = NF \cdot NA$  và  $MN = NH$ .

3. Chứng minh  $\frac{HB^2}{HF^2} - \frac{EF}{MF} = 1$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là ba số thực dương thỏa mãn  $x + y + z = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{x+1}{1+y^2} + \frac{y+1}{1+z^2} + \frac{z+1}{1+x^2}$$



## ĐỀ THI VÀO LỚP 10

12 Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Phúc, năm 2017 - 2018

### I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

**Câu 1.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{(3a-1)^2}$  là:

- A.  $3a-1$ .                      B.  $1-3a$ .                      C.  $3a-1$  và  $1-3a$ .                      D.  $|3a-1|$ .

**Câu 2.** Hàm số  $y = (m+3)x + 6$  đồng biến trên  $\mathcal{R}$  khi:

- A.  $m > -3$ .                      B.  $m \geq 3$ .                      C.  $m < -3$ .                      D.  $m \leq -3$ .

**Câu 3.** Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua hai điểm  $A(2;1)$ ,  $B(1;0)$ :

- A.  $y = x + 1$ .                      B.  $y = x - 1$ .                      C.  $y = -x + 1$ .                      D.  $y = -x + 3$ .

**Câu 4.** Cho đường tròn  $(O; 3\text{ cm})$  và đường thẳng  $a$  tiếp xúc với nhau tại điểm  $H$ . Khi đó:

- A.  $OH > 3\text{ cm}$  và  $OH$  vuông góc với  $a$ .                      B.  $OH < 3\text{ cm}$  và  $OH$  vuông góc với  $a$ .  
C.  $OH = 3\text{ cm}$  và  $OH$  không vuông góc với  $a$ .                      D.  $OH = 3\text{ cm}$  và  $OH$  vuông góc với  $a$ .

### II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m + 2) \end{cases} \quad (I), m \text{ là tham số.}$$

- Giải hệ (I) với  $m = 2$ .
- Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hệ (I) có nghiệm duy nhất.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x^2 + y^2$ , trong đó  $(x; y)$  là nghiệm duy nhất của hệ (I).

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Một phòng họp có tổng số 80 ghế ngồi, được xếp thành từng hàng, mỗi hàng có số lượng ghế bằng nhau. Nếu bớt đi 2 hàng mà không làm thay đổi số lượng ghế trong phòng thì mỗi hàng còn lại phải xếp thêm 2 ghế. Hỏi lúc đầu trong phòng có bao nhiêu ghế?
- Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P) : y = -x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = x - 2$  cắt nhau tại hai điểm  $A, B$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B$  và tính diện tích tam giác  $AOB$  (trong đó  $O$  là gốc tọa độ, hoành độ của điểm  $A$  lớn hơn hoành độ của điểm  $B$ ).

**Câu 3.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  có tâm là điểm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ . Trên đường thẳng  $AB$  lấy điểm  $H$  sao cho  $B$  nằm giữa  $A$  và  $H$  ( $H$  không trùng với  $B$ ), qua  $H$  dựng đường thẳng  $d$  vuông góc với  $AB$ . Lấy điểm  $C$  cố định thuộc đoạn thẳng  $OB$  ( $C$  không trùng với  $O$  và  $B$ ). Qua điểm  $C$  kẻ đường thẳng  $a$  bất kỳ cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm  $E, F$  ( $a$  không trùng với  $AB$ ). Các tia  $AE$  và  $AF$  cắt đường thẳng  $d$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ .

- Chứng minh rằng tứ giác  $BEMH$  nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh rằng tam giác  $ABF$  đồng dạng với tam giác  $AHN$  và đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AMN$  luôn đi qua một điểm cố định khác  $A$  khi đường thẳng  $a$  thay đổi.

3. Cho  $AB = 4$  cm,  $BC = 1$  cm,  $HB = 1$  cm. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác  $AMN$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y$  là các số thực. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{(x^2 - y^2)(1 - x^2y^2)}{(1 + x^2)^2(1 + y^2)^2}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**13 Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Ninh, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

2. Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ , với  $x > 0$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho đề phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$  (1), với  $m$  là tham số.

1. Giải phương trình (1) khi  $m = 2$ .

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1), lập phương trình bậc hai nhận  $x_1^3 - 2mx_1^2 + m^2x_1 - 2$  và  $x_2^3 - 2mx_2^2 + m^2x_2 - 2$  là nghiệm.

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Một nhóm gồm 15 học sinh (cả nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm, biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Từ điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn ( $O$ ) kẻ hai tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm). Lấy điểm  $C$  trên cung nhỏ  $AB$  ( $C$  không trùng với  $A$  và  $B$ ). Từ điểm  $C$  kẻ  $CD$  vuông góc với  $AB$ ,  $CE$  vuông góc với  $MA$ ,  $CF$  vuông góc với  $MB$  ( $D \in AB, E \in MA, F \in MB$ ). Gọi  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $DE$ ,  $K$  là giao điểm của  $BC$  và  $DF$ . Chứng minh rằng:

1. Tứ giác  $ADCE$  nội tiếp một đường tròn.

2. Hai tam giác  $CDE$  và  $CFD$  đồng dạng.

3. Tia đối của  $CD$  là tia phân giác của góc  $\widehat{ECF}$ .

4. Đường thẳng  $IK$  song song với đường thẳng  $AB$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

1. Giải phương trình  $(x^2 - x + 1)(x^2 + 4x + 1) = 6x^2$ .

2. Cho bốn số thực dương  $x, y, z, t$  thỏa mãn  $x + y + z + t = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{(x+y+z)(x+y)}{xyzt}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**14 Sở Giáo dục và Đào tạo Hưng Yên, năm 2017 - 2018**
**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (5 điểm)**

**Câu 1.** Trong các phương trình sau đây, phương trình nào là phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$ ?

- A.**  $2x + 5y^2 = 10$ .      **B.**  $2xy + 5y = 10$ .      **C.**  $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 10$ .      **D.**  $2x + 5y = 10$ .

**Câu 2.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = -3x + 4$ ?

- A.**  $Q(-2; 2)$ .      **B.**  $N(1; 7)$ .      **C.**  $M(0; 4)$ .      **D.**  $P(-1; 1)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số bậc nhất  $y = (m^2 + 1)x - 2m$  và  $y = 10x - 6$ . Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị hai hàm số trên song song với nhau?

- A.**  $m = \pm 3$ .      **B.**  $m = -3$ .      **C.**  $m = 3$ .      **D.**  $m = 9$ .

**Câu 4.** Biết rằng tồn tại giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $-2 < x_1 < x_2 < 4$ . Tính tổng  $S$  các giá trị nguyên đó?

- A.**  $S = 3$ .      **B.**  $S = 2$ .      **C.**  $S = 0$ .      **D.**  $S = 5$ .

**Câu 5.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $\sqrt{5-x}$ ?

- A.**  $x \geq 5$ .      **B.**  $x > 5$ .      **C.**  $x < 5$ .      **D.**  $x \leq 5$ .

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  đường cao  $AH$ , biết  $BH = 4$  cm;  $BC = 16$  cm. Tính độ dài cạnh  $AB$ ?

- A.** 8 cm.      **B.**  $8\sqrt{5}$  cm.      **C.**  $2\sqrt{5}$  cm.      **D.**  $4\sqrt{5}$  cm.

**Câu 7.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + y = 3m + 1 \\ 3x + 5y = 8m + 5 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn

$$3x + y = 9.$$

- A.**  $m = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $m = \frac{5}{2}$ .      **C.**  $m = 2$ .      **D.**  $m = -2$ .

**Câu 8.** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = -3x + 4$ ?

- A.**  $Q(-2; 2)$ .      **B.**  $N(1; 7)$ .      **C.**  $M(0; 4)$ .      **D.**  $P(-1; 1)$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = 3x + 5$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .      **B.** Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .  
**C.** Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm  $M(0; 5)$ .      **D.** Đồ thị hàm số cắt trục  $Ox$  tại điểm  $N(-\frac{5}{2}; 0)$ .

**Câu 10.** Căn bậc hai số học của 25 là:

- A.**  $\pm 5$ .      **B.** 625.      **C.** 5.      **D.** -5.

**Câu 11.** Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

- A.**  $x^2 - 2x + 4 = 0$ .      **B.**  $3x^2 - 6x + 3 = 0$ .      **C.**  $x^2 - 6x = 9$ .      **D.**  $-x^2 + 12x = 36$ .

**Câu 12.** Khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc  $35^\circ$  thì bóng của một tòa nhà trên mặt đất dài 30 m. Hỏi chiều cao của tòa nhà đó bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

- A.** 52 m.      **B.** 21 m.      **C.** 17 m.      **D.** 25 m.

**Câu 13.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$ ?

- A.**  $y = -2x + 3$ .      **B.**  $y = \frac{2}{3}x + 1$ .      **C.**  $y = 1 - 2x$ .      **D.**  $y = 1 - 2(x + 1)$ .

**Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(3; 4)$ . Số điểm chung của đường tròn tâm  $A$  bán kính  $R = 3$  với trục  $Ox$  và trục  $Oy$  lần lượt là

**A.**1 và 2.                      **B.**0 và 1.                      **C.**1 và 0.                      **D.**2 và 1.

**Câu 15.** Tìm giá trị của  $m$  để phương trình  $mx^2 - 3x + 2m + 1 = 0$  có nghiệm  $x = 2$ .

**A.** $-\frac{5}{6}$ .                      **B.** $\frac{5}{6}$ .                      **C.** $-\frac{6}{5}$ .                      **D.** $\frac{6}{5}$ .

**Câu 16.** Cho phương trình  $x - y = 1$  (1). Phương trình nào dưới đây kết hợp với phương trình (1) để được một hệ phương trình bậc nhất hai ẩn  $x, y$  có vô số nghiệm?

**A.** $y = 2x - 2$ .                      **B.** $y = 1 + x$ .                      **C.** $2y = 2 - 2x$ .                      **D.** $2y = 2x - 2$ .

**Câu 17.** Cho một hình cầu có thể tích là  $\frac{500\pi}{3}$  cm<sup>3</sup>. Tính diện tích mặt cầu đó

**A.** $\frac{500\pi}{3}$  cm<sup>2</sup>.                      **B.** $50\pi$ cm<sup>2</sup>.                      **C.** $25\pi$ cm<sup>2</sup>.                      **D.** $100\pi$ cm<sup>2</sup>.

**Câu 18.** Tìm giá trị của  $a$  để đồ thị hàm số  $y = ax^2$  đi qua điểm  $A(-2; 1)$ .

**A.** $a = -\frac{1}{2}$ .                      **B.** $a = \frac{1}{2}$ .                      **C.** $a = -\frac{1}{4}$ .                      **D.** $a = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 19.** Cho đường tròn  $(O; R)$  có dây cung  $AB = R\sqrt{2}$ . Tính diện tích tam giác  $AOB$ .

**A.** $2R^2$ .                      **B.** $\frac{R^2}{2}$ .                      **C.** $R^2$ .                      **D.** $\frac{\pi R^2}{4}$ .

**Câu 20.** Khi cắt hình trụ bởi mặt phẳng vuông góc với trục, ta được mặt cắt là hình gì?

**A.**Hình chữ nhật.                      **B.**Hình vuông.                      **C.**Hình tròn.                      **D.**Hình tam giác.

**Câu 21.** Hệ phương trình  $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = x - 3 \end{cases}$

**A.**Vô nghiệm.                      **B.**Có duy nhất nghiệm.                      **C.**Có hai nghiệm.                      **D.**Có vô số nghiệm.

**Câu 22.** Rút gọn biểu thức  $P = 3\sqrt{4x^6} - 3x^3$  với  $x < 0$ .

**A.** $P = 9x^3$ .                      **B.** $P = -15x^3$ .                      **C.** $P = -9x^3$ .                      **D.** $P = 3x^3$ .

**Câu 23.** Tìm  $a$  để biểu thức  $\frac{2-a}{\sqrt{a}+1}$  nhận giá trị âm.

**A.** $0 \leq a < 2$ .                      **B.** $a > 2$ .                      **C.** $a < 2; a \neq -1$ .                      **D.** $a < 2$ .

**Câu 24.** Cho ngũ giác đều  $ABCDE$ . Đường tròn  $(O)$  tiếp xúc với  $ED$  tại  $D$  và tiếp xúc với  $BC$  tại  $C$ . Tính số đo cung nhỏ  $DC$  của  $(O)$ .

**A.** $135^\circ$ .                      **B.** $108^\circ$ .                      **C.** $72^\circ$ .                      **D.** $144^\circ$ .

**Câu 25.** Biết phương trình  $x^2 + bx - 2b = 0$  có một nghiệm  $x = -3$ .

**A.** $-\frac{6}{5}$ .                      **B.** $-\frac{5}{6}$ .                      **C.** $\frac{5}{6}$ .                      **D.** $\frac{6}{5}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (5 điểm)

**Câu 1.** (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{3} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + 6$ .

2. Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = mx + 3$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

3. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2x - m = 0$  ( $m$  là tham số).

1. Giải phương trình với  $m = 3$ .

2. Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện:  $(x_1x_2 + 1)^2 - 2(x_1 + x_2) = 0$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn đường kính  $AB$ . Hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $E$ ,  $F$  là hình chiếu vuông góc của  $E$  trên  $AB$ .

1. Chứng minh tứ giác  $ADEF$  nội tiếp.
2. Gọi  $N$  là giao điểm của  $CF$  và  $BD$ . Chứng minh  $BN.ED = BD.EN$ .

**Câu 4.** (0,5 điểm)

Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn điều kiện  $x + y \leq 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{x^2 + y^2} + \frac{35}{xy} + 2xy$$




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**15 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nam, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $x^2 - 4x + 3 = 0$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho parabol  $(P) : y = -\frac{x^2}{2}$  và đường thẳng  $(d)$  có phương trình  $y = x + m$ .

1. Tìm toạ độ điểm  $M$  thuộc parabol  $(P)$  biết điểm  $M$  có tung độ bằng 8.

2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  với  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  sao cho  $(x_1 + y_1)(x_2 + y_2) = \frac{33}{4}$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức sau:  $A = \sqrt{12} - \sqrt{75} + 3\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ .

2. Cho biểu thức:  $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}\right) \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}\right)$  (với  $x > 0$  và  $x \neq 1$ ).

Rút gọn  $B$ . Tìm  $x$  là số nguyên dương khác 1 sao cho  $B \geq \frac{1}{2}$ .

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$ . Từ một điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$ , kẻ hai tiếp tuyến  $MA$  và  $MB$  của đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm). Kẻ đường kính  $BE$  của đường tròn  $(O)$ . Gọi  $F$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $ME$  và đường tròn  $(O)$ . Đường thẳng  $MO$  cắt  $AB$  tại điểm  $N$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $MO$  và  $AB$ .

1. Chứng minh tứ giác  $MAOB$  nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh đường thẳng  $AE$  song song với đường thẳng  $MO$ .

3. Chứng minh:  $MN^2 = NF \cdot NA$ .

4. Chứng minh:  $MN = NH$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho các số thực  $a, b, c$  không âm thỏa mãn điều kiện  $ab + bc + ca = 3$  và  $a \geq c$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{(b+1)^2} + \frac{1}{(c+1)^2}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**16 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$  và  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$  (với  $x > 0; x \neq 1$ )

- Rút gọn biểu thức  $A \cdot B$ .
- Tìm các giá trị của  $x$  để giá trị biểu thức  $A$  gấp hai lần giá trị biểu thức  $B$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

- Tìm các giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $y = 2x - m$  và  $y = (m + 1)x - 1$  cùng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x = -1$ .

- Giải hệ phương trình sau 
$$\begin{cases} 3x - 2(2y - 1) = 0 \\ 3x + 2y = 2(7 - x) \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,5 điểm)

- Cho phương trình:  $x^2 - (m - 1)x - m = 0$  (1) (với  $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số).
  - Giải phương trình (1) với  $m = 4$ .
  - Xác định giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện:  $x_1(3 - x_2) + 20 \geq 3(3 - x_2)$ .
- Bài toán có ứng dụng thực tế:

" Em có tưởng tượng được hai lá phổi (gọi tắt là phổi) của mình chứa khoảng bao nhiêu lít không khí hay không? Dung tích phổi của mỗi người phụ thuộc vào một số yếu tố, trong đó hai yếu tố quan trọng là chiều cao và độ tuổi.

Sau đây là một công thức ước tính dung tích chuẩn của phổi người:

Nam:  $P = 0,057h - 0,022a - 4,23$

Nữ:  $Q = 0,041h - 0,018a - 2,69$

trong đó:

$h$ : chiều cao tính bằng xentimét,

$a$ : tuổi tính bằng năm,

$P, Q$ : dung tích chuẩn của phổi tính bằng lít"...

(Toán 7, tập hai, NXB Giáo dục Việt Nam, năm 2017, tr. 29)

Bạn Hùng (nam) 15 tuổi, số đo chiều cao của bạn được biết qua hai bài toán sau:

Chiều cao của bạn Hùng tính bằng xentimét. Đó là số tự nhiên có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1, chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2 và hai lần chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 4. Tính dung tích chuẩn của phổi bạn Hùng.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

1. Từ điểm  $M$  nằm bên ngoài đường tròn  $(O; R)$  vẽ các tiếp tuyến  $MA, MB$  ( $A, B$  là các tiếp điểm).
  - a. Chứng minh rằng bốn điểm  $M, A, O, B$  cùng nằm trên một đường tròn;
  - b. Vẽ cát tuyến  $MCD$  không đi qua tâm  $O$  của đường tròn đó sao cho điểm  $C$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $D$ . Tiếp tuyến tại điểm  $C$  và điểm  $D$  của đường tròn  $(O)$  cắt nhau tại điểm  $N$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $AB$  và  $MO$ ,  $K$  là giao điểm của  $CD$  và  $ON$ . Chứng minh rằng  $OH \cdot OM = OK \cdot ON = R^2$ ;
  - c. Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, N$  thẳng hàng.
2. Hình trụ có đường kính đáy bằng 4cm và chiều cao bằng đường kính đáy. Tính thể tích hình trụ (lấy  $\pi = 3,14$ ).

**Câu 5.** (1,0 điểm)

1. Cho hai số  $x > 0, y > 0$ . Chứng minh rằng:  $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$
2. Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 16$ . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{3a+2b+c} + \frac{1}{a+3b+2c} + \frac{1}{2a+b+3c} \leq \frac{8}{3}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**17 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = (\sqrt{45} - \sqrt{63})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$  và  $B = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} + 1$  (Điều kiện:  $x \geq 0; x \neq 1$ )

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm các giá trị của  $x$  để giá trị biểu thức  $A$  bằng giá trị biểu thức  $B$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

- Điểm  $M(x_M; y_M)$  thuộc đường thẳng  $y = 3x + 4$  cách trục hoành một khoảng bằng 2. Tìm tọa độ điểm  $M$ .

- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,5 điểm)

- Cho phương trình bậc hai với ẩn số  $x$ :  $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$  (với  $m$  là tham số)
  - Giải phương trình với  $m = -1$ .
  - Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình không phụ thuộc vào tham số  $m$ .
- Bài toán thực tế

$BMI$  (Body Mass Index) chính là chỉ số cơ thể được các bác sĩ và các chuyên gia sức khỏe sử dụng để xác định tình trạng cơ thể của một người nào đó có bị béo phì, thừa cân hay quá gầy hay không. Thông thường, người ta dùng để tính toán mức độ béo phì.

Nhược điểm duy nhất của chỉ số  $BMI$  là nó không thể tính được lượng chất béo trong cơ thể - yếu tố tiềm ẩn các nguy cơ liên quan đến sức khỏe tương lai. Chỉ số  $BMI$  được tính như sau  $BMI = \frac{p}{h^2}$  ( $P$  là trọng lượng cơ thể (kg);  $h$  là chiều cao (m)). Ta có thể tự đánh giá được chỉ số  $BMI$  của bản thân như sau:

$IBM < 18,5 \implies$ gầy	$18,5 < IBM < 25 \implies$ sức khỏe tốt
$25 < IBM < 30 \implies$ thừa cân	$IBM > 30 \implies$ béo phì

Chỉ số  $BMI$  sẽ không chính xác nếu bạn là vận động viên hoặc người tập thể hình (bởi các múi cơ luôn nặng hơn mỡ) và khi đó chỉ số  $BMI$  của bạn sẽ nằm trong mức béo, rất béo. Nó cũng không chính xác với các bà bầu, đang cho con bú hay những người vừa ốm dậy.

Khi anh An đi khám sức khỏe, bác sĩ đo được trọng lượng của anh là  $P$ (kg) và chiều cao của anh là  $h$ (h). Biết rằng  $P$  là số tự nhiên có hai chữ số chia hết cho 5 và khi chia cho 11 thì dư 6; còn  $h$  là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 8dm và 15dm. Có thể nhận xét gì về chỉ số  $BMI$  của anh An.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

1. Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ). Đường cao  $BE$  của tam giác kéo dài cắt đường tròn  $(O)$  tại  $K$ . Kẻ  $KD \perp BC$  tại  $D$ .
  - a. Chứng minh tứ giác  $KEDC$  nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn này.
  - b. Chứng minh  $KB$  là tia phân giác của góc  $\widehat{AKD}$ .
  - c. Tia  $DE$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $I$ . Qua  $E$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $OA$ , cắt  $AB$  tại  $H$ . Chứng minh rằng  $CH \parallel KI$ .
2. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ đứng có chu vi đường tròn đáy là 13 cm và chiều cao là 3 cm.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

1. Cho  $x \geq 1, y \geq 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

2. Cho  $x \geq 1, y \geq 0$  và  $6xy + 2x - 3y \leq 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \frac{1}{x^2 - 4x + 2} + \frac{1}{9y^2 + 6y + 2}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**18 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Bình, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Tìm  $m$  để hàm số  $y = (3m - 2)x + 2017$  đồng biến trên tập  $\mathbb{R}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x + y) + (x + 2y) = -2 \\ 3(x + y) + (x - 2y) = 1 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm) Cho biểu thức:  $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$  (với  $x \geq 0; x \neq 1$ ).

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .

2. Tìm  $x$  sao cho  $P = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho phương trình:  $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$  (1).

1. Giải phương trình với  $m = -1$ .

2. Chứng minh rằng với mọi  $m$  phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ), khi đó tìm  $m$  sao cho  $|x_2| - |x_1| = 2$ .

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ), dựng  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại điểm  $H$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm  $H$  trên  $AB$  và  $AC$ . Đường thẳng  $MN$  cắt đường thẳng  $BC$  tại điểm  $D$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $CD$  cắt nửa đường tròn trên tại điểm  $E$ .

1. Chứng minh tứ giác  $AMHN$  là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh  $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$ .

3. Chứng minh  $MD \cdot DN = DB \cdot DC$ .

4. Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MNE$ . Chứng minh rằng  $OE \perp DE$ .

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm bất kỳ nằm trong tam giác. Kéo dài  $AM$  cắt  $BC$  tại  $P$ ,  $BM$  cắt  $AC$  tại  $Q$ ,  $CM$  cắt  $AB$  tại  $K$ . Chứng minh rằng:

$$MA \cdot MB \cdot MC \geq 8MP \cdot MQ \cdot MK$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**19 Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018**
**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)**

**Câu 1.** Điều kiện để biểu thức  $\frac{2017}{x-2}$  xác định là:

- A.**  $x < 2$ .                      **B.**  $x > 2$ .                      **C.**  $x \neq 2$ .                      **D.**  $x = 2$ .

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , đồ thị hàm số  $y = x + 1$  đi qua điểm

- A.**  $M(1; 0)$ .                      **B.**  $N(0; 1)$ .                      **C.**  $P(3; 2)$ .                      **D.**  $Q(-1; -1)$ .

**Câu 3.** Điều kiện để hàm số  $y = (m - 2)x + 8$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  là:

- A.**  $m > 2$ .                      **B.**  $m \geq 2$ .                      **C.**  $m < 2$ .                      **D.**  $m \neq 2$ .

**Câu 4.** Trong các phương trình bậc hai sau phương trình nào có tổng hai nghiệm bằng 5?

- A.**  $x^2 - 10x - 5 = 0$ .                      **B.**  $x^2 - 7x - 2 = 0$ .                      **C.**  $x^2 + 5x - 1 = 0$ .                      **D.**  $x^2 - 5x - 1 = 0$ .

**Câu 5.** Trong các phương trình bậc hai sau phương trình nào có hai nghiệm trái dấu?

- A.**  $-x^2 + 2x - 3 = 0$ .                      **B.**  $5x^2 - 7x - 2 = 0$ .                      **C.**  $3x^2 - 4x + 1 = 0$ .                      **D.**  $x^2 + 2x + 1 = 0$ .

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  đường cao  $AH$ , biết  $BH = 4$  cm và  $CH = 16$  cm. Độ cao đường cao  $AH$  bằng

- A.** 8 cm.                      **B.** 9 cm.                      **C.** 25 cm.                      **D.** 16 cm.

**Câu 7.** Cho đường tròn có chu vi  $8\pi$  cm. Bán kính đường tròn đã cho bằng

- A.** 4 cm.                      **B.** 2 cm.                      **C.** 6 cm.                      **D.** 8 cm.

**Câu 8.** Cho hình nón có bán kính bằng 3 cm, chiều cao bằng 4 cm. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.**  $24\pi$  cm<sup>2</sup>.                      **B.**  $12\pi$  cm<sup>2</sup>.                      **C.**  $20\pi$  cm<sup>2</sup>.                      **D.**  $15\pi$  cm<sup>2</sup>.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $P = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}}$  (với  $x > 0$  và  $x \neq 1$ ).

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tìm các giá trị của  $x$  sao cho  $3P = 1 + x$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - x + m + 1 = 0$  ( $m$  là tham số).

- Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm các giá trị của  $m$  sao cho  $x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2 = 7$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x + 3y = xy + 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Đường tròn tâm  $E$  đường kính  $BH$  cắt  $AB$  tại  $M$  ( $M$  khác  $B$ ), đường tròn tâm  $F$  đường kính  $HC$  cắt  $AC$  tại  $N$  ( $N$  khác  $C$ ).

1. Chứng minh  $AM \cdot AB = AN \cdot AC$  và  $AN \cdot AC = MN^2$ .
2. Gọi  $I$  là trung điểm của  $EF$ ,  $O$  là giao điểm của  $AH$  và  $MN$ . Chứng minh  $IO$  vuông góc với đường thẳng  $MN$ .
3. Chứng minh  $4(EN^2 + FM^2) = BC^2 + 6AH^2$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Giải phương trình:  $\sqrt{5x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 - 3x - 18} = \sqrt{5x}$





## ĐỀ THI VÀO LỚP 10

20 Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Bình, năm 2017 - 2018

**Câu 1.** (2,5 điểm)

- Rút gọn biểu thức:  $A = \sqrt{3}(\sqrt{12} - \sqrt{3})$
- Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = (m - 1)x + 3$  song song với đường thẳng  $y = 2x + 1$ .
- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 + 2(m + 2)x + 4m - 1 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số)

- Giải phương trình (1) khi  $m = 2$ .
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số  $m$  thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1), tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = 30$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Một ô tô dự định đi từ bến xe  $A$  đến bến xe  $B$  cách nhau 90 km với vận tốc không đổi. Tuy nhiên, ô tô khởi hành muộn 12 phút so với dự định. Để đến bến xe  $B$  đúng giờ ô tô đã tăng tốc lên 5 km/h so với vận tốc dự định. Tìm vận tốc dự định của ô tô.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Từ điểm  $C$  nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến  $CA, CB$  và cát tuyến  $CMN$  với đường tròn ( $O$ ) ( $A, B$  là hai tiếp điểm,  $M$  nằm giữa  $C$  và  $N$ ). Gọi  $H$  là giao điểm của  $CO$  và  $AB$ .

- Chứng minh tứ giác  $AOBC$  nội tiếp.
- Chứng minh  $CH \cdot CO = CM \cdot CN$ .
- Tiếp tuyến tại  $M$  của đường tròn ( $O$ ) cắt  $CA, CB$  theo thứ tự tại  $E$  và  $F$ . Đường vuông góc với  $CO$  tại  $O$  cắt  $CA, CB$  theo thứ tự tại  $P, Q$ . Chứng minh  $\widehat{POE} = \widehat{OFQ}$ .
- Chứng minh  $PE + QF \geq PQ$ .

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 + 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 + 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 + 2ca + 3a^2}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**21 Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Cho phương trình  $mx^2 + x - 2 = 0$  (1), với  $m$  là tham số.

a. Giải phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b. Giải phương trình (1) khi  $m = 1$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm) Cho biểu thức  $A = \left( \frac{4\sqrt{y}}{2 + \sqrt{y}} + \frac{8y}{4 - y} \right) : \left( \frac{\sqrt{y} - 1}{y - 2\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{y}} \right)$ , với  $y > 0, y \neq 4, y \neq 9$ .

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .

2. Tìm  $y$  để  $A = -2$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho đường thẳng  $(d) : y = 2x - m + 3$  và parabol  $(P) : y = x^2$ .

1. Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  đi qua điểm  $A(2; 0)$ .

2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 - 2x_2 + x_1x_2 = 16$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $MN = 2R$ . Gọi  $(d)$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $N$ . Trên cung  $MN$  lấy điểm  $E$  tùy ý ( $E$  không trùng với  $M$  và  $N$ ), tia  $ME$  cắt đường thẳng  $(d)$  tại  $F$ . Gọi  $P$  trung điểm của  $ME$ , tia  $OP$  cắt  $(d)$  tại  $Q$ .

1. Chứng minh  $ONFP$  là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh  $OF \perp MQ$  và  $PM \cdot PF = PO \cdot PQ$ .

3. Xác định vị trí điểm  $E$  trên cung  $MN$  để tổng  $MF + 2ME$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số dương thay đổi thỏa mãn:  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 2017$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{2a+3b+3c} + \frac{1}{3a+2b+3c} + \frac{1}{3a+3b+2c}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**22 Sở Giáo dục và Đào tạo Nghệ An, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Tính giá trị biểu thức:  $A = (1 - \sqrt{7}) \cdot \frac{\sqrt{7} + 7}{2\sqrt{7}}$ .
- Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức:

$$P = \left( \frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$$
- Giải phương trình:  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ .
- Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 2x + m - 6$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 15 m. Nếu giảm chiều dài đi 2 m và tăng chiều rộng 3 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm  $44 \text{ m}^2$ . Tính diện tích của mảnh vườn.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Từ điểm  $M$  kẻ hai tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn đó ( $A, B$  là tiếp điểm). Qua điểm  $A$  kẻ đường thẳng song song với  $MB$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $C$ . Nối  $MC$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $D$ . Tia  $AD$  cắt  $MB$  tại  $E$ .

- Chứng minh  $MAOB$  là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh  $EM = EB$ .
- Xác định vị trí của điểm  $M$  để  $BD \perp MA$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Giải phương trình:  $x + \frac{2\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}} = 1$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**23 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Tĩnh , năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Rút gọn biểu thức sau:

1.  $P = \sqrt{48} - \sqrt{3}$ .

2.  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{x-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Cho đường thẳng  $(d) : y = mx + m - 2$  và đường thẳng  $(d_1) : y = 2x - 1$ . Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

2. Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm giá trị  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Một người đi xe máy từ địa điểm  $A$  đến địa điểm  $B$  cách nhau 90 km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được  $\frac{1}{3}$  quãng đường, do điều kiện thời tiết không thuận lợi nên trên quãng đường còn lại người đó phải đi với vận tốc ít hơn so với vận tốc dự định ban đầu là  $10 \text{ km/h}$ . Tính vận tốc dự định và thời gian người đó đã đi từ  $A$  đến  $B$ , biết người đó đến muộn hơn dự định 18 phút.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB$  cố định,  $I$  là điểm cố định thuộc đoạn  $OA$  ( $I$  không trùng với  $O$  và  $A$ ). Qua  $I$  vẽ đường thẳng vuông góc với  $AB$  cắt đường tròn tâm  $O$  tại  $M$  và  $N$ . Gọi  $C$  là điểm tùy ý thuộc cung lớn  $MN$  ( $C$  không trùng các điểm  $M, N$  và  $B$ ). Gọi  $E$  là giao điểm của  $AC$  và  $MN$ .

1. Chứng minh tứ giác  $IECB$  nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh  $AE \cdot AC = AI \cdot AB$ .

3. Chứng minh khi điểm  $C$  thay đổi trên cung lớn  $MN$  của đường tròn tâm  $O$  thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CME$  luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là ba số thực không âm thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Chứng minh  $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**24 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Trị, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:

$$A = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} - \sqrt{48} + 1.$$

$$B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \quad (\text{với } x > 0).$$

2. Giải phương trình:  $x^2 + 3x - 4 = 0$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Trên mặt tọa độ  $Oxy$ , gọi  $(P)$  là đồ thị hàm số  $y = x^2$ .

1. Vẽ  $(P)$ .

2. Xác định hệ số  $a$  để đường thẳng  $y = ax + 3$  ( $d$ ), sao cho  $(d)$  cắt  $(P)$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 6x + m + 1 = 0$  (1) (với  $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số).

1. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có nghiệm.

2. Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm  $m$  để:  $x_1^2 + x_2^2 = 20$ .

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Một chiếc ca nô xuôi theo dòng sông từ  $A$  đến  $B$ , rồi ngược dòng từ  $B$  về  $A$  hết 5 giờ. Tìm vận tốc riêng của ca nô (vận tốc của ca nô khi dòng nước đứng yên). Biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/giờ và khoảng cách từ  $A$  đến  $B$  là 48 km.

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$  với  $O$  là tâm.  $M$  là điểm trên  $(O)$  ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ,  $MA < MB$ ). Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $AB$  chứa điểm  $M$ , vẽ hai tia tiếp tuyến  $Ax$  và  $By$  của  $(O)$ . Tiếp tuyến tại  $M$  của  $(O)$  cắt hai tia  $Ax, By$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ .

1. Chứng minh tứ giác  $OMCA$  nội tiếp.

2. Gọi  $E$  là giao điểm của  $CD$  với  $AB$ . Chứng minh  $EC \cdot EM = EA \cdot EO$ .

3. Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  với tia  $Ax$ . Chứng minh  $C$  là trung điểm của  $AI$ .

4. Gọi  $H$  là giao điểm của  $AM$  với tia  $By$ . Chứng minh ba điểm  $E, I, H$  thẳng hàng.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**25 Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, năm 2017 - 2018**
**Câu 1. (1,5 điểm)**

1. Tìm  $x$  để biểu thức  $A = \sqrt{x-1}$  có nghĩa.
2. Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị biểu thức sau:  $B = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^3} - \sqrt{5^2 \cdot 2}$ .
3. Rút gọn biểu thức  $C = \frac{a-1}{\sqrt{a}-1} - \frac{a\sqrt{a}-1}{a-1}$ , với  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$ .

**Câu 2. (1,5 điểm)**

1. Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$
2. Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$  có đồ thị  $(P)$ .
  - i) Vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số.
  - ii) Cho hai đường thẳng  $y = mx + n$   $(\Delta)$ . Tìm  $m, n$  để đường thẳng  $(\Delta)$  song song với đường thẳng  $y = -2x + 5$   $(d)$  và có duy nhất một điểm chung với đồ thị  $(P)$ .

**Câu 3. (1,0 điểm)**

Cho hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 5 giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ rồi đóng lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì ta được  $\frac{1}{4}$  bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu?

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Cho đề phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$  (1), với  $x$  là ẩn số.

1. Giải phương trình (1) khi  $m = 2$ .
2. Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn đẳng thức sau:

$$2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 8 = 0$$

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  và  $D$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $AO$  sao cho  $D$  nằm giữa  $A$  và  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là giao điểm của  $BD$  và  $AC$ ,  $F$  là giao điểm của  $MD$  và  $AC$ ,  $E$  là giao điểm thứ hai của  $BD$  với đường tròn  $(O)$ ,  $H$  là giao điểm của  $BF$  và  $AD$ . Chứng minh rằng:

1. Tứ giác  $BDOM$  nội tiếp và  $\widehat{MOD} + \widehat{NAE} = 180^\circ$ .
2.  $DF$  song song với  $CE$ , từ đó suy ra  $NE \cdot NF = NC \cdot ND$ .
3.  $CA$  là tia phân giác của góc  $\widehat{BCE}$ .
4.  $HN$  vuông góc với  $AB$ .

**Câu 6. (1,0 điểm)**

Một cốc nước có dạng hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 3 viên bi làm bằng thủy tinh có cùng đường kính bằng 2 cm vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này là bao nhiêu.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**26 Sở Giáo dục và Đào tạo Đà Nẵng, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

- Tính:  $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$ .
- Rút gọn biểu thức  $B = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$
.
- Giải phương trình  $\frac{10}{x^2 - 4} + \frac{1}{2 - x} = 1$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = mx + 4$ , với  $m$  là tham số.

- Khi  $m = 3$ , tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$ , đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A_1(x_1; y_1)$  và  $A_2(x_2; y_2)$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  sao cho  $(y_1)^2 + (y_2)^2 = 7^2$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  và  $C$  là một điểm trên nửa đường tròn ( $C$  khác  $A$  và  $B$ ). Trên cung  $AC$  lấy điểm  $D$  ( $D$  khác  $A$  và  $C$ ). Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  trên  $AB$  và  $E$  là giao điểm của  $BD$  và  $CH$ .

- Chứng minh  $ADEH$  là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng  $\widehat{ACO} = \widehat{HCB}$  và  $AB.AC = AC.AH + CB.CH$ .
- Trên đoạn  $OC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $OM = CH$ . Chứng minh rằng khi  $C$  chạy trên nửa đường tròn đã cho thì  $M$  chạy trên một đường tròn cố định.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**27 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

- Thực hiện phép tính:  $A = \sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2} - \sqrt{5}$ .
- Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là  $(P)$  và hàm số  $y = -x + 2$  có đồ thị là  $(d)$ .
  - Vẽ  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
  - Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm  $A, B$  của  $(P)$  và  $(d)$ , (hoành độ của  $A$  nhỏ hơn hoành độ của  $B$ ). Gọi  $C$  và  $D$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  và  $B$  trên trục hoành, tính diện tích của tứ giác  $ABDC$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau:
  - $x^4 + 2017x^2 - 2018 = 0$
  - $$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$
- Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2x + m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số).
  - Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm  $x = -1$ . Tính nghiệm còn lại.
  - Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức  $x_1^3 + x_2^3 = 8$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu ở phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Một  $M$  cố định thuộc đoạn thẳng  $OB$  ( $M$  khác  $B$  và  $M$  khác  $O$ ). Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $AB$  tại  $M$  cắt nửa đường tròn đã cho tại  $N$ . Trên cung  $NB$  lấy điểm  $E$  bất kì ( $E$  khác  $B$  và  $E$  khác  $N$ ). Tia  $BE$  cắt đường thẳng  $d$  tại  $C$ , đường thẳng  $AC$  cắt nửa đường tròn tại  $D$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $AE$  với đường thẳng  $d$ .

- Chứng minh tứ giác  $BMHE$  nội tiếp được đường tròn.
- Chứng minh ba điểm  $B, H, D$  thẳng hàng.
- Tính giá trị của biểu thức  $BN^2 + AD \cdot AC$  theo  $R$ .
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AHC$  cắt  $AB$  tại  $K$ . Chứng minh rằng khi  $E$  di động trên cung  $NB$  thì độ dài đoạn thẳng  $BK$  không đổi.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a$  là số thực dương lớn hơn 1 và  $x = \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} + \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}}$ .

Tính giá trị biểu thức  $P = x^3 - 2x^2 - 2(a + 1)x + 4a + 2021$ .




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**28 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Định, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ ;  $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{x-4}$

1. Tính  $A$  khi  $x = 9$ .
2. Thu gọn  $T = A - B$ .
3. Tìm  $x$  để  $T$  nguyên.

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$

1. Giải phương trình khi  $m = 0$ .
2. Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  trái dấu thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 13$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 24 m. Nếu tăng độ dài một cạnh lên 2 m và giảm độ dài cạnh còn lại 1 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 1 m<sup>2</sup>. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ .  $M$  là một điểm nằm trên cung  $BC$  không chứa điểm  $A$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên  $BC, CA, AB$ .

1. Chứng minh rằng bốn điểm  $M, B, D, F$  cùng thuộc một đường tròn và bốn điểm  $M, D, E, C$  cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh  $D, E, F$  thẳng hàng.
3. Chứng minh rằng  $\frac{BC}{MD} = \frac{AC}{ME} + \frac{AB}{MF}$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a^5}{bc} + \frac{b^5}{ca} + \frac{c^5}{ab} \geq a^3 + b^3 + c^3$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**29 Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Yên, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức:

$$A = \sqrt{36} + \sqrt{27} - \sqrt{12}; \quad B = \frac{4}{\sqrt{5} - 1}$$

 2. Giải phương trình:  $x^2 + 7x + 10 = 0$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

 Cho hai hàm số  $y = 3x$  và  $y = -x + 4$ .

- Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của hai hàm số đã cho.
- Gọi  $M$  là giao điểm của hai đường thẳng trên. Tìm tọa độ điểm  $M$  bằng phương pháp đại số.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một ca nô xuôi dòng một khúc sông dài 40 km, rồi ngược dòng khúc sông ấy mất 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc thực của ca nô (khi nước yên lặng) biết vận tốc của dòng nước là 2 km/gi.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ ,  $C$  là điểm chính giữa cung  $AB$ . Hai tiếp tuyến với đường tròn ( $O$ ) tại  $A$  và  $C$  cắt nhau ở  $D$ .

- Chứng minh  $AOCD$  là hình vuông.
- Tính diện tích phần nằm ngoài hình thang  $ABCD$  của hình tròn ( $O$ ) theo  $R$ .
- Trên đoạn  $DC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $DE = \frac{1}{3}DC$ . Trên đoạn  $BC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $EF = EA$ . Kẻ  $FG$  vuông góc với đường thẳng  $DC$  ( $G \in DC$ ). Tính độ dài đoạn thẳng  $CG$  theo  $R$ .
- Chứng minh  $AECF$  là tứ giác nội tiếp.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Biết rằng các số  $x, y$  thỏa mãn điều kiện  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = x^2 + y^2 + xy$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**30 Sở Giáo dục và Đào tạo Khánh Hòa, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,0 điểm)

(Không sử dụng máy tính cầm tay)

1. Tính giá trị biểu thức  $T = \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{10} - \sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ .

2. Giải phương trình  $x - \sqrt{x} - 10 = 0$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

 Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = -3x^2$  và hai điểm  $A(-1; -3)$  và  $B(2; 3)$ .

1. Chứng tỏ rằng điểm  $A$  thuộc parabol  $(P)$ .
2. Tìm tọa độ điểm  $C$  ( $C$  khác  $A$ ) thuộc parabol  $(P)$  sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 7 và tích của chúng bằng 12.
2. Một hội trường có 300 ghế ngồi (loại ghế một người ngồi) được xếp thành nhiều dãy với số lượng ghế mỗi dãy là như nhau để tổ chức một sự kiện. Vì số người dự kiến đến 351 người nên người ta phải xếp thêm 1 dãy ghế có số lượng ghế như dãy ghế ban đầu và sau đó xếp thêm vào mỗi dãy 2 ghế (kể cả dãy ghế xếp thêm) để vừa đủ mỗi người một ghế. Hỏi ban đầu hội trường có bao nhiêu dãy ghế?

**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho đường tròn tâm  $(O; OA)$ . Trên bán kính  $OA$  lấy điểm  $I$  sao cho  $OI = \frac{1}{3}OA$ . Vẽ dây  $BC$  vuông góc với  $OA$  tại điểm  $I$  và vẽ đường kính  $BD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ .

1. Chứng minh  $DA$  là tia phân giác của  $\widehat{BDC}$ .
2. Chứng minh  $OE$  vuông góc với  $AD$ .
3. Lấy điểm  $M$  trên đoạn  $IB$  ( $M$  khác  $I$  và  $B$ ). Tia  $AM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $N$ . Tứ giác  $MNDE$  có phải là một tứ giác nội tiếp hay không? Vì sao?

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của một hình trụ có chu vi hình tròn đáy là 16 cm và chiều cao là 5 cm.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**31 Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Thuận, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Giải bất phương trình và các phương trình sau:

1.  $4x - 5 > 7$

2.  $2x + 3(4x + 2) = 8$

3.  $\frac{1}{2}x^2 = 3x - 4$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Áp dụng định lý Viét để tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 56.

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} \right) : \frac{a - 1}{4(a + 1)}$$

với  $a \geq 0$ ;  $a \neq 1$ .

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$  và điểm  $M$  trên đường tròn ( $MA < MB$ ). Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt  $BM$  tại  $N$  và cắt tia  $AM$  tại  $C$ .

1. Chứng minh tứ giác  $AOMN$  nội tiếp được một đường tròn.
2. Chứng minh rằng:  $MN \cdot NB = ON \cdot NC$ .
3. Khi góc  $\widehat{ABM} = 30^\circ$ , tính diện tích của tam giác  $ABC$  theo  $R$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn điều kiện  $x - y = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $Q = 3x^2 + y^2 + 8$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**32 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Thuận, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1.  $x^2 - 4x + 3 = 0$

2. 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 11 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

 Cho biểu thức  $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500}$  và  $B = \sqrt{20}$ . Tính tích  $A.B$ ?

**Câu 3.** (2,0 điểm)

 Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$  có đồ thị là  $(P)$ .

 1. Vẽ đồ thị  $(P)$ .

 2. Cho điểm  $A$  thuộc  $(P)$  và có hoành độ bằng 4. Tìm tham số  $m$  để đường thẳng  $(d) : y = x - m$  đi qua  $A$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Một nhóm học sinh có kế hoạch nhận trồng 200 cây tràm giúp cho gia đình bạn An. Vì có 2 học sinh bị bệnh không tham gia được nên mỗi học sinh còn lại phải trồng thêm 5 cây so với dự định để hoàn thành kế hoạch (Biết số cây mỗi học sinh trồng là như nhau). Tính số học sinh trên thực tế đã tham gia trồng cây?

**Câu 5.** (4,0 điểm)

 Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AD = 2R$ . Hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $E$ . Kẻ  $EF$  vuông góc với  $AD$  tại  $F$ .

 1. Chứng minh tứ giác  $ABEF$  nội tiếp.

 2. Chứng minh rằng:  $\widehat{DBC} = \widehat{DBF}$ .

 3. Tia  $BF$  cắt  $(O)$  tại  $K$ . Chứng minh rằng  $EF \parallel CK$ .

 4. Giả sử góc  $\widehat{EFB} = 60^\circ$ . Tính theo  $R$  diện tích hình giới hạn bởi dây  $BC$  và cung nhỏ  $BC$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**33 Sở Giáo dục và Đào tạo Gia Lai, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

$$1. \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = -4 \end{cases}.$$

2. Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Phân tích  $5x + 7\sqrt{xy} - 6y + \sqrt{x} + 2\sqrt{y}$  thành nhân tử, với  $x, y$  là các số không âm.

2. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - m + 2017)x + 2018$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Một tổ công nhân may lập kế hoạch may 60 bộ quần áo. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ này may nhiều hơn kế hoạch 2 bộ nên đã hoàn thành công việc ít hơn kế hoạch 1 ngày. Biết số bộ quần áo may trong mỗi ngày là như nhau. Hỏi tổ công nhân may đã lập kế hoạch để hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày.

2. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_2^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1^2x_2^2 - 14 = 0$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  có  $AB$  là một dây cung cố định không đi qua  $O$ . Từ một điểm  $M$  bất kì trên cung lớn  $AB$  ( $M$  không trùng với  $A$  và  $B$ ) kẻ dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ . Gọi  $MQ$  là đường cao của tam giác  $AMN$  ( $Q$  thuộc  $AN$ ).

1. Chứng minh tứ giác  $AMHQ$  nội tiếp đường tròn.

2. Gọi  $I$  là giao điểm của  $AB$  và  $MQ$ . Chứng minh tam giác  $IBM$  cân.

3. Kẻ  $MP$  vuông góc với  $BN$  tại  $P$ . Xác định vị trí của  $M$  sao cho  $MQ \cdot AN + MP \cdot BN$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Tìm các chữ số  $a, b, c$  biết  $\overline{abc} - \overline{ac} = 2 \cdot \overline{cb} + \overline{bc}$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**34 Sở Giáo dục và Đào tạo Kon Tum, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Tính giá trị biểu thức  $A = \sqrt{27} + 3\sqrt{12} - \sqrt{48}$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Tìm  $a, b$  để hệ phương trình: 
$$\begin{cases} ax + y = -5 \\ bx + ay = 1 \end{cases}.$$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Xác định hàm số  $y = ax + b$  biết đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-2$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Chứng minh rằng:

$$\left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{2+\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}+x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = -2$$

với  $x > 0, x \neq 1$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2x + m = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

1. Giải phương trình với  $m = -4$ .
2. Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 = 3x_2$ .

**Câu 6.** (1,5 điểm)

Một đội xe tải cần chở 48 tấn hàng. Trước khi làm việc đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu chiếc? Biết rằng số hàng chở trên tất các xe có trọng lượng như nhau.

**Câu 7.** (2,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$  cắt các cạnh  $AB, AC$  theo thứ tự tại  $E, F$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $BF$  và  $CE$ ,  $I$  là giao điểm của  $AH$  và  $BC$ . Từ  $A$  kẻ tiếp tuyến  $AN, AM$  đến đường tròn tâm ( $O$ ) với  $N, M$  là các tiếp điểm ( $N, B$  không cùng nửa mặt phẳng bờ  $AO$ ).

1. Chứng minh các điểm  $A, I, M, N, O$  cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh  $\widehat{ANM} = \widehat{AIN}$ .
3. Chứng minh ba điểm  $M, H, N$  thẳng hàng.

**Câu 8.** (0,5 điểm)

Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x + y = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = x^3 + y^3 + x^2 + y^2$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**35 Sở Giáo dục và Đào tạo Đắk Lắk, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

- Giải phương trình:  $5x - 18 = 3x + 24$ .
- Rút gọn biểu thức  $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} - \sqrt{16x}$ , với  $x \geq 0$ ;
- Tìm  $x$  để biểu thức  $A = \sqrt{5 - 3x}$  có nghĩa.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3 \\ 3x - y^2 = 2 \end{cases}$$
.

- Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật. Biết rằng nếu tăng cả chiều dài và chiều rộng lên 4 cm thì ta được một hình chữ nhật có diện tích tăng thêm  $80 \text{ cm}^2$  so với diện tích hình chữ nhật ban đầu, còn nếu tăng chiều dài lên 5 cm và giảm chiều rộng xuống 2 cm thì ta được một hình chữ nhật có diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật ban đầu.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m + 2)x + 6m + 2 = 0$  có hai nghiệm mà nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
- Tìm tất cả các giá trị  $m$  là số nguyên khác  $-1$  sao cho giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = (m + 2)x$  và  $y = x + m^2 + 2$  có tọa độ là các số nguyên.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  và một đường thẳng  $d$  cố định không giao nhau nhau. Hạ  $OH$  vuông góc với  $d$ .  $M$  là một điểm tùy ý trên  $d$  ( $M$  không trùng với  $H$ ). Từ  $M$  kẻ hai tiếp tuyến  $MP$  và  $MQ$  với đường tròn  $(O; R)$  ( $P, Q$  là các tiếp điểm và tia  $MQ$  nằm giữa hai tia  $MH$  và  $MO$ ). Dây cung  $PQ$  cắt  $OH$  và  $OM$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ .

- Chứng minh tứ giác  $OMHQ$  nội tiếp.
- Chứng minh rằng  $\widehat{OMH} = \widehat{OMP}$  là hình chữ nhật.
- Chứng minh rằng khi điểm  $M$  di chuyển trên đường thẳng  $d$  thì điểm  $I$  luôn cố định.
- Biết  $OH = R\sqrt{2}$ , tính  $IP \cdot IQ$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $xy = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^2 + y^2 + \frac{3}{x + y + 1}$$




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**36 Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

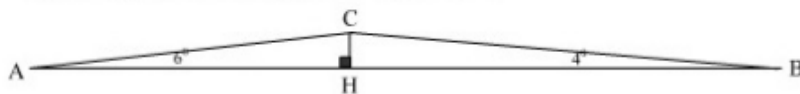
- Giải phương trình  $x^2 = (x - 1)(3x - 2)$ .
- Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi là 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài 40 m.

**Câu 2.** (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ :

- Vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$ .
- Cho đường thẳng  $(D) : y = \frac{3}{2}x + m$  đi qua điểm  $C(6; 7)$ . Tìm tọa độ giao điểm của  $(D)$  và  $(P)$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

- Thu gọn biểu thức sau:  $A = (\sqrt{3} + 1)\sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$ .
- Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm  $A$ ) đến trường (điểm  $B$ ) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng  $AB$  dài 762 m, góc  $A = 6^\circ$ , góc  $B = 4^\circ$ .



- Tính chiều cao  $h$  của con dốc.
- Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là  $4 \text{ km/h}$  và tốc độ trung bình xuống dốc  $19 \text{ km/h}$ .

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Cho phương trình:  $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số).

- Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Xác định  $m$  để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình (1) thỏa mãn  $(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$ .

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  cắt các đoạn  $BC$  và  $OC$  lần lượt tại  $D$  và  $I$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $OC$ ;  $AH$  cắt  $BC$  tại  $M$ .

- Chứng minh tứ giác  $ACDH$  nội tiếp và  $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$ .
- Chứng minh hai tam giác  $OHB$  và  $OBC$  đồng dạng với nhau và  $HM$  là tia phân giác của góc  $BHD$ .
- Chứng minh  $MD \cdot DN = DB \cdot DC$ .
- Gọi  $K$  là trung điểm của  $BD$ . Chứng minh  $MD \cdot BC = MB \cdot CD$  và  $MB \cdot MD = MK \cdot MC$ .
- Gọi  $E$  là giao điểm của  $AM$  và  $OK$ ;  $J$  là giao điểm của  $IM$  và  $(O)$  ( $J$  khác  $I$ ). Chứng minh hai đường thẳng  $OC$  và  $EJ$  cắt nhau tại một điểm nằm trên  $(O)$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**37 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Dương, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức sau:

1.  $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27}$

2.  $B = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 4x + 9$ .

- Vẽ đồ thị  $(P)$ .
- Viết phương trình đường thẳng  $(d_1)$  biết  $(d_1)$  song song  $(d)$  và  $(d_1)$  tiếp xúc với  $(P)$ .

**Câu 3.** (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$$

Tính  $P = (x + y)^{2017}$  với  $x, y$  vừa tìm được.

2. Cho phương trình  $x^2 - 10mx + 9m = 0$  (1) (với  $m$  là tham số).

- Giải phương trình (1) khi  $m = 1$ .
- Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1 - 9x_2 = 0$ .

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Hai đội công nhân đắp đê ngăn triều cường. Nếu hai đội cùng làm thì trong 6 ngày là xong việc. Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội đắp xong đê trong bao nhiêu ngày?

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho tam giác  $AMB$  cân tại  $M$  nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Kẻ  $MH$  vuông góc  $AB$  ( $H \in AB$ ),  $MH$  cắt đường tròn tại  $N$ . Biết  $MA = 10$  cm,  $AB = 12$  cm.

- Tính  $MH$  và bán kính  $R$  của đường tròn.
- Trên tia đối tia  $BA$  lấy điểm  $C$ .  $MC$  cắt đường tròn tại  $D$ ,  $ND$  cắt  $AB$  tại  $E$ . Chứng minh tứ giác  $MDEH$  nội tiếp và chứng minh các hệ thức sau:  $NB^2 = NE \cdot ND$  và  $AC \cdot BE = BC \cdot AE$
- Chứng minh  $NB$  tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp đường tròn tam giác  $BDE$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**38 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Phước, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Tính giá trị các biểu thức  $A = \sqrt{16} - \sqrt{9}$ ;  $B = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ .
- Cho biểu thức:  $V = \left( \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$ , với  $x > 0$ ,  $x \neq 4$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Cho parabol  $(P) : y = 2x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = x + 1$ .
  - Vẽ đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d)$  trên cùng một hệ trục tọa độ  $Oxy$ .
  - Viết phương trình của đường thẳng  $(d_1)$  song song với đường thẳng  $(d)$  và đi qua điểm  $A(-1; 2)$ .
- Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,5 điểm)

- Cho phương trình  $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$  (1), với  $m$  là tham số.
  - Giải phương trình (1) khi  $m = 2$ .
  - Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn hệ thức sau:

$$A = |2x_1x_2 - x_1 - x_2 - 4|$$

đạt giá trị lớn nhất.

- Cho vườn hoa hình chữ nhật có diện tích  $91 \text{ m}^2$  và chiều dài hơn chiều rộng 6 m. Tính chu vi của vườn hoa.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BH = 4 \text{ cm}$ ,  $CK = 9 \text{ cm}$ .

- Tính độ dài đường cao  $AH$  và góc  $\widehat{ABC}$  của tam giác tam giác  $ABC$ .
- Vẽ đường trung tuyến  $AM$  ( $M \in BC$ ) của tam giác  $ABC$ . Tính  $AM$  và tính diện tích tam giác  $AHM$ .

**Câu 5.** (2,5 điểm)

 Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Vẽ tiếp tuyến  $Ax$  với đường tròn  $(O)$  với  $A$  là tiếp điểm. Qua điểm  $C$  thuộc tia  $Ax$ , vẽ đường thẳng cắt đường tròn  $(O)$  tại hai điểm  $D$  và  $E$  ( $D$  nằm giữa  $C$  và  $E$ ;  $D$  và  $E$  nằm về hai phía của đường thẳng  $AB$ ). Từ  $O$  vẽ  $OH$  vuông góc với đoạn thẳng  $DE$  tại  $H$ .

- Chứng minh tứ giác  $AOHC$  nội tiếp.
- Chứng minh  $AC \cdot AE = AD \cdot CE$ .
- Đường thẳng  $CO$  cắt tia  $BD$ , tia  $BE$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Chứng minh rằng  $AM \parallel BN$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**39 Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{36} + \sqrt{9} - \sqrt{49}$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Giải phương trình  $x^2 - 5x - 14 = 0$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d) : y = (2m - 1)x + 3$  song song với đường thẳng  $(d') : y = 5x + 6$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{2}x^2$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Tìm  $a, b$  biết hệ phương trình  $\begin{cases} ax + y = 1 \\ ax + by = -5 \end{cases}$  có một nghiệm là  $(2; -3)$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  có đường cao  $AH$  ( $H$  thuộc cạnh  $BC$ ) biết  $AB = a, BC = 2a$ . Tính theo  $a$  độ dài  $AC$  và  $AH$ .

**Câu 7.** (1,0 điểm)

Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 + x - m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 \cdot x_2 = 17$ .

**Câu 8.** (1,0 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6 m và độ dài đường chéo bằng  $\frac{\sqrt{65}}{4}$  lần chiều rộng. Tính diện tích hình chữ nhật đã cho.

**Câu 9.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có góc  $\widehat{BAC}$  tù. Trên  $BC$  lấy hai điểm  $D$  và  $E$ , trên  $AB$  lấy điểm  $F$ , trên  $AC$  lấy điểm  $K$  sao cho  $BD = BA, CE = CA, BE = BF, CK = CD$ . Chứng minh bốn điểm  $D, E, F$  và  $K$  cùng nằm trên một đường tròn.

**Câu 10.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn đường kính  $BC$ , có đường cao  $AH$  ( $H$  thuộc cạnh  $BC$ ), đường phân giác của góc  $A$  trong tam giác cắt đường tròn đó tại  $K$  ( $K$  khác  $A$ ). Biết  $\frac{AH}{HK} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ . Tính góc  $\widehat{ACB}$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**40 Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,25 điểm)

- Giải phương trình:  $x^2 - 9x + 20 = 0$ .
- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 7x - 3y = 4 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$
- Giải phương trình:  $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$ .

**Câu 2.** (2,25 điểm)

 Cho hai hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  và  $y = x - 4$  có đồ thị lần lượt là  $(P)$  và  $(d)$ .

- Vẽ đồ thị của  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ .

**Câu 3.** (1,75 điểm)

- Cho  $a > 0$  và  $a \neq 4$ . Rút gọn biểu thức  $T = \left( \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} + 2} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 2} \right) \cdot \left( \sqrt{a} - \frac{4}{\sqrt{a}} \right)$
- Một đội xe trở 120 tấn hàng. Để tăng sự an toàn nên đến khi thực hiện, đội xe được bổ sung 4 chiếc xe, lúc này số tấn hàng của mỗi xe chở ít hơn số tấn hàng của mỗi xe dự định chở là 1 tấn hàng. Tính số tấn hàng của mỗi xe dự định chở, biết số tấn hàng của mỗi xe chở khi dự định là bằng nhau, khi thực hiện là bằng nhau.

**Câu 4.** (0,75 điểm)

 Tìm các giá trị của tham số thực  $m$  để phương trình

$$x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$$

 có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức  $P = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  có ba đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Biết ba góc  $\widehat{CAB}, \widehat{ABC}, \widehat{ACB}$  đều là góc nhọn. Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $AH$ .

- Chứng minh tứ giác  $AEHF$  nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $CE \cdot CA = CD \cdot CB$ .
- Chứng minh  $EM$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BEF$ .
- Gọi  $I, J$  tương ứng là tâm đường tròn nội tiếp hai tam giác  $BDF$  và  $EDC$ . Chứng minh  $\widehat{DIJ} = \widehat{DFC}$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**41 Sở Giáo dục và Đào tạo Bà Rịa - Vũng Tàu, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,5 điểm)

 1. Giải phương trình:  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .

 2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

 3. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{3x}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{9x}}{3} - \sqrt{4x}$  (với  $x > 0$ ).

**Câu 2.** (2,0 điểm)

 Cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2x - m$ , ( $m$  là tham số).

 1. Vẽ đồ parabol  $(P)$ .

 2. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(P)$  và  $(d)$  có nghiệm duy nhất.

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Một xưởng mỹ nghệ dự định sản xuất thủ công một lô hàng gồm 300 cái giỏ tre. Trước khi tiến hành, xưởng được bổ sung thêm 5 công nhân nên số giỏ tre phải làm của mỗi người giảm 3 cái so với dự định. Hỏi lúc dự định, xưởng có bao nhiêu công nhân? Biết năng suất làm việc của mỗi người là như nhau.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  có đường kính  $AB$ . Trên đoạn  $OA$  lấy điểm  $H$  ( $H$  khác  $O$ ,  $H$  khác  $A$ ). Qua  $H$  dựng đường thẳng vuông góc với  $AB$ , đường thẳng này cắt nửa đường tròn tại  $C$ . Trên cung  $BC$  lấy điểm  $M$  ( $M$  khác  $B$ ,  $M$  khác  $C$ ). Dựng  $CK$  vuông góc với  $AM$  tại  $K$ .

 1. Chứng minh tứ giác  $ACKH$  nội tiếp đường tròn.

 2. Chứng minh  $\widehat{CHK} = \widehat{CBM}$ .

 3. Gọi  $N$  là giao điểm của  $AM$  và  $CH$ . Tính theo  $R$ , giá trị biểu thức

$$AM \cdot AN + BC^2$$

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 1. Giải phương trình  $6\left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 + \frac{x^2 - 12c - 12}{x+1}$ 

 2. Cho  $a, b$  là hai số thực tùy ý sao cho phương trình  $4x^2 + 4ax - b^2 + 2 = 0$  có nghiệm  $x_1; x_2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (x_1 + x_2)^2 + b(x_1 + x_2) - 8x_1x_2 + \frac{1 + 2b(x_1 + x_2)}{a^2}$$

**Câu 6.** (0,5 điểm)

 Cho tam giác  $(AB < AC)$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Hai tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $D$ .  $OD$  cắt  $BC$  tại  $E$ . Qua  $D$  vẽ đường thẳng song song với  $AB$ , đường thẳng này cắt  $AC$  tại  $K$ . Đường thẳng  $OK$  cắt  $AB$  tại  $F$ . Tính tỉ số diện tích  $\frac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta ABC}}$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**42 Sở Giáo dục và Đào tạo Long An, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Rút gọn các biểu thức:  $A = 3\sqrt{75} - 12\sqrt{3} + \sqrt{12}$
- Rút gọn biểu thức:  $N = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .
- Giải phương trình:  $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 9$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Cho hai hàm số  $y = -x^2$  và  $y = 2x - 5$ . Vẽ đồ thị hai hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .
- Viết phương trình đường thẳng  $(d) : y = ax + b$ , biết  $(d)$  đi qua hai điểm  $A(-1; 10)$  và  $B(3; -2)$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình:  $3x^2 + 2x - 8 = 0$ . (không giải trực tiếp bằng máy tính)
- Cho phương trình:  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị tham số  $m$  để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -2$ .

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AC$ . Trên bán kính  $OC$  lấy điểm  $B$  tùy ý (điểm  $B$  không trùng  $O$  và  $C$ ). Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Qua  $M$  kẻ dây cung  $DE$  vuông góc với  $AB$ . Kẻ  $BI$  vuông góc với  $CD$  ( $I \in CD$ ).

- Cho  $AM = 4$  cm,  $CM = 9$  cm. Tính độ dài đoạn thẳng  $MD$  và  $\tan A$  của  $\triangle MDA$ .
- Chứng minh tứ giác  $BMDI$  nội tiếp.
- Chứng minh tứ giác  $ADBE$  là thoi và ba điểm  $I, B, E$  thẳng hàng.
- Gọi  $O'$  là tâm đường tròn đường kính  $BC$ . Chứng minh  $MI$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O')$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**43 Sở Giáo dục và Đào tạo Tiền Giang, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (3,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình và phương trình sau:

a) 
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

b)  $16x^4 - 8x^2 + 1 = 0.$

2. Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{4} + \frac{1}{\sqrt{5}-1}$

 3. Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  (có ẩn số  $x$ ).

 a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi  $m$ .

 b) Cho biểu thức  $B = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)}$ . Tìm giá trị của  $m$  để  $B = 1$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm) Cho parabol  $(P) : y = 2x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = x + 1$ 

 1. Vẽ đồ thị của  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

 2. Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm  $A$  và  $B$  của  $(P)$  và  $(d)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Hai thành phố  $A$  và  $B$  cách nhau 150 km. Một xe máy khởi hành từ  $A$  đến  $B$ , cùng lúc đó một ô tô cũng khởi hành từ  $B$  đến  $A$  với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h. Ô tô đến  $A$  được 30 phút thì xe máy cũng đến  $B$ . Tính vận tốc của mỗi xe.

**Câu 4.** (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB = 2R$ . Gọi  $M$  là điểm chính giữa của cung  $AB$ ,  $N$  là điểm bất kỳ thuộc cung  $MB$  ( $N$  khác  $M$  và  $B$ ). Tia  $AM$  và  $AN$  cắt tiếp tuyến tại  $B$  của nửa đường tròn tâm  $O$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ .

 1. Tính số đo  $\widehat{ACB}$ .

 2. Chứng minh tứ giác  $MNDC$  nội tiếp trong một đường tròn.

 3. Chứng minh  $AM.AC = AN.AD = 4R^2$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho hình nón có đường sinh bằng 26 cm, diện tích xung quanh là  $260\pi$  cm<sup>2</sup>. Tính bán kính đáy và thể tích của hình nón.




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**44 Sở Giáo dục và Đào tạo Bến Tre, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Không sử dụng máy tính cầm tay:

1. Tính  $\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}$ ;

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$
.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P) : y = -2x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 2x - 4$

- Vẽ đồ thị của  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Bằng phương pháp đại số, hãy tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ .

**Câu 3.** (2,5 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x - (2m + 1) = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

- Giải phương trình với  $m = 2$ .
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .
- Tìm  $m$  để phương trình (1) luôn có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB$ . Trên tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $A$  lấy điểm  $M$  ( $M$  khác  $A$ ). Từ  $M$  vẽ tiếp tuyến thứ hai  $MC$  với đường tròn  $(O)$  ( $C$  là tiếp điểm). Kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  ( $H \in AB$ ),  $MB$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $K$  và cắt  $CH$  tại  $N$ . Chứng minh rằng:

- Chứng minh tứ giác  $AKNH$  nội tiếp trong một đường tròn.
- $AM^2 = MK \cdot MB$ .
- $\widehat{KAC} = \widehat{OMB}$ .
- $N$  là trung điểm của  $CH$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**45 Sở Giáo dục và Đào tạo An Giang, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1.  $\sqrt{3}x + \sqrt{12}x = \sqrt{27}$

2.  $x^2 + x - 20 = 0$

3. 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2.** (1,5 điểm) Cho hàm số  $y = -x^2$  có đồ thị là Parabol ( $P$ ).

- Vẽ đồ thị ( $P$ ) của hàm số đã cho.
- Tìm tọa độ giao điểm của ( $P$ ) và đường thẳng ( $d$ ):  $y = -2x + 1$  bằng phép tính.

**Câu 3.** (1,5 điểm) Cho phương trình bậc hai ẩn  $x$ :  $x^2 + (4m + 1)x + 2m - 8 = 0$  ( $m$  là tham số).

- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  với mọi tham số  $m$ .
- Tìm  $m$  để hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình đã cho thỏa mãn điều kiện  $|x_1 - x_2| = 17$ .

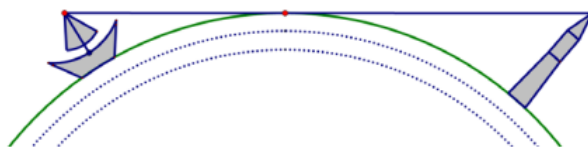
**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho điểm  $C$  thuộc nửa đường tròn đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  với nửa đường tròn đó ( $Ax$  nằm trên cùng nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $AB$  chứa nửa đường tròn). Tia phân giác của góc  $CAx$  cắt nửa đường tròn tại  $D$ . Kéo dài  $AD$  và  $BC$  cắt nhau tại  $E$ . Kẻ  $EH$  vuông góc với  $Ax$  tại  $H$ .

- Chứng minh tứ giác  $AHEC$  nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$ .
- Chứng minh tam giác  $ABE$  cân.
- Tia  $BD$  cắt  $AC$  và  $Ax$  lần lượt tại  $F$  và  $K$ . Chứng minh rằng  $AKEF$  là hình thoi.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Ngọn Hải Đăng Kê Gà ở tỉnh Bình Thuận là ngọn tháp thấp đèn gần bờ biển dùng để định hướng cho tàu thuyền giao thông trong khu vực vào ban đêm.



Đây là ngọn Hải đăng được xem là cổ xưa và cao nhất Việt Nam, chiều cao của ngọn đèn sơ với mặt nước biển là 65 m. Hỏi:

- Một người quan sát đứng tại vị trí đèn của Hải đăng nhìn xa tối đa bao nhiêu m trên mặt biển?
- Cách bao xa thì một người quan sát đứng ở trên tàu bắt đầu trông thấy ngọn đèn này, biết rằng mắt người quan sát đứng ở trên tàu có độ cao 5 m so với mặt nước biển?

(Cho biết bán kính Trái Đất gần bằng 6400 km và điều kiện quan sát trên biển không bị che khuất)


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**46 Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1.  $2x^2 - 9x + 10 = 0$

2. 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$$

3.  $(x - 1)^4 - 8(x - 1)^2 - 9 = 0.$

**Câu 2.** (1,5 điểm)

 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$ .

 1. Vẽ đồ thị của  $(P)$ .

 2. Gọi  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$  lần lượt là các giao điểm của  $(P)$  với đường thẳng  $(d)$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm) Cho biểu thức

$$P = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{x - 1}\right)$$

 với  $x > 0$ ,  $x \neq 1$ .

 Rút gọn biểu thức  $(P)$  và tìm giá trị của  $x$  để  $P > 1$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

 Để chuẩn bị tham gia Hội khỏe Phù Đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm lớp 9 A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp với một nữ). Thầy Thành chọn  $\frac{1}{2}$  số học sinh kết hợp với  $\frac{5}{8}$  số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9 A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9 A có tất cả bao nhiêu học sinh?

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho phương trình  $x^2 - (m + 4)x - 2m^2 + 5m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm các giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho tích của hai nghiệm này bằng  $-30$ . Khi đó, tính tổng hai nghiệm của phương trình.

**Câu 6.** (3,5 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn. Đường tròn  $(O)$  đường kính  $BC$  cắt các cạnh  $AB$ ,  $AC$  lần lượt tại các điểm  $D$  và  $E$ . Gọi  $H$  là giao điểm của hai đường thẳng  $CD$  và  $BE$ .

1. Chứng minh tứ giác  $ADHE$  nội tiếp trong một đường tròn. Xác định tâm  $I$  của đường tròn này.
2. Gọi  $M$  là giao điểm của  $AH$  và  $BC$ . Chứng minh  $CM \cdot CB = CE \cdot CA$ .
3. Chứng minh  $ID$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .
4. Tính theo  $R$  diện tích của tam giác  $ABC$ , biết  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ ,  $\widehat{ACB} = 60^\circ$  và  $BC = 2R$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**47 Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Long, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Tính giá trị biểu thức sau:

1.  $A = 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{72}$

2.  $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2}$ .

**Câu 2.** (2,5 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1.  $5x^2 - 16x + 3 = 0$

2.  $x^4 + 9x^2 - 10 = 0$

3. 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = 2x^2$ . Vẽ đồ thị parabol  $(P)$ .

2. Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $3x_1 + x_2 = 0$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất trong 2 giờ sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ thì được  $\frac{2}{3}$  bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 30$  cm,  $AC = 40$  cm. Tính độ dài đường cao  $AH$  và số đo góc  $B$  (làm tròn đến độ).

**Câu 6.** (2,0 điểm)

Từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn tâm  $(O)$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn  $(O)$  ( $B, C$  là hai tiếp điểm)

1. Chứng minh tứ giác  $ABOC$  nội tiếp đường tròn.

2. Vẽ cát tuyến  $ADE$  của  $(O)$  sao cho cát tuyến  $ADE$  nằm giữa hai tia  $AQ$  và  $AB$ ;  $D, E$  thuộc đường tròn  $(O)$  và  $D$  nằm giữa  $A, E$ . Chứng minh  $AB^2 = AD \cdot AE$ .

3. Gọi  $F$  là điểm đối xứng của  $D$  qua  $AO$ ,  $H$  là giao điểm của  $AO$  và  $BC$ . Chứng minh rằng ba điểm  $E, F, H$  thẳng hàng.

**Câu 7.** (1,0 điểm)

Cho  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  là độ dài các cạnh của tam giác. Giải phương trình  $ax^2 + (a + b - c)x + b = 0$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**48 Sở Giáo dục và Đào tạo Trà Vinh, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (3,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} + \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$$

3. Giải phương trình:  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho hai hàm số  $y = x + 2$  và  $y = x^2$  có đồ thị lần lượt là  $(d)$  và  $(P)$ .

- Vẽ  $(d)$  và  $(P)$  trên cùng hệ trục tọa độ.
- Bằng phép toán tìm tọa độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 2)x - 6m = 0$  (1) (với  $m$  là tham số).

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .
- Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x_1^2 + x_2^2$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $O$  bán kính  $R$ , đường kính  $BC$ . Gọi  $A$  là một điểm thuộc đường tròn ( $A$  khác  $B$  và  $C$ ). Đường phân giác góc  $\widehat{BAC}$  cắt  $BC$  tại  $D$  và cắt đường tròn tại  $M$ .

- Chứng minh  $MB = MC$  và  $OM$  vuông góc với  $BC$ .
- Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu của  $D$  trên  $AB$  và  $AC$ . Tứ giác  $AEDF$  là hình gì?
- Cho góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $MCD$  theo  $R$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**49 Sở Giáo dục và Đào tạo Kiên Giang, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Rút gọn biểu thức sau:

1. Không sử dụng máy tính, hãy tìm nghiệm dương của phương trình  $x^2 + 3x - 10 = 0$ .
2. Rút gọn biểu thức  $P(a) = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) : \frac{a+1}{a-1}$  (với  $a > 0, a \neq 1$ ).

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Cho hàm số  $y = (3a - 6)x - 2017$ . Tìm điều kiện của  $a$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
2. Vẽ đồ thị hàm số  $(P) : y = x^2$  và  $d : y = -x + 2$  trên cùng một hệ trục tọa độ  $Oxy$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số) luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = 2$ .
2. Mỗi ngày Ba của bạn An chở bạn ấy từ nhà đến trường mất 30 phút. Vì hôm nay là ngày thi tuyển sinh nên Ba bạn ấy muốn con mình đến trường sớm hơn, do đó ông ấy đã tăng vận tốc xe lên 15 (km/h) và đến trường sớm hơn thường ngày là 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là bao nhiêu km?

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho hình vuông  $ABCD$ , điểm  $E$  thuộc cạnh  $BD$ . Qua  $B$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $DE$ , đường thẳng này cắt các đường thẳng  $DE$  và  $DC$  lần lượt tại  $H$  và  $K$ .

1. Chứng minh tứ giác  $BHCD$  nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh tam giác  $KHC$  đồng dạng với tam giác  $KDB$ .
3. Giả sử hình vuông  $ABCD$  có cạnh là 3 cm. Tính độ dài cung  $CH$  có số đo bằng  $40^\circ$  của đường tròn đường kính  $BD$  (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân).

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  nội tiếp mặt cầu tâm  $O$  (các đỉnh của hình hộp chữ nhật nằm trên mặt cầu). Các kích thước của hình hộp chữ nhật lần lượt là  $a, b, c$ . Gọi  $S_1$  là diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật,  $S_2$  là diện tích mặt cầu. Tìm mối liên hệ giữa  $a, b, c$  để tỉ lệ  $\frac{S_1}{S_2}$  lớn nhất.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10**
**50 Sở Giáo dục và Đào tạo Cà Mau, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

 Cho biểu thức  $A = \frac{2a^2 + 4}{1 - a^2} - \frac{1}{1 + \sqrt{a}} - \frac{1}{1 - \sqrt{a}}$  (với  $a \geq 0$ ;  $a \neq 1$ ).

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = m \\ mx + y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi  $m = 2$ .
- Xác định giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = -x + m$  cắt đường thẳng  $y = -mx + 1$  tại một điểm nằm trên parabol  $(P) : y = -2x^2$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

 Người ta hòa 8 kg chất lỏng loại  $I$  với 6 kg chất lỏng loại  $II$  thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng là  $700 \text{ kg/m}^3$ . Tính khối lượng riêng củ mỗi loại chất lỏng. Biết rằng khối lượng riêng của chất lỏng loại  $I$  lớn hơn khối lượng riêng chất lỏng loại  $II$  là  $200 \text{ kg/m}^3$ .

**Câu 4.** (2,0 điểm)

 Cho phương trình bậc hai:  $x^2 - 2(k - 2)x - 2k - 5 = 0$  (với  $k$  là tham số).

- Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $k$ .
- Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị  $k$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 = 8$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)

 Cho đường tròn  $(O)$  bán kính  $R$  và một dây  $BC$  cố định. Gọi  $A$  là điểm chính giữa của cung nhỏ  $\widehat{BC}$ . Lấy điểm  $M$  bất kỳ trên cung nhỏ  $\widehat{AC}$ , kẻ tia  $Bx$  vuông góc với tia  $MA$  ở  $F$  và cắt tia  $CM$  tại  $D$ .

- Chứng minh  $\widehat{AMD} = \widehat{ABC}$  và  $MA$  là tia phân giác của  $\widehat{BMD}$ .
- Chứng minh  $A$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$  và  $\widehat{BDC}$  có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí điểm  $M$ .
- Tia  $DA$  cắt tia  $BC$  tại  $E$  và cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $F$ , chứng minh  $AB$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BEF$ .

## Chương 2

# ĐỀ THI VÀO HỆ CHUYÊN NĂM 2017




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**1 Sở Giáo dục và Đào tạo Lai Châu, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức:  $A = \frac{3x + 3\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn các biểu thức  $A$ .
2. Tìm  $x$  để biểu thức  $A$  nhận giá trị nguyên.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y + 3 = 0 \\ y^2 + xy - 3x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

2. Trong 4 đồng tiền có 3 đồng tiền thật có khối lượng như nhau và một đồng tiền giả có khối lượng khác. Làm thế nào để tìm được đồng tiền giả bằng hai lần cân. (cân thăng bằng hai đĩa, không có quả cân).

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho phương trình:  $(3m - 1)x^2 + 2(m + 1)x - m + 2 = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

1. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .
2. Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào tham số  $m$ .

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  và điểm  $A$  cố định nằm ngoài  $(O)$ . Kẻ tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là hai tiếp điểm). Gọi  $M$  là một điểm thuộc cung nhỏ  $BC$  ( $M$  khác  $B$  và  $C$ ). Đường thẳng  $AM$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $MN$ .

1. Chứng minh rằng bốn điểm  $A, B, O, E$  thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh:  $2\widehat{BNC} + \widehat{BAC} = 180^\circ$ .
3. Chứng minh:  $AC^2 = AM \cdot AN$  và  $MN^2 = 4(AE^2 - AC^2)$ .
4. Gọi  $I, J$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  lên cạnh  $AB$  và  $AC$ . Xác định vị trí của  $M$  sao cho tích  $MI \cdot MJ$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{(ab+2)(2ab+1)} + \frac{b^2}{(bc+2)(2bc+1)} + \frac{c^2}{(ca+2)(2ca+1)} \geq \frac{1}{3}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 HỆ CHUYÊN**
**2 Sở Giáo dục và Đào tạo Yên Bái, năm 2017 - 2018**
**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)**

**Câu 1.** Với  $a > 1$  thì kết quả rút gọn biểu thức  $\frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}$  là:

- A.**  $a$ .                                      **B.**  $\sqrt{a}$ .                                      **C.**  $-\sqrt{a}$ .                                      **D.**  $a + 1$ .

**Câu 2.** Nếu  $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = 3$  thì  $x$  nhận giá trị

- A.** 2.    **B.** 64.    **C.** 25.    **D.** 4.

**Câu 3.** Hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 3\sqrt{2} \\ x - y = 2\sqrt{2} \end{cases}$  là:

- A.**  $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ .                                      **B.**  $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ .                                      **C.**  $(3\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$ .                                      **D.**  $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ .

**Câu 4.** Với  $m \neq 0$ , phương trình  $mx^2 - 4x - 5 = 0$  có nghiệm khi và chỉ khi

- A.**  $m \leq \frac{5}{4}$ .    **B.**  $m \geq -\frac{4}{5}$ .    **C.**  $m \leq -\frac{5}{4}$ .    **D.**  $m \geq \frac{4}{5}$ .

**Câu 5.** Giá trị của biểu thức  $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$  bằng

- A.** 1.    **B.** 3.    **C.**  $\frac{3}{2}$ .    **D.** 2.

**Câu 6.** Đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R = 1$  cm và dây  $AB = 1$  cm. Khi đó khoảng cách từ tâm  $O$  đến  $AB$  bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  cm.    **B.**  $\sqrt{3}$  cm.    **C.**  $\frac{1}{2}$  cm.    **D.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  cm.

**Câu 7.** Số dư của phép chia  $2^{2018}$  cho 17 là

- A.** 1.    **B.** 2.    **C.** 4.    **D.** 15.

**Câu 8.** Trên đoạn thẳng  $AB$  cho 2017 điểm phân biệt  $A, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2015}, B$ . Gọi  $M$  là nằm ngoài đường thẳng  $AB$ , nối  $M$  với 2017 điểm  $A, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2015}, B$ . Khi đó số tam giác được tạo thành

- A.** 2017.    **B.** 2033136.    **C.** 4066272.    **D.**  $2017^2$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$  (với  $x \geq 0$  và  $x \neq 25$ ).

- Hãy rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $A \leq \frac{2}{7}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình  $x^2 - 7|x| = 5|x - 2|$ .

- Cho hệ phương trình  $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn  $x + y + 1 = \frac{m^3}{m^3 + 3}$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn đường kính  $AB$ , các điểm  $C, D$  ở trên đường tròn sao cho  $C, D$  không cùng nằm trên mặt phẳng bờ  $AB$  sao cho  $AD > AC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là điểm chính giữa cung  $AC$  và cung  $AD$ , giao điểm của  $NM$  với  $AC$  là  $H$ . Giao điểm của  $MC$  với  $CN$  là  $K$ . Tia  $AK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $E$ .

1. Chứng minh  $\triangle NKD$  đồng dạng với  $\triangle MKC$ .
2. Chứng minh  $OE$  vuông góc  $CD$ .
3. Chứng minh  $\triangle NHK$  đồng dạng với  $\triangle NCM$  và  $KH$  song song với  $AD$ .
4. Tìm vị trí của điểm  $C$  và  $D$  sao cho  $\triangle AMK$  là tam giác đều.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Chứng minh rằng nếu tam giác  $ABC$  có số đo các cạnh là các số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn


$$2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 4xy + 2xz - 20 = 0$$

thì tam giác  $ABC$  là tam giác đều.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $A, M$  là hai điểm trên đường tròn  $(O; R)$  và  $B$  là điểm nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Trên tia  $OA$  lấy các điểm  $C$  và  $K$  sao cho  $OK : OA = 1 : 3$  và  $OC = 3OA$ .

1. Chứng minh  $\triangle OKM$  đồng dạng với  $\triangle OMC$ .
2. Khi  $A, B$  cố định còn  $M$  thay đổi. Hãy xác định vị trí điểm  $M$  trên đường tròn  $(O)$  sao cho biểu thức  $P = MC + 3MB$  đạt giá trị nhỏ nhất.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 HỆ CHUYÊN CHUNG**
**3 Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{5} - \sqrt{125} + 3\sqrt{45}$

b)  $B = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

2. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức sau:  $C = (x - 1)\sqrt{\frac{2x}{x^2 - 2x + 1}}$

**Câu 2.** (3,0 điểm)

1. Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , hãy vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2x - 2$ .

2. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 5$  cm,  $AH = \frac{12}{5}$  cm. Tính độ dài cạnh  $AB$  và  $AC$ .

3. Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} \sqrt{x + y - 5} = 20 - y^2 \\ xy = x^2 + 5 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Hai vật chuyển động với vận tốc không đổi trên một đường tròn có bán kính 20 m, xuất phát cùng một lúc từ một điểm. Nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ sau 20 giây lại gặp nhau, nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ sau 4 giây lại gặp nhau. Hãy tính vận tốc của mỗi vật?


**Câu 4.** (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$  đường kính  $MN$  và dây cung  $PQ$  vuông góc với  $MN$  tại  $I$  ( $I$  khác  $M$ ,  $I$  khác  $N$ ). Trên cung nhỏ  $NP$  lấy điểm  $J$  ( $J$  khác  $N$ ,  $J$  khác  $P$ ), nối  $M$  với  $J$  cắt  $PQ$  tại  $H$ . Gọi giao điểm của  $PN$  với  $MJ$  là  $G$ , giao điểm của  $JQ$  với  $MN$  là  $K$ . Chứng minh rằng:

- Tứ giác  $GKNJ$  là tứ giác nội tiếp.
- $KG$  song song với  $PQ$ .
- Điểm  $G$  là trọng tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $PKJ$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là các số tự nhiên thỏa mãn  $x + y + z = 2017$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $P = xyz$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 HỆ CHUYÊN TOÁN**
**4 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Không dùng máy tính cầm tay hãy rút gọn  $A = \frac{\sqrt{3 - \sqrt{5}}(3 + \sqrt{5})}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy + 4y + 1 = 0 \\ y(7 - x^2 - y^2 + 2xy) = 2(x^2 + 1) \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Cho số tự nhiên  $A = \underbrace{777 \dots 7}_n - 18 + 2n$  với  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ . Chứng minh rằng  $A$  chia hết cho 9.

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn  $a + b + c \leq \sqrt{3}$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 1}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 1}}$$

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Với mỗi số nguyên dương  $n$  ta ký hiệu  $a_n$  là số nguyên gần  $\sqrt{n}$  nhất.

Ví dụ:  $a_1 = 1; a_2 = 1; a_3 = 2; a_4 = 2; a_5 = 2; a_6 = 2; a_7 = 3$ .

Tính giá trị của tổng:

$$S = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2017}} + \frac{1}{a_{2018}}$$

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Cho hai đường tròn tâm  $O_1$  và  $O_2$  nằm ngoài nhau. Đoạn thẳng  $O_1O_2$  cắt đường tròn ( $O_2$ ) tại  $B$ . Vẽ đường tròn tâm  $O$  tiếp xúc ngoài với đường tròn ( $O_1$ ) tại  $D$  và tiếp xúc trong với đường tròn ( $O_2$ ) tại  $C$  (điểm  $O$  không nằm trên đoạn  $O_1O_2$ ). Chứng minh rằng các điểm  $A, B, C, D$  cùng nằm trên một đường tròn.

**Câu 7.** (2,5 điểm)

Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt thẳng hàng và theo thứ tự đó sao cho  $AB < BC$ . Trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng  $AC$  dựng các hình vuông  $ABDE$  và  $BCFK$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$ . Đường thẳng qua  $I$  vuông góc với  $EF$  cắt các đường thẳng  $BD$  và  $AB$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Chứng minh rằng:

1. Tứ giác  $AEIN$  và tứ giác  $EMID$  nội tiếp được trong đường tròn.
2. Ba điểm  $A, I, D$  thẳng hàng và các điểm  $B, N, F, M, E$  nằm trên cùng một đường tròn.
3. Ba đường thẳng  $AK, EF, CD$  đồng quy


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**5 Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Giang, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x\sqrt{x} + x - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 3\sqrt{x} + 2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{2x + \sqrt{x} - 3}$  ( $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$ ).

a. Rút gọn các biểu thức  $A$ .

b. Tính giá trị của  $A$  khi  $\frac{x}{4} = \sqrt{\frac{1009 + \sqrt{2017}}{2}} - \sqrt{\frac{1009 - \sqrt{2017}}{2}}$

2. Cho phương trình  $x^2 - 2x - 2m - 1 = 0$  (1) (với  $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số). Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$\frac{x_1^2 + (2m + 5)x_2 + 2m}{2} + \frac{2}{x_2^2 + (2m + 5)x_1 + 2m} = \frac{122}{11}$$

**Câu 2.** (5,0 điểm)

1. Giải phương trình  $\sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{4 - 3x} = 2\sqrt{x^2 - 2x + 2}$

2. Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} x^2y^2 + 4 = 2 \\ (y^2 + xy)(y - x) = x^3y^3 \end{cases}$$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

1. Tìm tất cả bộ số nguyên dương  $(x, y, z)$  thỏa mãn  $\frac{x + y\sqrt{2017}}{y + z\sqrt{2017}}$  là số hữu tỉ đồng thời  $(y + 2)(4zx + 6y - 3)$  là số chính phương.

2. Trong hình vuông cạnh 1 dm đặt một số hình vuông nhỏ có tổng chu vi bằng 9 dm. Chứng minh rằng luôn tồn tại một đường thẳng cắt ít nhất ba hình vuông nhỏ (không kể hình vuông bao ngoài).

**Câu 4.** (5,0 điểm)

Cho tam giác  $OAI$  vuông tại  $A$ ,  $B$  là điểm đối xứng với  $A$  qua đường thẳng  $OI$ . Gọi  $H, E$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BI$ ,  $D$  là giao điểm của đường thẳng  $AE$  và đường tròn  $(C)$  tâm  $O$  bán kính  $OA$  ( $D$  khác  $A$ ).

1. Chứng minh rằng tứ giác  $BHDE$  nội tiếp đường tròn.

2. Gọi  $J$  là giao điểm của đường thẳng  $ID$  và đường tròn  $(C)$  ( $J$  khác  $D$ ). Chứng minh rằng tam giác  $BJA$  cân tại  $B$ .

3. Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $ID$  với đường tròn  $(C)$  ( $K$  khác  $D$ ). Chứng minh rằng  $IH^2 = ID \cdot IK - DH \cdot HK$ .

**Câu 5.** (5,0 điểm)

Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $2\sqrt{xy} + \frac{x}{3} = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{y}{x} + \frac{4x}{3y} + 15xy$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**6 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ninh, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{x^3 - \sqrt{27}} \right) \left( \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{x} + 1 \right) \quad (\text{với } x \neq 0; x \neq \sqrt{3})$$

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .

2. Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$ .

**Câu 2.** (3,0 điểm)

1. Giải phương trình  $x^3 - x^2 - x\sqrt{x-1} - 2 = 0$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Tìm các số tự nhiên  $n$  để  $A = n^{2018} + n^{2008} + 1$  là số nguyên tố.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ ,  $M$  là một điểm tùy ý thuộc đường tròn ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ). Qua  $A, B$  lần lượt kẻ các đường thẳng  $d$  và  $d'$  là tiếp tuyến với đường tròn. Tiếp tuyến tại  $M$  của đường tròn cắt  $d$  và  $d'$  lần lượt tại  $C$  và  $D$ . Đường thẳng  $BM$  cắt  $d$  tại  $E$ .

1. Chứng minh  $CM = CA = CE$ .


2. Chứng minh  $AD \perp OE$ .

3. Tính độ dài đoạn  $AM$  theo  $R$ , nếu  $AE = BD$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b$  thỏa mãn  $|a| \geq 2; |b| \geq 2$ . Chứng minh rằng

$$(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq (a + b)(ab + 1) + 5$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TIN**
**7 Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Thọ, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Cho số thực  $x$  thỏa mãn  $x^2 - 2017x + 2 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{x^4 + 4}{x^2}$ .
- Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Biết rằng phương trình  $f(x) = x$  vô nghiệm. Chứng minh rằng phương trình sau cũng vô nghiệm

$$a \cdot f^2(x) + b \cdot f(x) + c = x$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Tìm nghiệm nguyên của phương trình  $(x^2 - 1)xy = 5x^2 - 2$ .
- Cho số  $A = 2017^{2018}$  viết dưới dạng thập phân là  $A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ . Xóa đi chữ số đầu tiên  $a_n$  của  $A$  và cộng thêm chữ số  $a_n$  đó vào số còn lại ta được một số mới  $A_1 = \overline{b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0}$  ( $m \leq n$ ). Sau đó lại xóa chữ số đầu tiên  $b_m$  của  $A_1$  rồi lại cộng thêm chữ số  $b_m$  đó vào số còn lại ta được một số mới  $A_2 = \overline{c_p c_{p-1} \dots c_1 c_0}$  ( $p \leq m$ ). Cứ tiếp tục quá trình như vậy, giả sử đến một bước nào đó ta thu được một số có 10 chữ số. Chứng minh rằng trong 10 chữ số đó có ít nhất 2 chữ số trùng nhau.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình  $3x^2 + 4 = 3x\sqrt{x^2 + 4}$
- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 3x + 1 = 0 \\ 4y^2 + xy + 6y + 1 = 0 \end{cases}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  có đường kính  $AB$ ;  $M$  là điểm thuộc đoạn  $AB$  ( $M$  khác  $A, B$ ). Qua  $M$  vẽ đường thẳng  $(d)$  vuông góc với  $AB$ . Trên  $(d)$  lấy điểm  $C$  nằm ngoài  $(O)$ . Vẽ các tiếp tuyến  $CE, CF$  với  $(O)$  ( $E, F$  là tiếp điểm). Gọi  $H, K$  lần lượt là giao điểm của  $CA, CB$  với  $(O)$  ( $H$  khác  $A, K$  khác  $B$ );  $I$  là giao điểm của  $AK$  và  $BH$ .


- Chứng minh các điểm  $C, M, E, F, O$  cùng thuộc một đường tròn..
- Chứng minh ba điểm  $E, F, I$  thẳng hàng.
- Xác định vị trí điểm  $C$  để tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  nằm trên đường thẳng  $EF$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho các số dương  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + \frac{1}{xy} = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = 2\left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2}\right) - \frac{3}{1+2xy}$$




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN**
**8 Sở Giáo dục và Đào tạo Phú Thọ, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Cho ba số  $a, b, c$  đôi một khác nhau thỏa mãn  $a^2 + b = b^2 + c = c^2 + a$ . Tính giá trị của biểu thức

$$T = (a + b - 1)(b + c - 1)(c + a - 1)$$

2. Tìm  $m$  để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt

$$x^2 + 3mx + 2m^2 = \frac{x^4 + x^3}{2}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Tìm các số nguyên  $m$  sao cho  $m^2 + 12$  là số chính phương.
- Chứng minh rằng trong 11 số nguyên tố phân biệt, lớn hơn 2 bất kỳ luôn chọn được hai số gọi là  $a, b$  sao cho  $a^2 - b^2$  chia hết cho 60.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $4x^2 + 5 + \sqrt{3x + 1} = 13x$

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{2x} + \sqrt{2y} = 6 \\ \sqrt{2x + 5} + \sqrt{2y + 9} = 8 \end{cases}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)


Cho tam giác  $ABC$  cân với  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ , nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D$  là giao điểm của đường thẳng  $AC$  với tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $B$ ;  $E$  là giao điểm của đường thẳng  $BO$  với đường tròn  $(O)$  ( $E$  khác  $B$ );  $F, I$  lần lượt là giao điểm của  $DO$  với  $AB, BC$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$ .

- Chứng minh rằng tứ giác  $ADBN$  nội tiếp.
- Chứng minh rằng  $EF, N$  thẳng hàng.
- Chứng minh rằng các đường thẳng  $MI, BO, FN$  đồng quy.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho các số không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^2 + y^2 + z^2 + \frac{9}{2}xyz$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TIN**
**9 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $\sqrt{5x - x^2} + 2x^2 - 10x + 6 = 0$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y + xy = 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương  $x, y, z$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x^2 + 2y^2 - z^2 = 13 \end{cases}$$

2. Cho các số nguyên dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = c^2$ . Chứng minh rằng  $ab$  chia hết cho  $a + b + c$ .

3. Tìm tất cả các số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $2n + 1, 3n + 1$  là các số chính phương và  $2n + 9$  là số nguyên tố.

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho các số thực dương  $a, b, c$  thay đổi thỏa mãn  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(2a + b + c)^2} + \frac{1}{(2b + c + a)^2} + \frac{1}{(2c + a + b)^2}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  (với  $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D$  là trung điểm của cạnh  $BC$ ,  $E$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$  và  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Đường thẳng  $AD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $F$ .

1. Chứng minh  $BC^2 = 4 \cdot DA \cdot DF$ .

2. Tia  $AD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $G$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $A, G, E$  và  $D$  cùng thuộc một đường tròn.

3. Đường thẳng  $FE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $K$ . Chứng minh đường thẳng  $BC$  tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác  $GKE$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Ta viết lên bảng 99 số tự nhiên liên tiếp  $1, 2, 3, \dots, 99$ . Ta thực hiện thao tác sau: Xóa ba số  $a, b, c$  bất kỳ trên bảng rồi lại viết lên bảng số  $(abc + ab + bc + ca + a + b + c)$ . Tiếp tục thực hiện thao tác trên cho đến khi trên bảng còn lại đúng một số. Tìm số còn lại đó.



## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN

10 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, năm 2017 - 2018

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $\sqrt{6x - x^2} + 2x^2 - 12x + 15 = 0$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 4x^2 = y + \frac{3}{y} \\ 4y^2 = x + \frac{3}{x} \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Cho  $p$  làm một số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng  $2017 - p^3$  chia hết cho 24.

2. Cho  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Chứng minh rằng  $a + b + 2\sqrt{ab + c^2}$  không phải là số nguyên tố.

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Chứng minh

$$\frac{x}{3 - yz} + \frac{y}{3 - zx} + \frac{z}{3 - xy} \leq \frac{3}{2}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  (với  $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ ,  $D$  là hình chiếu của điểm  $I$  trên đường thẳng  $BC$  và  $G$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $AD$  với đường tròn  $(O)$ . Gọi  $F$  là điểm chính giữa cung lớn  $BC$  của đường tròn  $(O)$ . Đường thẳng  $FG$  cắt đường thẳng  $ID$  tại điểm  $H$ .

1. Chứng minh tứ giác  $IBHC$  là tứ giác nội tiếp.

2. Gọi  $J$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $AI$  với đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BIC$ . Chứng minh  $BH = CJ$ .

3. Gọi  $N$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $FH$  với đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BIC$ . Chứng minh đường thẳng  $NJ$  đi qua trung điểm của cạnh  $BC$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Xét tập hợp  $S$  gồm các số nguyên dương có tính chất: với hai phân tử phân biệt bất kì  $x, y$  thuộc  $S$ , ta luôn có  $30|x - y| \geq xy$ . Hỏi tập hợp  $S$  có thể có nhiều nhất bao nhiêu phần tử?


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**
**11 THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, năm 2017 - 2018 (vòng 1)**

**Câu 1.** (3,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 1 \\ x + x^2y = 2y^3 \end{cases}$$

2. Giải phương trình:

$$2(x+1)\sqrt{x+1} = (\sqrt{x+1} + \sqrt{1-x})(2 - \sqrt{1-x^2})$$

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức:

$$12x^2 + 26xy + 15y^2 = 4671$$

2. Với  $a, b$  là các số dương, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = (a+b) \left( \frac{1}{a^3+b} + \frac{1}{b^3+a} \right) - \frac{1}{ab}$$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

Cho hình thoi  $ABCD$  có  $\widehat{BAD} < 90^\circ$ . Đường tròn tâm  $I$  nội tiếp tam giác  $ABD$  tiếp xúc với  $BD, BA$  lần lượt tại  $J, L$ . Trên đường thẳng  $LJ$  lấy điểm  $K$  sao cho  $BK$  song song  $ID$ .

1. Chứng minh rằng  $\widehat{CBK} = \widehat{ABI}$ .

2. Chứng minh rằng  $KC \perp KB$ .

3. Chứng minh rằng bốn điểm  $C, K, I, L$  cùng nằm trên một đường tròn.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Tìm tập hợp số nguyên dương  $n$  sao cho tồn tại một cách sắp xếp các số  $1, 2, 3, \dots, n$  thành  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  mà khi chia các số  $a_1, a_1a_2, a_1a_2a_3, \dots, a_1a_2 \dots a_n$  cho  $n$  ta được các số dư đôi một khác nhau.



## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

### 12 THPT chuyên Khoa học Tự nhiên, năm 2017 - 2018 (vòng 2)

**Câu 1.** (3,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{x + 3y} \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$$

2. Với  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $ab + a + b = 1$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{1+a^2} + \frac{b}{1+b^2} = \frac{1+ab}{\sqrt{2(1+a^2)(1+b^2)}}$$

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Giả sử  $p, q$  là hai số nguyên tố thỏa mãn đẳng thức:  $p(p-1) = q(q^2-1)$  (\*)

a. Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương  $k$  sao cho:  $p-1 = kq$ ;  $q^2-1 = kp$ .

b. Tìm tất cả các số nguyên tố  $p; q$  thỏa mãn đẳng thức (\*).

2. Với  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $ab + bc + ca + abc = 2$ , tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{a+1}{a^2+2a+2} + \frac{b+1}{b^2+2b+2} + \frac{c+1}{c^2+2c+2}$$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn với  $AB < AC$ ,  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $CA, AB$ . Trung trực của đoạn thẳng  $EF$  cắt  $BC$  tại  $D$ . Giả sử có điểm  $P$  nằm trong  $\widehat{EAF}$  và nằm ngoài tam giác  $AEF$  sao cho  $\widehat{PEC} = \widehat{DEF}$  và  $\widehat{PEB} = \widehat{DFE}$ .  $PA$  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $PEF$  tại  $Q$  khác  $P$ .

1.  $\widehat{EQF} = \widehat{BAC} + \widehat{EDF}$ .

2. Tiếp tuyến tại  $P$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $PEF$  cắt các đường thẳng  $CA, AB$  lần lượt tại  $M, N$ .

Chứng minh rằng bốn điểm  $C, M, B, N$  cùng nằm trên một đường tròn. Gọi đường tròn này là đường tròn  $(K)$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho  $n$  là số nguyên dương,  $n \geq 5$ . Xét một đa giác lồi  $n$  cạnh. Người ta muốn kẻ số đường chéo của đa giác mà các đường chéo này chia đa giác đã cho thành đúng  $k$  miền, mỗi miền là một ngũ giác lồi (hai miền bất kì không có điểm trong chung).

1. Chứng minh rằng ta có thể thực hiện được với  $n = 2018, k = 672$ .

2. Với  $n = 2017, k = 672$  ta có thể thực hiện? Hãy giải thích?


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI**
**13 Trung học phổ thông chuyên, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$P = \frac{a^3 - a - 2b - \frac{b^2}{a}}{\left(1 - \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}\right)(a + \sqrt{a+b})} : \left(\frac{a^3 + a^2 + ab + a^2b}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a-b}\right)$$

với  $a > 0, b > 0, a \neq b, a + b \neq a^2$ .

1. Chứng minh rằng  $P = a - b$ .
2. Tìm  $a, b$  biết rằng  $P = 1$  và  $a^3 - b^3 = 7$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

Giả sử  $x, y$  là hai số thực phân biệt thỏa mãn:  $\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} = \frac{2}{xy + 1}$ . Hãy tính:

$$S = \frac{1}{x^2 + 1} + \frac{1}{y^2 + 1} + \frac{2}{xy + 1}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = -2ax - 4a$ , với  $a$  là tham số.

1. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$  khi  $a = -\frac{1}{2}$ .
2. Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_1| + |x_2| = 3$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Anh Nam đi xe đạp từ  $A$  đến  $C$ . Trên quãng đường  $AB$  ban đầu ( $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ ) anh nam đi với vận tốc không đổi là  $a$  (km/h) và thời gian đi từ  $A$  đến  $B$  là 1,5 giờ. Trên quãng đường  $BC$  còn lại, anh Nam đi chậm dần đều với vận tốc tại thời điểm  $t$  (tính bằng giờ) kể từ  $B$  là  $v = -8t + a$  (km/h). Quãng đường đi được từ  $B$  đến thời điểm  $t$  đó là  $S = -4t^2 + at$ . Tính quãng đường  $AB$  biết rằng đến  $C$  xe dừng hẳn và quãng đường  $BC$  dài 16 km.

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  bán kính  $R$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn. Các tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại các điểm  $B, C$  cắt nhau tại điểm  $P$ . Gọi  $D, E$  tương ứng là chân các đường vuông góc hạ từ  $P$  xuống các đường thẳng  $AB, AC$  và  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

1. Chứng minh  $\widehat{MEP} = \widehat{MDP}$ .
2. Giả sử  $B, C$  cố định và  $A$  chạy trên đường tròn  $(O)$  sao cho tam giác  $ABC$  luôn là tam giác có ba góc nhọn. Chứng minh rằng đường thẳng  $DE$  luôn đi qua một điểm cố định.
3. Khi tam giác  $ABC$  là tam giác đều. Hãy tính diện tích tam giác  $ADE$  theo  $R$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Các số thực không âm  $x_1, x_2, \dots, x_9$  thỏa mãn: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + \dots + 9x_9 = 18 \end{cases}$$

Chứng minh  $1 \cdot 19x_1 + 2 \cdot 18x_2 + \dots + 9 \cdot 11x_9 \geq 270$ , đẳng thức xảy ra khi nào?

**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI**

**14 THPT chuyên dành cho chuyên Toán, Tin, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho các số dương  $a, b, c, d$ . Chứng minh rằng trong bốn số

$$a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}; \quad b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}; \quad c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a}; \quad d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

có ít nhất một số không nhỏ hơn 3.

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Giải phương trình

$$\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x + 1)^2} - \sqrt{x^2 + (x + 1)^2 + 4(x^2 + x)^2} = 2017$$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $a^2 = b^3; c^3 = d^4; a = d + 98$ .
2. Tìm tất cả các số thực  $x$  sao cho trong 4 số  $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}; x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$  có đúng một số không phải là số nguyên.

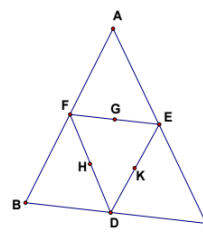
**Câu 4.** (3,0 điểm)


Cho đường tròn  $(O)$ , bán kính  $R$  và một điểm  $M$  nằm ngoài  $(O)$ . Kẻ hai tiếp tuyến  $MA, MB$  tới đường tròn  $(O)$  ( $A, B$  là hai tiếp điểm). Trên đoạn thẳng  $AB$  lấy điểm  $C$  ( $C$  khác  $A, B$ ). Gọi  $I, K$  là trung điểm  $MB, MC$ . Đường thẳng  $KA$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $D$ .

1. Chứng minh  $KO^2 - KM^2 = R^2$ .
2. Chứng minh rằng tứ giác  $BCDM$  là tứ giác nội tiếp.
3. Gọi  $E$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $MD$  với đường tròn  $(O)$  và  $N$  là trung điểm  $KE$ , đường thẳng  $KE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $F$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $I, A, N, F$  cùng thuộc một đường tròn

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Xét hình bên: Ta viết các số  $1, 2, 3, \dots, 9$  vào vị trí của 9 điểm trong hình vẽ bên sao cho mỗi số chỉ xuất hiện đúng một lần và tổng ba số trên một cạnh của tam giác bằng 18. Hai cách viết được gọi là như nhau nếu bộ số viết ở các điểm  $(A; B; C; D; E; F; G; H; K)$  của mỗi cách là trùng nhau. Hỏi có bao nhiêu cách viết phân biệt? Tại sao?




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**15 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Dương, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Cho 3 số  $x, y, z$  đôi một khác nhau và thỏa mãn điều kiện:  $x + y + z = 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{2018 \cdot (x - y)(y - z)(z - x)}{2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2 + 3xyz}$$

2. Rút gọn biểu thức:  $Q = \frac{1 + ax}{1 - ax} \sqrt{\frac{1 - bx}{1 + bx}}$  với  $x = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2a - b}{b}}$  và  $0 < a < b < 2a$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $x\sqrt{2x+3} + 3(\sqrt{x+5} + 1) = 3x + \sqrt{2x^2 + 13x + 15} + \sqrt{2x+3}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + 4y - 13 + (x - 3)\sqrt{2x^2 + y - 4} = 0 \\ (x + y - 3)\sqrt{y} + (y - 1)\sqrt{x + y + 1} = x + 3y - 5 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình  $x^2 + 5y^2 - 4xy + 4x - 4y + 3 = 0$ .

2. Tìm tất cả các số nguyên dương  $(x, y)$  thỏa mãn  $x^2 + 3y$  và  $y^2 + 3x$  là số chính phương.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  ( $A, O, B$  không thẳng hàng). Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $C$ , kẻ tiếp tuyến  $CD, CE$  với  $(O)$ , trong đó  $D, E$  là các tiếp điểm và  $E$  nằm trong  $(O')$ . Đường thẳng  $AD, AE$  cắt  $(O')$  lần lượt tại  $M, N$  ( $M, N$  khác  $A$ ). Đường thẳng  $DE$  cắt  $MN$  tại  $I, OO'$  cắt  $AB$  và  $DI$  lần lượt tại  $H$  và  $F$ .

1. Chứng minh:  $FE \cdot HD = FD \cdot HE$ .

2. Chứng minh:  $MB \cdot EB \cdot DI = IB \cdot AN \cdot BD$ .


3. Chứng minh:  $O'I$  vuông góc với  $MN$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là ba số dương thỏa mãn:  $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} = 6$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$$




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN, CHUYÊN TIN**
**16 Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Phúc, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$ , trong đó  $m$  là tham số,  $x$  là ẩn số.

1. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm.
2. Giả sử phương trình đã cho có hai nghiệm là  $x_1, x_2$ . Chứng minh rằng

$$|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

 Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x^2 - xy = 6 \\ 4x^2 + 4xy - y^2 = m \end{cases}$$
, trong đó  $m$  là tham số  $x, y$  là các ẩn số.

1. Giải hệ phương trình với  $m = 7$ .
2. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hệ phương trình có nghiệm.

**Câu 3.** (3,0 điểm)

 Cho hình thang  $ABCD$  với  $AD, BC$  là hai cạnh đáy,  $BC > AD$ ,  $BC = BD = 1$ ,  $AB = AC$ ,  $CD < 1$ ,  $\widehat{BAC} + \widehat{BDC} = 180^\circ$ ,  $E$  là điểm đối xứng với  $D$  qua đường thẳng  $BC$ .

1. Chứng minh rằng 4 điểm  $A, C, E, B$  cùng nằm trên một đường tròn và  $\widehat{BEC} = 2\widehat{AEC}$ .
2. Đường thẳng  $AB$  cắt đường thẳng  $CD$  tại điểm  $K$ , đường thẳng  $BC$  cắt đường thẳng  $AE$  tại điểm  $F$ . Chứng minh rằng  $FA = FD$  và đường thẳng  $FD$  tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ADK$ .
3. Tính độ dài cạnh  $CD$ .

**Câu 4.** (2,0 điểm)

Cho phương trình:


$$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz \quad (1)$$

 Mỗi bộ số  $(x, y, z)$  trong đó  $x, y, z$  là các số nguyên dương thỏa mãn (1) được gọi là một nghiệm nguyên dương của phương trình (1).

1. Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương có dạng  $(x, y, z)$  của phương trình (1).
2. Chứng minh rằng tồn tại nghiệm nguyên dương  $(a, b, c)$  của phương trình (1) và thỏa mãn điều kiện  $\min\{a; b; c\} > 2017$ . Trong đó ký hiệu  $\min\{a; b; c\}$  là số nhỏ nhất trong ba số  $a, b, c$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho số tự nhiên  $n > 1$  và  $n+2$  là số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_{n+2}$  thỏa mãn điều kiện  $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_{n+2} \leq 3n$ . Chứng minh rằng tồn tại hai số  $a_i, a_j$  ( $1 \leq j < i \leq n+2; i, j \in \mathbb{N}$ ) sao cho  $n < a_i - a_j < 2n$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**17 Sở Giáo dục và Đào tạo Bắc Ninh, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,5 điểm)

Cho biểu thức  $P = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$  và  $Q = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ .

- Rút gọn biểu thức  $P$  và  $Q$ .
- Tìm tất cả các giá trị  $x$  để  $P = Q$ .

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{4a + 6b + 2017c}{4a - 6b + 2017c}$

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + 2y = xy + 4 \\ x^2 - x + 3 - x\sqrt{6} = (y - 3)\sqrt{y - 3} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

1. Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c \leq 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2 + 6a + 3}{a^2 + a} + \frac{b^2 + 6b + 3}{b^2 + b} + \frac{c^2 + 6c + 3}{c^2 + c}$$

2. Cho tam giác vuông có số đo là các số tự nhiên có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của số đo cạnh huyền ta được số đo một cạnh góc vuông. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.


**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O)$  cắt đường thẳng  $BC$  tại  $M$ . Kẻ đường cao  $BF$  của tam giác  $ABC$  ( $F$  thuộc  $AC$ ). Từ  $F$  kẻ đường thẳng song song với  $MA$  cắt  $AB$  tại  $E$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $CE$  và  $BF$ ,  $D$  là giao điểm của  $AH$  và  $BC$ .

- Chứng minh  $AM^2 = MB \cdot MC$  và  $\frac{MC}{MB} = \frac{AC^2}{AB^2}$ .
- Chứng minh rằng  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $D$ .
- Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $E, F, D, I$  cùng nằm trên một đường tròn.
- Từ  $H$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $HI$  cắt  $AB, AC$  lần lượt tại  $P$  và  $Q$ . Chứng minh rằng  $H$  là trung điểm của  $PQ$ .

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho  $2n + 1$  số nguyên, trong đó có đúng một số 0 và các số  $1, 2, 3, \dots, n$  mỗi số xuất hiện đúng hai lần. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  ta luôn sắp xếp được  $2n + 1$  số nguyên trên thành một dãy sao cho với mọi  $m = 1, 2, \dots, n$  có đúng  $m$  số nằm giữa hai số  $m$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**18 Sở Giáo dục và Đào tạo Hưng Yên, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tìm giá trị của  $x$  để  $P = \frac{3}{4}$ .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = (\sqrt{x}-4)(x-1) \cdot P$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

 Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 3x + m - 2$ . Tìm tham số  $m$  để  $(P)$  cắt  $(d)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 - 2xy = 2y - x \\ x^2 + 2x = 9 - y \end{cases}$$
- Giải phương trình  $\sqrt{\frac{1-2x}{x}} = \frac{x^2+3x}{x^2+1}$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Kẻ đường kính  $AN$ , lấy điểm  $N$  trên cung nhỏ  $BN$  ( $M$  khác  $B, N$ ). Kẻ  $MD$  vuông góc với đường thẳng  $BC$  tại  $D$ ,  $ME$  vuông góc với đường thẳng  $AC$  tại  $E$ , kẻ  $MF$  vuông góc với đường thẳng  $AB$  tại  $F$ .

- Chứng minh ba điểm  $D, E, F$  thẳng hàng.
- Chứng minh rằng  $\frac{AB}{MF} + \frac{AC}{ME} = \frac{BC}{MD}$
- Chứng minh rằng  $\frac{FB}{FA} + \frac{EA}{EC} + \frac{DC}{DB} \geq 3$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:  $y^3 - 2x - 2 = x(x+1)^2$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

 Cho ba số dương  $a, b, c$  và thỏa mãn  $a^4b^4 + b^4c^4 + c^4a^4 = 3a^4b^4c^4$ . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^3b+2c^2+1} + \frac{1}{b^3c+2a^2+1} + \frac{1}{c^3a+2b^2+1} \leq \frac{3}{4}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**19 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nam, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

1. 
$$\frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} + \frac{2 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - (\sqrt{2} + 1)$$

2. 
$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x} + 1}\right)(1 + \sqrt{x}) \quad \text{với } x \geq 0$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $x^2 - 17x - 18 = 0$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

 Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P)$  có phương trình  $y = x^2$  và đường thẳng  $(d)$  có phương trình:  $y = mx + m + 2$  ( $m$  là tham số).

 1. Chứng minh rằng đường thẳng  $(d)$  luôn cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  với mọi  $m \in \mathbb{R}$ .

 2. Gọi  $y_1, y_2$  lần lượt là tung độ của  $A$  và  $B$ . Xác định  $m$  để  $y_1 + y_2 = 5$ .

**Câu 4.** (4,0 điểm)

 Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$ , trên  $(O)$  lấy điểm  $C$  bất kỳ ( $C$  khác  $A$  và  $B$ ). Lấy điểm  $D$  bất kỳ thuộc dây  $BC$  ( $D$  khác  $B$  và  $C$ ). Tia  $AD$  cắt cung nhỏ  $BC$  tại  $E$ , tia  $AC$  cắt  $BE$  tại  $F$ .

 1. Chứng minh  $FCDE$  là tứ giác nội tiếp.


 2. Chứng minh  $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$ .

 3. Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $FCDE$ . Chứng minh  $IC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

 4. Cho  $OI = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ . Chứng minh  $\widehat{AFB} = 60^\circ$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho các số thực  $a, b \geq 0$  thỏa mãn  $2a + 3b \leq 1$ . Chứng minh  $36a^3b^3(4a^2 + 9b^2) \leq \frac{1}{32}$ . Đẳng thức xảy ra khi nào?


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**20 Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-1} \right) : \left( \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-x} \right)$  (với  $x > 0$ ;  $x \neq 1$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $Q$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $Q = -1$ .

2. Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x - 2017m^2 - 1 = 0$ . Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1 < x_2$  thỏa mãn  $|x_1| - |x_2| = 2018$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-7} = \sqrt{12-x}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $Y$  trên cạnh  $CA$ ,  $Z$  trên cạnh  $AB$  sao cho  $\widehat{AZY} > 90^\circ$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AYZ$ ,  $S$  là giao điểm khác  $A$  của  $AI$  với đường tròn  $(O)$ .

1. Chứng minh rằng  $\widehat{SAC} = \widehat{AZY} - 90^\circ$ .

2. Gọi  $X$  là giao điểm của  $YZ$  và  $BC$ ,  $M$  là giao điểm khác  $Y$  của các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AYZ$  và  $CXY$ . Chứng minh rằng  $M$  nằm trên đường tròn  $(O)$ .

3. Gọi  $J, K$  là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BZX$  và  $CXY$ ,  $T$  là giao điểm của  $AI$  và  $BJ$ . Chứng minh rằng 6 điểm  $T, O, M, I, J, K$  cùng nằm trên một đường tròn.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho các số dương  $a, b, c$ , chứng minh rằng:

$$\frac{a^4}{b^3(c+2a)} + \frac{b^4}{c^3(a+2b)} + \frac{c^4}{a^3(b+2c)} \geq 1$$

**Câu 5.** (2,0 điểm)

1. Chứng minh rằng không tồn tại các số tự nhiên  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^{16} + y^{16} + 2017 = z^{16}$ .

2.  $A$  và  $B$  chơi một trò chơi,  $A$  chơi trước. Ban đầu có  $n$  viên sỏi. Trong mỗi lượt chơi của mình, người chơi sẽ lấy ra 4, 5 hoặc 7 viên sỏi. Quá trình đó tiếp tục như vậy. Ai đến lượt chơi của mình mà không thể lấy thêm sỏi là thua. Biết cả hai đều là người chơi thông minh, chứng minh rằng nếu  $n$  có dạng  $11k + l$  với  $k, l \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq l \leq 3$  thì  $B$  thắng cuộc.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN DÙNG CHUNG**
**21 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Bình, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho  $A = \left( \frac{1}{x-1} + \frac{3\sqrt{x}+5}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} \right) \left[ \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{4\sqrt{x}} - 1 \right]$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

- Rút gọn  $A$ .
- Đặt  $B = (x - \sqrt{x} + 1)A$ . Chứng minh rằng  $B > 1$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 2x + 2m + 8$  (với  $m$  là tham số).

- Khi  $m = 4$ , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$ .
- Chứng minh rằng đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$  luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$ .  
Tìm  $m$  để  $x_1 + 2x_2 = 2$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} xy^2 + y^2 - 2 = x^2 + 3x \\ x + y - 4\sqrt{y-1} = 0 \end{cases}$$

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho quãng đường  $AB$  dài 300 km. Cùng một lúc xe ô tô thứ nhất xuất phát từ  $A$  đến  $B$ , xe ô tô thứ hai đi từ  $B$  về  $A$ . Sau khi xuất phát được 3 giờ thì hai xe gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi xe, biết thời gian đi cả quãng đường  $AB$  của xe thứ nhất nhiều hơn xe thứ hai là 2 giờ 30 phút.

**Câu 5.** (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  có đường kính  $AB$ . Điểm  $C$  là điểm bất kỳ trên  $(O)$ ,  $C$  không trùng với  $A, B$ . Tiếp tuyến tại  $C$  của  $(O; R)$  cắt tiếp tuyến tại  $A, B$  của  $(O; R)$  lần lượt tại  $P, Q$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $OP$  với  $AC$ ,  $N$  là giao điểm của  $OQ$  với  $BC$ .

- Chứng minh: Tứ giác  $CMON$  là hình chữ nhật và  $AP \cdot BQ = MN^2$ .
- Chứng minh:  $AB$  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính  $PQ$ .
- Chứng minh:  $PMNQ$  là tứ giác nội tiếp. Xác định vị trí điểm  $C$  để đường tròn ngoài tiếp tứ giác  $PMQN$  có bán kính nhỏ nhất.

**Câu 6.** (0,5 điểm)

Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 y^2}{x(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN, TIN**
**22 Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Bình, năm 2017 - 2018**
**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho  $a, b$  là hai số thực bất kì, chứng minh rằng có ít nhất một trong hai phương trình ẩn  $x$  sau vô nghiệm:

$$x^2 + 2ax + 2a^2 - b^2 + 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 2bx + 3b^2 - ab = 0 \quad (1)$$

2. Cho 3 số thực  $x, y, z$  thỏa mãn điều kiện  $x + y + z = 0$  và  $xyz \neq 0$ . Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{x^2}{y^2 + z^2 - x^2} + \frac{y^2}{z^2 + x^2 - y^2} + \frac{z^2}{x^2 + y^2 - z^2}$$

**Câu 2. (2,5 điểm)**

1. Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 + 4x + 12} = 2x - 4 + \sqrt{x + 1}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4xy\left(\frac{2}{x-y} - 1\right) = 4(4 + xy) \\ \sqrt{x-y} + 3\sqrt{y^2 - y + 1} = 2y^2 - x + 3 \end{cases}$$

**Câu 3. (1,0 điểm)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn phương trình:  $x^3 - y^3 = 6xy + 3$

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$  và có hai tia  $BA$  và  $CD$  cắt nhau tại  $E$ , hai tia  $AD$  và  $BC$  cắt nhau tại  $F$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ . Các đường phân giác trong của các góc  $\widehat{BEC}$  và góc  $\widehat{BFA}$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh rằng:

1.  $\widehat{DEF} + \widehat{DFE} = \widehat{ABC}$  và tam giác  $EKF$  là tam giác vuông.

2.  $EM \cdot BD = EN \cdot AC$ .


3. Ba điểm  $K, M, N$  thẳng hàng.

**Câu 5. (1,5 điểm)**

1. Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức sau:

$$\frac{1}{a\sqrt{3a+2b}} + \frac{1}{b\sqrt{3b+2c}} + \frac{1}{c\sqrt{3c+2a}} \geq \frac{3}{\sqrt{5abc}}$$

2. Cho 5 số tự nhiên phân biệt sao cho tổng của ba số bất kỳ trong chúng lớn hơn tổng của hai số còn lại. Chứng minh rằng cả 5 số đã cho đều không nhỏ hơn 5.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN XÃ HỘI**
**23 Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{2-x}} - \frac{5}{x-1}$ .
2. Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của đường thẳng  $y = 2x + 3$  với trục  $Oy$ .
3. Với những giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = (1 - m^2)x + 2017m$  đồng biến?
4. Tam giác đều  $ABC$  có diện tích hình tròn ngoại tiếp bằng  $3\pi \text{ cm}^2$ . Tính độ dài cạnh của tam giác đó.

**Câu 2.** (1,5 điểm)

 Cho biểu thức  $A = \frac{x-1}{(x+\sqrt{x})(x-\sqrt{x}+1)} : \frac{1}{x^2+\sqrt{x}}$  (với  $x > 0$ ).

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .
2. Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để  $\frac{1}{A}$  là một số nguyên.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Cho phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$  (1) (với  $m$  là tham số).
  - a. Giải phương trình (1) với  $m = 2$ .
  - b. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2mx_2 - 3x_1x_2 - 3 = 0$ .
2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{x+3} = 5 - \sqrt{x^2+3} \\ \sqrt{3x+6} + \sqrt{x+y-4} = 5 \end{cases}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $AB < AC$ . Các tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $M$ . Đường thẳng qua  $M$  song song với  $AB$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $D$  và  $E$  ( $D$  thuộc cung nhỏ  $BC$ ), cắt  $BC$  tại  $F$ , cắt  $AC$  tại  $I$ .

1. Chứng minh tứ giác  $MBIC$  nội tiếp đường tròn.
2. Đường thẳng  $OI$  cắt  $(O)$  tại  $P$  và  $Q$  ( $P$  thuộc cung nhỏ  $AB$ ), đường thẳng  $QF$  cắt  $(O)$  tại  $T$  ( $T$  khác  $Q$ ).  
Chứng minh rằng:
  - a.  $FI \cdot FM = FT \cdot FQ$ .
  - b.  $PM \perp TQ$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

1. Giải phương trình  $x^2 + x - 4 + (x+6)\sqrt{x+2} = 0$ .
2. Cho các số thực  $x, y, z \in [0; 1]$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = x + y^{2017} + z^{2018} - xy - yz - zx$$





## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TỰ NHIÊN

**24 Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ .
2. Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của đường thẳng  $y = -2x + 3$  với trục  $Ox$ .
3. Với những giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = (m - 1)x + 2017m$  nghịch biến?
4. Tam giác đều  $ABC$  có bán kính đường ngoại tiếp bằng  $2\sqrt{3}$  cm. Tính độ dài cạnh của tam giác đó.

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{x-1}{(x+\sqrt{x})(x-\sqrt{x}+1)} : \frac{1}{x^2+\sqrt{x}}$  (với  $x > 0$ ).

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .
2. Tìm các giá trị của  $x$  để  $A(\sqrt{x}+1) > 0$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Cho phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$  (1) (với  $m$  là tham số).
  - a. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (1) có nghiệm  $x = 3$ .
  - b. Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2mx_2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$ .
2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{x+3} = 7 - \sqrt{x^2+3} \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{7-y} = y^2 - 6y + 13 \end{cases}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $AB < AC$ . Các tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $M$ . Đường thẳng qua  $M$  song song với  $AB$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $D$  và  $E$  ( $D$  thuộc cung nhỏ  $BC$ ), cắt  $BC$  tại  $F$ , cắt  $AC$  tại  $I$ .

1. Chứng minh năm điểm  $M, B, O, I, C$  cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh  $\frac{FI}{FE} = \frac{FD}{FM}$ .
3. Đường thẳng  $OI$  cắt  $(O)$  tại  $P$  và  $Q$  ( $P$  thuộc cung nhỏ  $AB$ ), đường thẳng  $QF$  cắt  $(O)$  tại  $T$  ( $T$  khác  $Q$ ).  
Tính tỉ số  $\frac{TQ^2 + TM^2}{MQ^2}$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn  $a \geq -2, b \geq -2$  và  $a + b + 2c = 6$ . Chứng minh rằng:

1.  $a^2 + b^2 + 4ab + 16 \geq 4c^2 - 16c + 20$ .
2.  $\frac{4-b^2}{4[(c-2)^2+1]} - \frac{a^2}{(a-b)^2+6ab+16} + 5 \geq 0$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**25 Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên  $x$  thỏa mãn  $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - 1\right) \geq 1$
2. Với  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn các điều kiện  $a + b + c = 3$  và  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$ . Tính giá trị biểu thức  $P = (a-3)^{2017} \cdot (b-3)^{2018} \cdot (c-3)^{2019}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x^2+6x+5} + 1) = 4$ .
2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+3y+2} - 3\sqrt{y} = \sqrt{x+2} \\ x^2 - 3x - 4\sqrt{y} + 10 = 0 \end{cases}$$

**Câu 3.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$ , từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB$  và  $AC$  với đường tròn  $(O)$  ( $B, C$  là các điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $AO$  và  $BC$ ,  $I$  là trung điểm của  $BH$ . Đường thẳng qua  $I$  vuông góc với  $OB$  cắt  $(O)$  tại hai điểm  $D, K$  ( $D$  thuộc cung nhỏ  $BC$ ). Tia  $AD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $E$ ,  $DK$  cắt  $BE$  tại  $F$ .

1. Chứng minh tứ giác  $ICEF$  nội tiếp.
2. Chứng minh  $\widehat{DBH} = 2\widehat{DKH}$ .
3. Chứng minh rằng  $BD \cdot CE = BE \cdot CD$  và  $BF \cdot CE^2 = BE \cdot CD^2$ .

**Câu 4.** (1,5 điểm)


1. Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn phương trình  $x^3 + 1 = 4y^2$ .
2. Tìm các số tự nhiên  $x$  thỏa mãn biểu thức  $x^4 - x^2 - 10x - 25$  là số nguyên tố.

**Câu 5.** (1,5 điểm)

1. Xét các số thực  $a, b, c$  không âm, khác 1 và thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ca} + (a+b)(4+5c)$$

2. Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp đường tròn tâm  $(O)$  bán kính  $R = 4$  cm ( $O$  nằm trong tứ giác  $ABCD$ ). Xét 33 điểm phân biệt nằm trong tứ giác  $ABCD$  sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng trong 33 điểm đó luôn tìm được 3 điểm là ba đỉnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  cm<sup>2</sup>.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**26 Sở Giáo dục và Đào tạo Ninh Bình, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho  $P = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} + \frac{5\sqrt{a}+2}{4-a}$  ( $a \geq 0, a \neq 4$ ).

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tính giá trị biểu thức  $P$  khi  $a = \sqrt[3]{1 + \frac{\sqrt{84}}{9}} + \sqrt[3]{1 - \frac{\sqrt{84}}{9}}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình:  $(\sqrt{x+4} - \sqrt{x-1})(\sqrt{x^2+3x-4} + 1) = 5$ .
- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3 - 3x = y^3 + y \\ x^2 = y^2 + 3 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Cho các số hữu tỉ  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 2017$ .  
 Chứng minh rằng:  $\sqrt{(a^2 + 2017)(b^2 + 2017)(c^2 + 2017)}$  là một số hữu tỉ.
- Tìm  $x, y$  nguyên dương thỏa mãn  $7x^2 + 3y^2 = 714$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)


Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A, B$  ( $O, O'$  thuộc hai nửa mặt phẳng bờ  $AB$ ). Tiếp tuyến chung gần  $B$  của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc với  $(O)$  và  $(O')$  tại  $C, D$ . Qua  $A$  kẻ đường thẳng song song với  $CD$  lần lượt cắt  $(O)$  và  $(O')$  tại  $M, N$  ( $M, N$  khác  $A$ ). Các đường thẳng  $CM$  và  $DN$  cắt nhau tại  $E$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là giao của đường thẳng  $MN$  với đường thẳng  $BC$  và đường thẳng  $BD$ . Chứng minh rằng:

- Đường thẳng  $AE$  vuông góc với đường thẳng  $CD$ .
- Tứ giác  $BCED$  nội tiếp.
- Tam giác  $EPQ$  là tam giác cân.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 2018$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{a + \sqrt{2018a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2018b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2018c + ab}}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**27 Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho biểu thức:  $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ 

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $A$  nhận giá trị nguyên.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ ; cho ba đường thẳng  $(d_1) : y = -x - 5$ ;  $(d_2) : y = 3x - 13$ ;  $(d_3) : y = mx + 3$  (với  $m$  là tham số). Tìm tọa độ giao điểm  $I$  của đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ ; với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $(d_3)$  đi qua điểm  $I$ .

- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} |x-1| + 2\sqrt{y+2} = 5 \\ 3\sqrt{y+2} - |x-1| = 5 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Tìm  $m$  để phương trình  $(m-1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  phân biệt  $x_1, x_2$  khác không thỏa mãn  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0$ .
- Giải phương trình  $x\sqrt{x-2} = 9 - 5x$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)


 Cho đường tròn  $(O)$  với tâm  $O$  có bán kính  $R$  đường kính  $AB$  cố định,  $M$  là một điểm di động trên  $(O)$  sao cho  $M$  không trùng với các điểm  $A$  và  $B$ . Lấy đối xứng với  $O$  qua  $A$ . Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $C$  cắt đường thẳng  $AM$  tại  $N$  đường thẳng  $BN$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $E$ . Các đường thẳng  $BM$  và  $CN$  cắt nhau tại  $F$ .

- Chứng minh ba điểm  $A, E, F$  thẳng hàng và tứ giác  $MENF$  nội tiếp.
- Chứng minh:  $AM \cdot AN = 2R^2$ .
- Xác định vị trí của điểm  $M$  trên đường tròn  $(O)$  để tam giác  $BNF$  có diện tích nhỏ nhất.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} > 1$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN**
**28 Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

$$1. S = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2017 \cdot 2018}$$

2. Cho các số thực  $m, n, p, x, y, z$  thỏa mãn các điều kiện:

$$x = ny + pz; y = mx + pz; z = mx + ny; x + y + z \neq 0$$

Chứng minh rằng:  $\frac{1}{1+m} + \frac{1}{1+n} + \frac{1}{1+p} = 2$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

$$1. \text{Giải phương trình } \sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - 1 = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{2}}$$

$$2. \text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{y}}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{\sqrt{y}} - 3 \\ x^3 - xy - 9x + 12 = 0 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $a$  thì biểu thức  $A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$  cũng là một số tự nhiên.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $5x^2 + 8y^2 = 20412$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  cố định và  $D$  là chân đường phân giác trong góc  $A$  của tam giác. Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $ABD$  và tam giác  $ACD$ .

1. Chứng minh  $\widehat{AEO} = \widehat{ADC}$  và tứ giác  $AEOF$  là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh tam giác  $OEF$  là tam giác cân.

3. Khi  $B, C$  cố định và  $A$  di động ( $O$ ) ( $A \neq B, A \neq C$ ), chứng minh tứ giác  $AEOF$  có diện tích không đổi.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng, có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng mà mỗi đường trong số các đường thẳng đó đều cắt được đúng 2018 đường thẳng khác?


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**29 Sở Giáo dục và Đào tạo Nghệ An, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (7,0 điểm)

1. Giải phương trình  $3x + 7\sqrt{x-4} = 14\sqrt{x+4} - 20$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 6x + 4y + 2 = (x+1)^2 \\ 6y + 4x - 2 = (y-1)^2 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn  $S(n) = n^2 - 2017n + 10$ , với  $S(n)$  là tổng các chữ số của  $n$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $c \geq a$ . Chứng minh rằng

$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 + \left(\frac{b}{b+c}\right)^2 + 4\left(\frac{c}{c+a}\right)^2 \geq \frac{3}{2}$$

**Câu 4.** (7,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại  $A$  và  $B$ . Trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $M$  khác  $A$ . Qua  $M$  kẻ các tiếp tuyến  $MC, MD$  với  $(O')$  ( $C, D$  là các tiếp điểm và  $D$  nằm trong  $(O)$ ).

1. Chứng minh  $AD \cdot BC = AC \cdot DB$ .
2. Các đường thẳng  $AC, AD$  cắt  $(O)$  lần lượt tại  $E, F$  ( $E, F$  khác  $A$ ). Chứng minh đường thẳng  $CD$  đi qua trung điểm của  $EF$ .
3. Chứng minh đường thẳng  $EF$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  thay đổi.

**Câu 5.** (2,0 điểm)

Trong đường tròn  $(O)$  có bán kính bằng 21 đơn vị, cho 399 điểm bất kì  $A_1, A_2, \dots, A_{399}$ . Chứng minh rằng tồn tại vô số hình tròn có bán kính bằng 1 đơn vị nằm trong đường tròn  $(O)$  và không chứa điểm nào trong 399 điểm  $A_1, A_2, \dots, A_{399}$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 HỆ CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH**
**30 THPT chuyên Đại học Vinh, năm 2017 - 2018 (vòng 1)**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

 Cho các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $a + b = 5, ab = 2$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left( \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \sqrt{ab} \right)$$

**Câu 2.** (1,0 điểm)

 Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $2(x_1 + x_2) + x_1^2 x_2^2 = 0$ .

**Câu 3.** (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + xy = 36 \\ y^2 + yx = 45 \end{cases}$$

2. Giải phương trình  $2\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = \sqrt{2x^2+11x-2}$

**Câu 4.** (4,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  có ba góc đều nhọn, nội tiếp trong đường tròn  $(O)$ . Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Vẽ hình bình hành  $BHCQ$ .

- Tứ giác  $ABQC$  là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh rằng  $\widehat{BAH} = \widehat{CAO}$
- Gọi  $M$  là giao điểm của  $HQ$  và  $BC$ ,  $G$  là giao điểm của  $AM$  với  $OH$ . Chứng minh rằng  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- Chứng minh rằng nếu  $OG$  song song với  $BC$  thì  $\tan \widehat{AQB} \cdot \tan \widehat{AQC} = 3$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Chứng minh rằng:

$$5(x + y + z) + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} \geq 18$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN**
**31 Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Tĩnh, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0, thỏa mãn  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ . Chứng minh  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ .

**Câu 2.** (2,5 điểm)

1. Giải phương trình  $4x^2 = (3x - 2)(\sqrt{2x + 1} - 1)^2$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = xy + x + y \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 4x - 4y \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,5 điểm)

1. Cho phương trình  $(x - a)^2 [a(x - a)^2 - a - 1] + 1 = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  để phương trình có số nghiệm dương nhiều hơn số nghiệm âm.

2. Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn  $\frac{1}{1+a} + \frac{2017}{2017+b} + \frac{2018}{2018+c} \leq 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = abc$ .

**Câu 4.** (2,5 điểm)

Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ ,  $M$  là một điểm bất kỳ thuộc cạnh  $AB$  ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ). Gọi  $E$  là giao điểm của tia  $CM$  và tia  $DA$ . Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $F$  sao cho  $BF = DE$ . Gọi  $N$  là trung điểm của đoạn  $EF$ .


1. Chứng minh hai tam giác  $EAC$  và  $NCB$  đồng dạng.

2. Xác định vị trí điểm  $M$  trên cạnh  $AB$  sao cho diện tích tứ giác  $ACFE$  gấp sáu lần diện tích hình vuông  $ABCD$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng, có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng mà mỗi đường trong số các đường thẳng đó đều cắt được đúng 2018 đường thẳng khác?




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**32 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Bình, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$P = \left(1 - \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9}\right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} - 2}{3 + \sqrt{x}} - \frac{9 - x}{x + \sqrt{x} - 6}\right) \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 9, x \neq 4$$

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 1$ .

**Câu 2.** (2,5 điểm)

- Giải phương trình:  $x^2 - 6\sqrt{4x + 1} + 14 = 0$ .
- Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = mx + 1$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  có diện tích bằng  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{x + 3\sqrt{x - 1} + 1}{x + 4\sqrt{x - 1} + 2}$  (với  $x \geq 1$ ).

**Câu 4.** (1,0 điểm)

 Tìm các số nguyên  $n$  sao cho  $n - 2000$  và  $n - 2011$  đều là số chính phương.

**Câu 5.** (3,5 điểm)

 Cho đường tròn  $(O; R)$  cố định và hai điểm  $A, B$  cố định trên đường tròn. Điểm  $C$  thay đổi trên  $(O; R)$  sao cho tam giác  $ABC$  nhọn. Hạ các đường cao  $AD, BE$  của tam giác  $ABC$ . Các tia  $AD, BE$  lần lượt cắt  $(O; R)$  tại các điểm  $M, N$ .

- Chứng minh rằng: Bốn điểm  $A, E, D, B$  cùng nằm trên một đường tròn. Tìm tâm  $I$  của đường tròn đó.
- Chứng minh rằng:  $MN \parallel DE$ .
- Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CED$  không đổi khi  $C$  thay đổi trên cung  $AB$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**33 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Trị, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ 
**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho biểu thức  $P = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} + \frac{1}{x+y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  trong các trường hợp sau:

- $x, y$  là các số thực dương.
- $x, y$  là các số nguyên dương.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $2\sqrt{3-x} + \sqrt{2+x} = 5$ .

2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^3 + y^2 + 1 = 3xy \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 5 \end{cases}$ 
**Câu 4.** (1,5 điểm)

1. Tìm chữ số tận cùng của  $a = (2017^6)^4$ .

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên  $(x, y)$  của phương trình:

$$7(x+y) = 2(x^2 + xy + y^2)$$


**Câu 5.** (2,5 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $BC$ .  $A$  là một điểm trên đường tròn ( $A$  khác  $B, C$ ),  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$ . Vẽ đường tròn  $(I)$  đường kính  $AH$  cắt  $AB$  và  $AC$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ .

- Chứng minh tứ giác  $BMNC$  nội tiếp đường tròn.
- Vẽ đường kính  $AK$  của đường tròn  $(O)$ . Gọi  $E$  là trung điểm của  $HK$ . Chứng minh rằng  $EM = EN$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn.  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Kẻ  $BH \perp AC$  ( $H \in AC$ ). Đường thẳng vuông góc với  $AM$  tại  $A$  cắt  $BH$  tại  $E$ . Gọi  $F$  là điểm đối xứng với  $E$  qua  $A$ ,  $K$  là giao điểm của  $CF$  và  $AB$ . Chứng minh rằng  $M$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CHK$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN**
**34 Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

1. Cho biểu thức  $P(x) = \frac{1}{x} + \frac{9-x}{x+3\sqrt{x}}$ ,  $Q(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ . Tìm số nguyên  $x$  nhỏ nhất thỏa mãn  $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq \frac{1}{2}$ .

2. Tính giá trị biểu thức  $F = \frac{2x^4 - 21x^3 + 55x^2 - 32x - 4012}{x^2 - 10x + 20}$  khi  $x = 5 - \sqrt{3}$  (không sử dụng máy tính cầm tay).

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = x^2$ , đường thẳng  $(d)$  có hệ số góc  $k$  và đi qua điểm  $M(0; 1)$ . Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $k$ ,  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện  $|x_1 - x_2| \geq 2$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ x^2 + 2y^2 = x + 4y \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)\sqrt{x^2+1} + m^2 - m - 2 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số).

1. Giải phương trình (1) khi  $m = 0$ .

2. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  có tâm  $O$  và hai điểm  $C, D$  trên  $(O)$  sao cho ba điểm  $C, O, D$  không thẳng hàng. Gọi  $Ct$  là tia đối của tia  $CD$ ,  $M$  là điểm tùy ý trên  $Ct$ ,  $M$  khác  $C$ . Qua  $M$  kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn  $(O)$  ( $A$  và  $B$  là các tiếp tuyến,  $B$  thuộc cung nhỏ  $\widehat{CD}$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ ,  $H$  là giao điểm của đường thẳng  $MO$  và đường thẳng  $AB$ .

1. Chứng minh tứ giác  $MAIB$  nội tiếp.


2. Chứng minh đường thẳng  $AB$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  di động trên tia  $Ct$ .

3. Chứng minh  $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$

**Câu 5.** (2,0 điểm)

1. Cho  $a, b, c$  là các số dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện  $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $E = \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a}$

2. Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  sao cho  $n^2 + 3^n$  là một số chính phương.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TIN**
**35 Sở Giáo dục và Đào tạo Thừa Thiên Huế, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

 Cho biểu thức  $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$  với  $a > 0, a \neq 1$ .

1. Chứng minh rằng  $M > 4$ .
2. Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để biểu thức  $N = \frac{6}{M}$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

 Cho parabol  $(P) : y = 2x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = ax + b$ .

1. Tìm điều kiện của  $b$  sao cho với mọi số thực  $a$ , parabol  $(P)$  luôn cắt đường thẳng  $(d)$  tại hai điểm phân biệt.
2. Gọi  $A$  là giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  có hoành độ bằng 1,  $B$  là giao điểm của  $(d)$  và trục tung. Biết rằng tam giác  $OAB$  có diện tích bằng 2, tìm  $a, b$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Cho phương trình  $x^2 - 2(m+3)x + 2m+5 = 0$  ( $x$  là ẩn số). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \frac{4}{3}$ .
2. Giải phương trình:  $\frac{1}{x^2-x-2} + \frac{3}{x^2+3x-2} = \frac{1}{x}$ .


**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho đường tròn  $(O; R)$  và hai đường kính  $AB, CD$  vuông góc với nhau,  $M$  là điểm trên cung  $CD$  không chứa  $A$  của  $(O; R)$  ( $M$  không trùng với hai điểm  $C$  và  $D$ ). Đường thẳng  $AM$  cắt  $CD$  tại  $N$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CMN$ . Đường thẳng  $IM$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $K$ .

1. Chứng minh tam giác  $INC$  vuông cân tại  $I$ . Từ đó suy ra ba điểm  $I, B, C$  thẳng hàng.
2. Tính tỉ số  $\frac{R^2 - OI^2}{IM \cdot IK}$ .
3. Tìm vị trí của điểm sao cho tích  $IM \cdot IK$  có giá trị lớn nhất.

**Câu 5.** (2,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên  $x, y, z$  không âm thỏa mãn  $xyz + xy + yz + zx + x + y + z = 2017$ .
2. Bên trong hình vuông cạnh bằng 1, lấy 9 điểm phân biệt tùy ý sao cho không có bất kỳ 3 điểm nào trong chúng thẳng hàng. Chứng minh rằng tồn tại 3 trong số đó tạo thành một tam giác có diện tích không vượt quá  $\frac{1}{8}$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**36 Sở Giáo dục và Đào tạo Đà Nẵng, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Giải bất phương trình:

$$\left( \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x+1}} \geq 2017 + \sqrt{2017}$$

 2. Cho các số dương  $x, y$  thỏa mãn  $x = 4y + \sqrt{2xy}$ . Tính  $P = \frac{\sqrt[3]{xy}(3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{y})}{\sqrt{2xy}}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

 1. Cho phương trình  $x^2 + 2(2m-1)x - 3m = 0$  với  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức  $Q = \frac{2(x_1^2 + x_2^2)}{x_1 + x_2}$  đạt giá trị nguyên.

 2. Cho phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn điều kiện  $a \neq 0$  và  $2a + b + c = 0$ . Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Tìm các nghiệm đó khi biểu thức  $T = (x_1 - x_2)^2 + 2(x_1 + x_2)$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

 1. Giải phương trình  $(x+1)^3 = (x^4 + 3x^3)\sqrt{x+3}$ .

 2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ 2x^6 - 1 = xy(2x^2y^2 - 3) \end{cases}$$
**Câu 4.** (1,0 điểm)

 Cho các điểm  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2n}$  ( $n \geq 2$ ) được sắp xếp theo thứ tự đó trên đường tròn ( $O$ ) và chia đường tròn thành  $2n$  cung tròn bằng nhau. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương  $k$  thỏa mãn điều kiện  $2 < k \leq n+1$  ta đều có hai dây cung  $A_1A_k$  và  $A_2A_{k+n-1}$  vuông góc với nhau.

**Câu 5.** (2,0 điểm)


 1. Cho tam giác nhọn  $ABC$  cân tại  $A$ , nội tiếp đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AD$ . Hai đoạn thẳng  $BC$  và  $AD$  cắt nhau ở  $I$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đoạn thẳng  $CI$  ( $M$  khác  $C$  và  $I$ ). Đường thẳng qua  $M$  song song với  $BD$  cắt  $CD$  tại  $K$ ; đường thẳng qua  $M$  song song với  $CD$  cắt  $BD$  tại  $Q$ . Chứng minh rằng  $AM$  vuông góc với  $QK$ .

 2. Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC < BC$ , nội tiếp đường tròn tâm  $O$  và có trục tâm  $H$ . Đường thẳng  $AH$  cắt hai đường thẳng  $BC$  và  $CO$  lần lượt tại  $D$  và  $E$ . Chứng minh rằng hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác  $ACD$  và  $CEH$  tiếp xúc nhau.

**Câu 6.** (1,0 điểm)

 Cho  $a, b$  thỏa mãn  $|a| \geq 2; |b| \geq 2$ . Chứng minh rằng

$$(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq (a + b)(ab + 1) + 5$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**37 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Nam, năm 2017 - 2018**

**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho  $P = \frac{7\sqrt{x} + 1}{x + 5\sqrt{x} + 4} - \frac{2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 4} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$  với  $x \geq 0$ .

1. Chứng minh rằng  $P = \frac{8 - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4}$ .
2. Tính các giá trị nguyên của  $x$  để  $P$  nhận giá trị nguyên.
3. Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 2x + 2$ . Đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$ .

1. Xác định tọa độ các điểm  $A, B$ .
2. Tính diện tích tam giác  $OAB$  với  $O$  là gốc tọa độ.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x + 1} = \sqrt{x^3 - 1} + 1$ .

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (x - y)^2 - 3(x - y) = -2 \\ x + 2y = x + 4y \end{cases}$$

**Câu 4.** (1,5 điểm)


Cho hình thang  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ).  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $AM$  và  $BD$ ;  $F$  là giao điểm của  $BM$  và  $AC$ .

1. Chứng minh  $\frac{EM}{EA} = \frac{FM}{FB}$ .
2. Đường thẳng  $EF$  cắt  $AD$  và  $BC$  theo thứ tự tại  $K$  và  $H$ . Chứng minh  $KE = EF = FH$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$ ;  $d$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $B$ .  $CD$  là đường kính bất kỳ không trùng với  $AB$ . Gọi giao điểm của  $AC, AD$  với  $d$  theo thứ tự là  $M, N$ .

1. Chứng minh  $CDNM$  là tứ giác nội tiếp.
2. Trong trường hợp  $AC = R$ , tính diện tích tam giác  $AMN$  theo  $R$ .
3. Xác định vị trí của đường kính  $CD$  để độ dài đoạn thẳng  $MN$  nhỏ nhất.
4. Gọi  $G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $CDMN$ . Khi đường kính  $CD$  quay xung quanh điểm  $O$  thì  $G$  di động trên đường nào?


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**38 Sở Giáo dục và Đào tạo Quảng Ngãi, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình  $(x - 1)(x + 2) + 2\sqrt{x^2 + x + 1} = 0$ .
- Cho  $x, y$  là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\left| \frac{x+y}{2} - \sqrt{xy} \right| + \left| \frac{x+y}{2} + \sqrt{xy} \right| = |x| + |y|$$

Đẳng thức trên còn đúng hay không nếu  $x, y$  là các số thực âm? Tại sao?

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Giả sử  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện  $n^2 + n + 3$  là số nguyên tố. Chứng minh rằng  $n$  chia 3 dư 1 và  $7n^2 + 6n + 2017$  không phải là số chính phương.
- Tìm tất cả các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn phương trình  $2x^2 + 4y^2 - 4xy + 2x + 1 = 2017$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Cho đa thức  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 15x - 11$  và các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $P(a) = 1$  và  $P(b) = 5$ . Tính giá trị của biểu thức  $a + b$ .
- Giả sử  $x, y$  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện  $x(xy + 1) = 2y^2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $H = \frac{y^4}{1 + y^2 + y^4(x^4 + x^2)}$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

- Cho hai điểm  $A, B$  phân biệt nằm trong góc nhọn  $xOy$  sao cho  $\widehat{xOA} = \widehat{yOB}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các tia  $Ox, Oy$  và  $P, Q$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên các tia  $Ox, Oy$ . Giả sử  $M, N, P, Q$  đôi một phân biệt. Chứng minh rằng bốn điểm  $M, N, P, Q$  cùng nằm trên một đường tròn.
- Cho tam giác  $ABC$  không cân, có ba góc nhọn. Một đường tròn qua  $B, C$  cắt các cạnh  $AC, AB$  lần lượt tại  $D, E$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BD, CE$ .
  - Chứng minh rằng các tam giác  $ABD, ACE$  đồng dạng với nhau và  $\widehat{MAB} = \widehat{NAC}$ .
  - Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên  $AB$ ,  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $N$  lên  $AC$  và  $I$  là trung điểm của  $MN$ . Chứng minh rằng tam giác  $HIK$  cân.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho 9 số nguyên dương đôi một phân biệt, các số đó đều chỉ chứa các ước số nguyên tố gồm 2, 3, 5. Chứng minh trong 9 số đã cho tồn tại 2 số mà tích của chúng là một số chính phương.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN DÙNG CHUNG**
**39 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Định, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm  $x$  để  $A = 4$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = (2m - 1)x - m + 2$  ( $m$  là tham số).

- Chứng minh rằng với mọi  $m$  đường thẳng  $(d)$  luôn cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt.
- Tìm các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  thỏa mãn  $x_1y_1 + x_2y_2 = 0$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Hai thành phố  $A$  và  $B$  cách nhau 450 km. Một ô tô đi từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc không đổi trong một thời gian dự định. Khi đi, ô tô tăng vận tốc hơn dự kiến 5 km/h nên đã đến sớm hơn 1 giờ với thời gian dự định. Tính vận tốc dự kiến ban đầu của ô tô.

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$ , dây  $BC$  không phải là đường kính. Các tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $B$  và  $C$  cắt nhau ở  $A$ . Lấy điểm  $M$  trên cung nhỏ  $BC$  ( $M$  khác  $B$  và  $C$ ), gọi  $I, H, K$  lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ  $M$  xuống  $BC, CA$  và  $AB$ .

- Chứng minh các tứ giác  $BKMI, CHMI$  nội tiếp.
- Chứng minh  $MI^2 = MK \cdot MH$ .
- Giả sử  $BM$  cắt  $IK$  tại  $D, CM$  cắt  $IH$  tại  $E$ . Chứng minh  $DE \parallel BC$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b, c \in [0; 1]$ . Chứng minh rằng  $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$ .




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN**
**40 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Định, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

 Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \frac{x^2-2x+1}{2}$ 

1. Tìm điều kiện của  $x$  để biểu thức  $A$  có nghĩa. Rút gọn  $A$ .
2. Tìm  $x$  để  $A \geq 0$ .
3. Tìm giá trị lớn nhất của  $A$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình sau:  $4x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 2x + 1 = 0$ .
2. Chứng minh rằng nếu số tự nhiên  $\overline{abc}$  là số nguyên tố thì  $b^2 - 4ac$  không là số chính phương.

**Câu 3.** (1,0 điểm)


 Cho đa thức  $f(x) = x^2 - 2(m+2)x + 6m + 1$  ( $m$  là tham số). Bằng cách đặt  $x = t + 2$ . Tính  $f(x)$  theo  $t$  và tìm điều kiện của  $m$  để phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm lớn hơn 2.

**Câu 4.** (4,0 điểm)

1. Cho đường tròn ( $T$ ) tâm  $O$  đường kính  $AB$ , trên tiếp tuyến tại  $A$  lấy một điểm  $P$  khác  $A$ ,  $K$  thuộc đoạn  $OB$  ( $K$  khác  $O$  và  $B$ ). Đường thẳng  $PK$  cắt đường tròn ( $T$ ) tại  $C$  và  $D$  ( $C$  nằm giữa  $P$  và  $D$ ),  $H$  là trung điểm của  $CD$ .
  - a. Chứng minh tứ giác  $AOHP$  nội tiếp được đường tròn.
  - b. Kẻ  $ID$  song song với  $PO$ , điểm  $I$  thuộc  $AB$ , chứng minh  $\widehat{PDI} = \widehat{BAH}$ .
  - c. Chứng minh đẳng thức  $PA^2 = PC \cdot PD$ .
  - d.  $BC$  cắt  $OP$  tại  $J$ , chứng minh  $AJ$  song song với  $DB$ .
2. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Từ điểm  $I$  thuộc miền trong tam giác, kẻ  $IM \perp BC$ , kẻ  $IN \perp AC$ ,  $IK \perp AB$ . Tìm vị trí của  $I$  sao cho tổng  $IM^2 + IN^2 + IK^2$  nhỏ nhất.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $xyz \leq 1$ . Chứng minh rằng  $\frac{x(1-y^3)}{y^3} + \frac{y(1-z^3)}{z^3} + \frac{z(1-x^3)}{x^3} \geq 0$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN DÙNG CHUNG**
**41 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Thuận, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$  với  $x > 0$ .

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $A$  có giá trị nguyên.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

 Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P) : y = \frac{1}{4}x^2$ .

- Vẽ  $(P)$ .
- Đường thẳng  $(d) : y = x + \frac{5}{4}$  cắt  $(P)$  tại  $M$  và  $N$ . Tính diện tích tam giác  $OMN$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình:  $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 4) = 24$ .
- Cho phương trình:  $x^2 - (m+1)x - 3m + 2 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn  $3x_1 + 2x_2 = 5$ .

**Câu 4.** (4,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Gọi  $AD, BE, CF$  là các đường cao của tam giác  $ABC$ ,  $H$  là giao điểm của  $AD$  và  $BE$ .

- Chứng minh tứ giác  $BFHD$  nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $FH$  là tia phân giác của  $\widehat{EFD}$ .
- Gọi  $I$  là giao điểm của  $AD$  và  $EF$ . Chứng minh:  $IH \cdot AD = HD \cdot AI$ .
- Giả sử bốn điểm  $B, H, O, C$  cùng nằm trên một đường tròn. Tính theo  $R$  độ dài đoạn  $EF$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $xyz \leq 1$ . Chứng minh rằng  $\frac{x(1-y^3)}{y^3} + \frac{y(1-z^3)}{z^3} + \frac{z(1-x^3)}{x^3} \geq 0$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TOÁN**
**42 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Thuận, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} y^2 + 1 = xy \\ x^2 + y^2 + 1 + 2(x + y) = 0 \end{cases}$$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho  $n$  là số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  thỏa mãn  $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  chia hết cho 6. Chứng minh rằng  $P = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \dots + a_n^3$  cũng chia hết cho 6.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn:  $x + y + z + xyz = 4$ . Chứng minh

$$\left(1 + xy + \frac{y}{z}\right) \left(1 + yz + \frac{z}{x}\right) \left(1 + zx + \frac{x}{y}\right) \geq 27$$


**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) có  $AD$  là đường cao,  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Tia  $BH$  cắt đường tròn đường kính  $AC$  tại  $E, F$  sao cho  $BE < BF$ , tia  $CH$  cắt đường tròn đường kính  $AB$  tại  $G, K$  sao cho  $CG < CK$ , đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EDG$  cắt  $BC$  tại điểm thứ hai là  $P$ .

1. Chứng minh  $A$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $KEGF$ .
2. Chứng minh ba điểm  $P, E, K$  thẳng hàng.
3. Giả sử bốn điểm  $K, D, P, F$  cùng nằm thuộc một đường tròn.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Trong ngày quốc tế thiếu nhi 1/6 vừa qua, có 97 em nhỏ đến từ 3 trường của một huyện miền núi được nhận mỗi em một món quà. Biết rằng chỉ có 4 loại quà được phát ra nếu trong 5 em nhỏ bất kì đến từ một trường nhận cùng một loại quà thì có 2 em cùng tuổi. Chứng minh rằng luôn có 3 em nhỏ đến từ cùng một trường, cùng tuổi và nhận cùng một loại quà.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**43 Sở Giáo dục và Đào tạo Đắk Lắk, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho biểu thức  $f(x) = x^2 - (2m + 3)x + m^2 - 1$  ( $m$  là tham số).

1. Tìm giá trị của  $m$  để phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt.
2. Tìm giá trị của  $x$  để giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  là  $\frac{2017}{4}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1 + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 + 2x}}$ .
2. Giải phương trình:  $(\sqrt{3x+4} - \sqrt{3x+2})(1 + \sqrt{9x^2 + 18x + 8}) = 2$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

1. Tìm các số nguyên tố  $p$  sao cho  $13p + 1$  là lập phương của một số tự nhiên.
2. Tìm hai số  $x, y$  nguyên dương sao cho  $(x+2)^2 - 6(y-1)^2 + xy = 24$ .

**Câu 4.** (1,5 điểm)

1. Cho các số thực dương  $a, b, c$ . Chứng minh rằng  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{4c}{a+b} > 2$ .
2. Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện: 
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 11 \\ ab + bc + ca = 7 \end{cases}$$

 Chứng minh:  $\frac{1}{3} \leq a, b, c \leq 3$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Gọi  $(P)$  và  $(Q)$  theo thứ tự là đường tròn nội tiếp của tam giác  $AHB$  và tam giác  $AHC$ . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác  $BC$ ) của hai đường tròn  $(P)$  và  $(Q)$ , nó cắt  $AB, AH, AC$  theo thứ tự ở  $M, K, N$ .

1. Chứng minh tam giác  $HPQ$  đồng dạng với tam giác  $ABC$ .
2. Chứng minh  $PK \parallel AB$  và tứ giác  $BMNC$  là tứ giác nội tiếp.
3. Chứng minh năm điểm  $A, M, P, Q, N$  cùng nằm trên một đường tròn.
4. Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ ; biết  $AB = a, AC = 3a$ . Một đường thẳng thay đổi đi qua  $H$  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  tại  $D$  và  $E$ . Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác  $IDE$  theo  $a$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**44 Sở Giáo dục và Đào tạo Lâm Đồng, năm 2017 - 2018**
**Câu 1. (2,0 điểm)**

Cho  $x = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5}+2) \cdot \sqrt{9-4\sqrt{5}} - 3}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = (x^2 + x + 1)^{2017}$ .

**Câu 2. (1,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  có đường trung tuyến  $AM$  bằng cạnh  $AC$ . Tính  $\frac{\tan B}{\tan C}$ .

**Câu 3. (1,5 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu  $a^{2014} + b^{2015} + c^{2016}$  chia hết cho 6 thì  $a^{2016} + b^{2017} + c^{2018}$  chia hết cho 6.

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ 2x^2 - xy = 1 \end{cases}$$
.

**Câu 5. (1,5 điểm)**

Giải phương trình  $\frac{3x}{\sqrt{3x+10}} = \sqrt{3x+1} - 1$ .

**Câu 6. (1,5 điểm)**

Cho  $x, y$  là hai số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \sqrt{x^2 + \frac{1}{y^2}} + \sqrt{y^2 + \frac{1}{x^2}}$ .

**Câu 7. (2,0 điểm)**

Từ điểm  $P$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$  kẻ hai tiếp tuyến  $PA, PB$  với đường tròn ( $A, B$  là hai tiếp điểm). Gọi  $M$  là giao điểm của  $OP$  và kẻ  $AB$ . Kẻ dây cung  $CD$  đi qua  $M$  ( $CD$  không đi qua  $O$  và  $CD$  không trùng với  $AB$ ). Hai tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $C$  và  $D$  cắt nhau ở  $Q$ . Chứng minh rằng  $OP$  vuông góc với  $OQ$ .

**Câu 8. (1,0 điểm)**

Chứng minh rằng nếu  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 1 thì  $2^n - 1$  không thể là số chính phương.

**Câu 9. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 + mx + n = 0$ , trong đó  $m, n$  là các tham số thỏa mãn  $m + n = 6$ . Tìm giá trị của  $m; n$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 = x_2^2 + x_2 + 2$ .

**Câu 10. (1,5 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c + \sqrt{2abc} = 2$ . Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a(2-b)(2-c)} + \sqrt{b(2-c)(2-a)} + \sqrt{c(2-a)(2-b)} = 8 + \sqrt{abc}$$

**Câu 11. (2,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O; R)$  với đường cao  $AH = R\sqrt{2}$ . Gọi  $D, K$  lần lượt là hình chiếu của  $H$  lên  $AB$  và  $AC$ . Chứng minh rằng  $S_{ADK} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ , (với  $S_{ADK}; S_{ABC}$  lần lượt là diện tích tam giác  $ADK$  và  $ABC$ ).

**Câu 12. (1,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Từ một điểm  $C$  thuộc đường tròn  $(O)$  kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  ( $C$  khác  $A$  và  $B; H$  thuộc  $AB$ ). Đường tròn tâm  $C$  bán kính  $CH$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $D$  và  $E$ . Gọi  $N$  là giao điểm của  $DE$  và  $CH$ . Chứng minh rằng  $N$  là trung điểm của  $CH$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**45 Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố HCM, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

- Cho các số thực  $a, b, c$  sao cho  $a + b + c = 3$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  và  $abc = 11$ . Tính  $a^3 + b^3 + c^3$ .
- Cho biểu thức  $A = (m + n)^2 + 3m + n$  với  $m, n$  là các số nguyên dương. Chứng minh rằng nếu  $A$  là một số chính phương thì  $n^3 + 1$  chia hết cho  $m$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Cho các số thực  $a, b, c$  sao cho  $a + b + c = 3$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  và  $abc = 11$ . Tính  $a^3 + b^3 + c^3$ .
- Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} - \frac{10}{x} = -1 \\ 20y^2 - xy - y = 1 \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC < BC$ . Trên các cạnh  $BC, AC$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $AN = AB = BM$ . Các đường thẳng  $AM$  và  $BN$  cắt nhau tại  $K$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $K$  lên  $AB$ . Chứng minh rằng:

- Tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  nằm trên  $KH$ .
- Các đường tròn nội tiếp các tam giác  $ACH$  và  $BCH$  tiếp xúc nhau.

**Câu 4.** (1,5 điểm)

Cho  $x, y$  là 2 số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{16\sqrt{xy}}{x+y} + \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

**Câu 5.** (2,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có góc  $B$  tù. Đường tròn ( $O$ ) nội tiếp tam giác  $ABC$  tiếp xúc với các cạnh  $AB, CA, BC$  lần lượt tại  $L, H, J$ .

- Các tia  $BO, CO$  cắt  $LH$  lần lượt tại  $M, N$ . Chứng minh 4 điểm  $B, C, M, N$  cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $O$  và vuông góc với  $BC$ ;  $d$  cắt  $AB$  và đường trung trực của cạnh  $BC$  lần lượt tại  $D$  và  $F$ . Chứng minh 4 điểm  $B, D, F, C$  cùng thuộc một đường tròn.

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Trên một đường tròn có 9 điểm phân biệt, các điểm này được nối với nhau bởi các đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Biết rằng mỗi tam giác tạo bởi 3 trong 9 điểm chứa ít nhất một cạnh màu đỏ. Chứng tỏ rằng tồn tại 4 điểm sao cho 6 đoạn thẳng nối chúng đều có màu đỏ.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN ĐHQG THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**
**46 Trường phổ thông năng khiếu, năm 2017 - 2018 (vòng 1)**

**Câu 1.** (1,0 điểm)

Biết  $a, b$  là các số dương,  $a \neq b$  và

$$\left[ \frac{(a+2b)^2 - (b+2a)^2}{a+b} \right] : \left[ \frac{(a\sqrt{a} + b\sqrt{b})(a\sqrt{a} - b\sqrt{b})}{a-b} \right] = 3$$

Tính  $S = \frac{1+2ab}{a^2+b^2}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $(x^2 - 6x + 5)(\sqrt{x-2} - x + 4) = 0$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{x}(\sqrt{x+2y} - 3) = 0 \\ x^2 - 6xy - y^2 = 6 \end{cases}$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $(x+m)^2 - 5(x+m) + 6 = 0$  (1).

1. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi số thực  $m$ . Tính  $S = (x_1+m)^2 + (x_2+m)^2 - 5(x_1+x_2+2m)$ .

2. Biết  $x_1 < x_2$ , tìm  $m$  sao cho  $x_2 < 1$  và  $x_2^2 + 2x_2 = 2(m-1)$ .

**Câu 4.** (2,0 điểm)

1. Nam kể với Bình rằng ông của Nam có một mảnh đất hình vuông  $ABCD$  được chia thành bốn phần, hai phần (gồm các hình vuông  $AMIQ$  và  $INCP$  với  $M, N, P, Q$  lần lượt thuộc  $AB, BC, CD, DA$ ) để trồng các loại rau sạch, các phần còn lại trồng hoa. Diện tích phần trồng rau sạch là  $1200 \text{ m}^2$  và phần để trồng hoa là  $1300 \text{ m}^2$ . Bình nói: "Chắc chắn bạn bị nhầm rồi". Nam: "Bạn nhanh thật! Mình đã nói nhầm phần diện tích. Chính xác phần trồng rau sạch có diện tích là  $1300 \text{ m}^2$ , còn lại  $1200 \text{ m}^2$  trồng hoa. Hãy tính cạnh hình vuông  $AMIQ$  (biết  $AM < MB$ ) và giải thích tại sao Bình lại biết Nam bị nhầm?

2. Lớp 9T có 30 bạn, mỗi bạn dự định đóng góp mỗi tháng 70000 đồng và sau 3 tháng sẽ đủ tiền mua tặng cho mỗi em ở "Mái ấm tình thương X" ba gói quà (giá tiền mỗi gói quà là như nhau). Khi cá bạn đóng đủ số tiền như dự trù thì "Mái ấm tình thương X" đã nhận chăm sóc thêm 9 em và giá tiền của mỗi món quà lại tăng thêm 5% nên chỉ tặng được mỗi em hai gói quà. Hỏi có bao nhiêu em của "Mái ấm tình thương X" được nhận quà?

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(T)$  tâm  $O$ , bán kính  $R$ ;  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ ,  $\widehat{ABC} = 45^\circ$  và  $H$  là trực tâm. Gọi  $AH, BH, CH$  lần lượt cắt  $BC, CA, AB$  tại  $M, N, P$ .

1. Tính  $AC$  theo  $R$ . Tính số đo góc  $HPN$  và tỉ số  $\frac{MP}{MN}$ .

2. Dựng đường kính  $AD$ ;  $HD$  cắt  $(T)$  tại  $E$  ( $E$  khác  $D$ ) và cắt  $BC$  tại  $F$ . Chứng minh các điểm  $A, N, H, P, E$  cùng thuộc một đường tròn và  $F$  là trung điểm của  $HD$ .

3. Chứng minh  $AD$  vuông góc với  $NP$ . Tia  $OF$  cắt  $(T)$  tại  $I$ , chứng minh  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $HBC$  và  $AI$  qua trung điểm của  $MP$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN ĐHQG THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**
**47 Trường phổ thông năng khiếu, năm 2017 - 2018 (vòng 2)**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 + 4m + 1 = 0$  (1) với  $m$  là tham số.

- Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Chứng minh rằng  $\left| \frac{x_1 + x_2}{2} \right| < 1$ .
- Giả sử các nghiệm  $x_1, x_2$  khác 0, chứng minh rằng  $\frac{1}{\sqrt{|x_1|}} + \frac{1}{\sqrt{|x_2|}} \geq 2 \geq |x_1| + |x_2|$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho  $x, y$  là hai số nguyên với  $x > y > 0$ .

- Chứng minh rằng nếu  $x^3 - y^3$  chia hết cho 3 thì  $x^3 - y^3$  chia hết cho 9.
- Chứng minh rằng nếu  $x^3 - y^3$  chia hết cho  $x + y$  thì  $x + y$  không là số nguyên tố.
- Tìm tất cả những giá trị  $k$  nguyên dương sao cho  $x^k - y^k$  chia hết cho 9 với mọi  $x, y$  mà  $xy$  không chia hết cho 3.

**Câu 3.** (1,5 điểm)

- Cho  $a, b, c \geq -2$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 0$ . Chứng minh rằng  $a = b = c = 0$ .
- Trên mặt phẳng  $Oxy$ , cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt với  $OA = OB = OC = 1$ . Biết rằng:

$$x_A^2 + x_B^2 + x_C^2 + 6x_A x_B x_C = 0$$

. Chứng minh rằng:  $\min \{x_A, x_B, x_C\} < \frac{1}{3}$  (kí hiệu  $x_M$  là hoành độ của điểm  $M$ ).

**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  với tâm  $O$ . Gọi  $D$  là điểm thay đổi trên cạnh  $BC$  ( $D$  khác  $B, C$ ). Các đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABD$  và  $ACD$  lần lượt cắt  $AC, AB$  tại  $E$  và  $F$  ( $E, F$  khác  $A$ ). Gọi  $K$  là giao điểm của  $BE$  và  $CF$ .


- Chứng minh rằng tứ giác  $AEKF$  nội tiếp.
- Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Chứng minh nếu  $A, O, D$  thẳng hàng thì  $HK$  song song với  $BC$ .
- Ký hiệu  $S$  là diện tích tam giác  $KBC$ . Chứng minh rằng khi  $D$  thay đổi trên cạnh  $BC$  ta luôn có  $S \leq \left(\frac{BC}{2}\right)^2 \cdot \tan \frac{\widehat{BAC}}{2}$ .
- Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AEF$ . Chứng minh rằng  $BF \cdot BA - CE \cdot CA = BD^2 - CD^2$  và  $ID$  vuông góc với  $BC$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Lớp 9A có 6 học sinh tham gia một kỳ thi toán và nhận được 6 điểm số khác nhau là các số nguyên từ 0 đến 20. Gọi  $m$  là trung bình cộng các điểm số của 6 học sinh trên. Ta nói rằng hai học sinh (trong 6 học sinh trên) lập thành một cặp "hoàn hảo" nếu như trung bình cộng điểm số của hai em đó lớn hơn  $m$ .

- Chứng minh rằng không thể chia 6 học sinh trên thành 3 cặp mà mỗi cặp đều "hoàn hảo".
- Có thể có được nhiều nhất bao nhiêu cặp "hoàn hảo"?




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**48 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Dương, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $x^2 - 3x + 1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^6 + x^2 + 1}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 - |x| = |yz| \\ y^2 - |y| = |zx| \\ z^2 - |z| = |xy| \end{cases}$$

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Với  $x, y$  là các số dương thỏa mãn điều kiện  $x \geq 2y$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Cho  $a, b, c, d$  là các số thực thỏa mãn:  $b + d = 0$  và  $\frac{ac}{b+d} \geq 2$ . Chứng minh rằng phương trình

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$$

( $x$  là ẩn) luôn có nghiệm.

2. Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn  $x^2 - y^2 = xy + 8$ .


**Câu 4.** (3,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ) ngoại tiếp đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là tiếp điểm của  $(O)$  với các cạnh  $AB, AC, BC$ ,  $I$  là giao điểm của  $BO$  với  $EF$ ;  $M$  là điểm di động trên  $CE$ .

1. Tính số đo góc  $\widehat{BIF}$ .

2. Gọi  $H$  là giao điểm của  $BM$  và  $EF$ . Chứng minh rằng nếu  $AM = AB$  thì tứ giác  $ABHI$  là tứ giác nội tiếp.

3. Gọi  $N$  là giao điểm của  $BM$  với cung nhỏ  $\widehat{EF}$  của  $(O)$ ;  $P$  và  $Q$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $N$  lên các đường thẳng  $DE, DF$ . Xác định vị trí của điểm  $M$  để độ dài  $PQ$  là lớn nhất.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**49 Sở Giáo dục và Đào tạo Bình Phước, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{-x+x\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

 1. Rút gọn biểu thức  $P$ .

 2. Cho biểu thức  $Q = \frac{(x+27) \cdot P}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 4$ . Chứng minh  $Q \geq 6$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

 Cho phương trình:  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$  ( $x$  là ẩn,  $m$  là tham số).

 Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^2 + 4x_1 + 2x_2 - 2mx_1 = 1$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

 1. Giải phương trình:  $x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2+8x-7} + 1$ .

 2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 4\sqrt{x+1} - xy\sqrt{y^2+4} = 0 \\ \sqrt{x^2-xy^2+1} + 3\sqrt{x-1} = xy^2 \end{cases}$$
**Câu 4.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  có góc  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$  ( $b > c$ ). Đường kính  $EF$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  vuông góc với  $BC$  tại  $M$  ( $E$  thuộc cung lớn  $BC$ ). Gọi  $I$  và  $J$  là chân đường vuông góc hạ từ  $E$  xuống các đường thẳng  $AB$  và  $AC$ . Gọi  $H, K$  là chân đường vuông góc hạ từ  $F$  xuống các đường thẳng  $AB$  và  $AC$ .

 1. Chứng minh các tứ giác  $AIEJ, CMJE$  nội tiếp và  $EA \cdot EM = EC \cdot EI$ .

 2. Chứng minh  $I, J, M$  thẳng hàng và  $IJ$  vuông góc với  $HK$ .

 3. Tính độ dài cạnh  $BC$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  theo  $b, c$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Chứng minh biểu thức  $S = n^3(n+2)^2 + (n+1)(n^3-5n+1) - 2n - 1$  chia hết cho 120, với  $n$  là số nguyên.

**Câu 6.** (1,0 điểm)

 1. Cho ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $a+b+c=0$  và  $|a| \leq 1, |b| \leq 1, |c| \leq 1$ . Chứng minh rằng  $a^4 + b^6 + c^8 \leq 2$ .

 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = \frac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$  với  $x, y$  là các số thực dương lớn hơn 1.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**50 Sở Giáo dục và Đào tạo Tây Ninh, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,0 điểm)

 Giải phương trình  $3x^2 - 7x + 2 = 0$ .

**Câu 2.** (1,0 điểm)

 Rút gọn biểu thức:  $K = (2 - \sqrt{3})\sqrt{2 + \sqrt{3}} + (2 + \sqrt{3})\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

 Tìm  $m$  để phương trình:  $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $T = x_1^2 + x_2^2 - (m - 1)(x_1 + x_2) + m^2 - 3m$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $\sin \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$ . Tính  $\tan \widehat{ABC}$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

 Chứng minh  $P(n) = n^4 - 14n^3 + 71n^2 - 154n + 120$  luôn chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

 Giải hệ phương trình:
 
$$\begin{cases} 2x^2 + 4x + y^3 + 3 = 0 \\ x^2y^3 + y = 2x \end{cases}$$
**Câu 7.** (2,0 điểm)

 Cho  $A$  là một điểm cố định trên đường tròn  $(O)$ , bán kính  $R$ . Hai dây cung thay đổi  $AB, AC$  của đường tròn  $(O)$  thỏa mãn  $AB \cdot AC = 2\sqrt{2}R^2$  ( $B$  khác  $C$ ). Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H$  thuộc  $BC$ ).


1. Chứng minh  $AH = R\sqrt{2}$ .
2. Gọi  $D$  và  $K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên  $AB, AC$ . Chứng minh diện tích tam giác  $ABC$  bằng hai lần diện tích tam giác  $ADK$ .

**Câu 8.** (1,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D$  là điểm chính giữa cung lớn  $BC$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ  $D$  đến đường phân giác góc  $B$  và đường phân giác trong góc  $C$  của tam giác  $ABC$ . Chứng minh trung điểm  $H$  của  $EF$  cách đều hai điểm  $B$  và  $C$ .

**Câu 9.** (1,0 điểm)

 Cho  $x, y$  là các số thực dương bé hơn 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $Q = \frac{xy(1-x-y)}{(x+y)(1-x)(1-y)}$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**51 Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, năm 2017 - 2018 (vòng 1)**
**Câu 1.** (1,75 điểm)

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{a + \sqrt{a}}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a} + 1} + \frac{1}{a + 1} \right) : \frac{\sqrt{a} - 1}{a + 1}$ ; với  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$ .

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tìm số tự nhiên  $a$  khác 1 sao cho biểu thức  $P$  nhận giá trị nguyên.

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + x + 4y = 2 \\ x^2 - y^2 = -3 \end{cases}$$

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - x - 5 = 0$ . Lập một phương trình bậc hai nhận  $2x_1 + x_2$  và  $x_1 + 2x_2$  làm nghiệm.

**Câu 4.** (1,5 điểm)

- Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x + 8y + 7 = 0$ .
- Cho ba số thực không âm  $a, b, c$ . Chứng minh:

$$ab(b^2 + bc + ca) + bc(c^2 + ca + ab) + ca(a^2 + ab + bc) \leq (ab + bc + ca)(a^2 + b^2 + c^2)$$

**Câu 5.** (0,75 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho ngũ giác lồi  $ABCDE$  có các đỉnh  $A, B, C, D, E$  đều là điểm nguyên. Chứng minh rằng có ít nhất một điểm nguyên  $M$  nằm bên trong hoặc thuộc cạnh của ngũ giác đã cho, với  $M$  khác các đỉnh của ngũ giác đã cho.

(Một điểm được gọi là điểm nguyên nếu hoành độ và tung độ của điểm đó đều là số nguyên)

**Câu 6.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc  $\widehat{CAB}, \widehat{ABC}, \widehat{BCA}$  đều là góc nhọn. Đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$  cắt hai cạnh  $AB, AC$  lần lượt tại hai điểm  $M, N$ ; với  $M$  khác  $B, N$  khác  $C$ . Hai tia phân giác của hai góc  $\widehat{CAB}, \widehat{OMN}$  cắt nhau tại  $P$ .

- Chứng minh  $\widehat{OMN} = \widehat{CAB}$ . Chứng minh tứ giác  $AMPN$  nội tiếp đường tròn.
- Gọi  $Q$  là giao điểm của hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác  $BMP$  và  $CNP$ , với  $Q$  khác  $P$ . Chứng minh ba điểm  $B, Q, C$  thẳng hàng.
- Gọi  $O_1, O_2, O_3$  lần lượt là tâm của ba đường tròn ngoại tiếp ba tam giác  $AMN, BMP, CNP$ . Chứng minh bốn điểm  $O, O_1, O_2, O_3$  cùng thuộc một đường tròn.


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**52 Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Nai, năm 2017 - 2018 (vòng 2)**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

 Cho biểu thức  $f(x) = x^2 - (2m + 3)x + m^2 - 1$  ( $m$  là tham số).

1. Tìm giá trị tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
2. Tìm giá trị  $x$  để giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  là  $\frac{2017}{4}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1 + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x^2 + 2x}} = 0$ .
2. Giải phương trình  $(\sqrt{3x+4} - \sqrt{3x+2})(1 + \sqrt{9x^2 + 18x + 8}) = 2$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

1. Tìm các số nguyên tố  $p$  sao cho  $13p + 1$  là lập phương của một số tự nhiên.
2. Tìm hai số  $x, y$  nguyên dương sao cho  $(x+2)^2 - 6(y-1)^2 + xy = 24$


**Câu 4.** (2,0 điểm)

1. Cho các số dương  $a, b, c$ . Chứng minh rằng  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{4c}{a+b} > 2$ .
2. Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện: 
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 11 \\ ab + bc + ca = 7 \end{cases}$$

 Chứng minh rằng  $\frac{1}{3} \leq a, b, c \leq 3$ 
**Câu 5.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Gọi  $(P)$  và  $(Q)$  theo thứ tự là đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $AHB$  và tam giác  $AHC$ . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài (khác  $BC$ ) của hai đường tròn  $(P)$  và  $(Q)$  nó cắt  $AB, AH, AC$  theo thứ tự ở  $M, K, N$ .

1. Chứng minh tam giác  $HPQ$  đồng dạng với tam giác  $ABC$ .
2. Chứng minh  $PK$  song song với  $AB$  và tứ giác  $BMNC$  nội tiếp.
3. Chứng minh năm điểm  $A, M, P, Q, N$  cùng nằm trên một đường tròn.
4. Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , biết  $AB = a, AC = 3a$ . Một đường thẳng thay đổi đi qua  $H$  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  tại  $D$  và  $E$ . Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác  $IDE$  theo  $a$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**

**53 Sở Giáo dục và Đào tạo Bà Rịa - Vũng Tàu, năm 2017 - 2018**  
(vòng 1)

**Câu 1.** (2,5 điểm)

- Giải phương trình  $x^2 - 7x - 8 = 0$ .
- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$$
- Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1}{2}\sqrt{48} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho hàm số  $y = \frac{3}{2}x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d) : y = mx - m + 2$  ( $m$  là tham số).

- Vẽ  $(P)$ .
- Chứng minh  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

- Cho phương trình  $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 2m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 4$ .
- Giải phương trình  $\sqrt{(x + 1)^2 + 3} = x^2 + 2x + 2$ .

**Câu 4.** (3,0 điểm)


Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ ;  $AO$  cắt  $(O)$  tại  $N$  khác  $A$ . Gọi  $E$  là hình chiếu của  $B$  trên đường thẳng  $AN$ .

- Chứng minh tứ giác  $AEHB$  nội tiếp.
- Chứng minh  $BH \cdot AN = AB \cdot NC$ .
- Chứng minh  $HE$  song song với  $CN$ .
- Gọi  $I, J$  lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác  $AHB$  và  $AHC$ ;  $BI$  cắt  $CJ$  tại  $M$ . Chứng minh  $AM$  vuông góc với  $IJ$ .

**Câu 5.** (0,5 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^2b + b^2c + c^2a}{a^2 + b^2 + c^2} - \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**54 Sở Giáo dục và Đào tạo Bà Rịa - Vũng Tàu, năm 2017 - 2018**  
**(vòng 2)**

**Câu 1.** (3,0 điểm)

- Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a-1}$  với  $a > 0; a \neq 1$ .
- Giải phương trình  $(x-2)\sqrt{x-3} = 3x-6$ .
- Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ 3x + 2y = 5xy \end{cases}$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Cho đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ). Biết  $P(x) > 0$  với mọi  $x$  thuộc  $\mathbb{R}$ . Chứng minh rằng  $\frac{5a+b+3c}{a-b+c} > 1$ .
- Cho  $p$  là số nguyên tố. Tìm tất cả các số nguyên  $n$  để  $A = n^4 + 4n^{p+1}$  là số chính phương.

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Cho  $x, y$  là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{xy}{x^2 + y^2} + \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \sqrt{2(x^2 + y^2)}$$

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn ( $O$ ). Gọi  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ . Tia  $AI$  cắt ( $O$ ) tại  $J$  khác  $A$ . Đường thẳng  $JO$  cắt ( $O$ ) tại  $K$  khác  $J$  và cắt  $BC$  tại  $E$ .

- Chứng minh rằng  $J$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $JBC$  và  $JE \cdot JK = JI^2$ .
- Tiếp tuyến của ( $O$ ) tại  $B$  và  $C$  cắt nhau tại  $S$ . Chứng minh rằng  $SJ \cdot EK = SK \cdot EJ$ .
- Đường thẳng  $SA$  cắt ( $O$ ) tại  $D$  khác  $A$ , đường thẳng  $DI$  cắt ( $O$ ) tại  $M$  khác  $D$ . Chứng minh  $JM$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $IE$ .

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho tứ giác lồi  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ ;  $AN$  cắt  $BM$  tại  $P$ ,  $DN$  cắt  $CM$  tại  $Q$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{NA}{NP} + \frac{ND}{NQ} + \frac{MB}{MP} + \frac{MC}{MQ}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**55 Sở Giáo dục và Đào tạo Long An, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho biểu thức:  $T = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$  với điều kiện  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

- Rút gọn biểu thức  $T$ .
- Tìm  $x$  biết  $T = \frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** (2,0 điểm)

- Tìm tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{6}$ .
- Một người đi xe máy từ địa điểm  $A$  đến địa điểm  $B$  cách nhau 120 km. Vận tốc trên  $\frac{3}{4}$  quãng đường  $AB$  đầu không đổi, vận tốc trên  $\frac{1}{4}$  quãng đường  $AB$  sau bằng  $\frac{1}{2}$  vận tốc trên  $\frac{3}{4}$  quãng đường  $AB$  đầu. Khi đến  $B$ , người đó nghỉ 30 phút và trở lại  $A$  với vận tốc lớn hơn vận tốc trên  $\frac{3}{4}$  quãng đường  $AB$  đầu tiên lúc đi là 10 km/h. Thời gian kể từ lúc xuất phát tại  $A$  đến khi xe trở về  $A$  là 8,5 giờ. Tính vận tốc của xe máy trên quãng đường người đó đi từ  $B$  về  $A$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Giải phương trình:  $3\sqrt{x+1} + 2x\sqrt{x+3} = 6x + \sqrt{x^2 + 4x + 3}$

**Câu 4.** (2,5 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Vẽ đường cao  $AH$ . Gọi  $D, E$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $H$  trên đường thẳng  $AB$  và  $AC$ .

- Chứng minh:  $OA \perp DE$ .
- Giả sử  $DE$  cắt  $BC$  tại  $K$ . Chứng minh:  $KH^2 = KB \cdot KC$ .
- Đường thẳng  $KA$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $F$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BCED$ . Chứng minh ba điểm  $F, H, I$  thẳng hàng.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  $3x^2 + 4y^2 + 12x + 3y + 5 = 0$

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Cho  $0 < x < 2$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{9x}{2-x} + \frac{2+x}{x}$

**Câu 7.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn và  $M$  là một điểm nằm bên trong tam giác. Gọi  $D, E$  và  $F$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên các cạnh  $BC, CA$  và  $AB$ . Xác định vị trí của điểm  $M$  trong tam giác  $ABC$  để tổng  $DC^2 + EA^2 + FB^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.




**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**56 Sở Giáo dục và Đào tạo Đồng Tháp, năm 2017 - 2018**
**Câu 1. (1,5 điểm)**

1. Cho biểu thức  $Q = \frac{(x^2 - x - 6)(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 - 9)(x + 2)^2}$  với  $x \neq \pm 3, x \neq -2$ . Rút gọn  $Q$  và tính giá trị biểu thức  $Q$  khi  $x = \frac{3}{2}$ .

2. Giải phương trình  $3\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$ .

**Câu 2. (1,5 điểm)**

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + xy = 19 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y - 2m + 1 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để  $(P)$  cắt  $(d)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $AOB$  đều và tính diện tích tam giác đó.

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Cho phương trình  $x^2 - (2m + 1)x - 3 = 0$  ( $m$  là tham số). Giả sử phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi  $m$  và  $H = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $H$ .

2. Cho ba số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^3 + y^3 + z^3 = 1$ . Chứng minh bất đẳng thức sau:

$$\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{y^2}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{z^2}{\sqrt{1-z^2}} \geq 2$$

**Câu 4. (2,0 điểm)**

1. Để tạo sân chơi cho học sinh tham gia các hoạt động tìm hiểu về hình ảnh và con người Đồng Tháp, Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh của một trường đã tổ chức hội thi "Đồng Tháp trong trái tim tôi" với các nội dung về hoạt động khởi nghiệp, du lịch trải nghiệm những địa danh, nét văn hóa đặc trưng làng nghề, các món ăn, cây trái,... của tỉnh. Sau hai vòng thi Ban tổ chức đã chọn ra ba đội xuất sắc là Hoa Sen, Hoa Súng, Hoa Tràm vào chung kết. Theo quy định của Ban tổ chức hội thi, mỗi đội phải trả lời 12 câu hỏi, mỗi câu trả lời đúng được cộng 10 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 3 điểm, mỗi câu không trả lời thì không được điểm. Trải qua các câu hỏi thì đội Hoa Sen được 61 điểm. Hỏi đội Hoa Sen đã trả lời đúng, sai và không trả lời được bao nhiêu câu hỏi?


2. Thực hiện đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra đánh giá theo hướng phát triển năng lực học sinh, trong một tiết dạy hình học, một giáo viên đã ứng dụng công nghệ thông tin, sử dụng phần mềm biểu diễn cho học sinh quan sát trực quan. Cụ thể: Hình thang cân  $ABCD$  ( $AB$  song song với  $CD$ ), có  $AB = 30$  cm,  $CD = 54$  cm và đường cao  $AH = 9$  cm. Cho hình thang này quay quanh cạnh đáy  $CD$ . Em hãy giúp bạn tính:

- Thể tích của hình tạo thành.
- Diện tích mặt ngoài của hình tạo thành.

**Câu 5.** (2,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có phân giác trong  $AM$  ( $M$  thuộc  $BC$ ) và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Qua  $M$  vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh  $BC$  cắt đoạn thẳng  $AC$  tại  $N$ , cắt đường thẳng  $AB$  tại  $P$ .

1. Chứng minh tứ giác  $PAMC$  nội tiếp trong một đường tròn và tam giác  $PMC$  vuông cân.
2. Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $PBC$ ,  $I$  là trung điểm của  $PC$ . Chứng minh ba điểm  $M, O, I$  thẳng hàng và  $MO$  song song với  $BN$ .
3. Chứng minh  $\widehat{PNC} = \widehat{POC}$ .
4. Khi  $AB = 3$  cm, hãy tính diện tích tam giác  $PBC$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**57 Sở Giáo dục và Đào tạo Tiền Giang, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

1. Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}-2}$ .

2. Giải phương trình  $x^2 - \sqrt{x^3+x} = 6x - 1$ .

3. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + 9y^2 + 8xy + 24 = 0 \\ x - 3y + xy = 0 \end{cases}$$

**Câu 2.** (1,5 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho parabol  $(P) : y = x^2$  và đường thẳng  $(d) : y = 2(m+1)x - m^2$ ,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$  thỏa mãn  $(x_1 - m)^2 + x_2 = 3m$ .

2. Cho phương trình  $x^2 + mx - 2 = 0$ ,  $m$  là tham số. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  với mọi  $m$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  sao cho biểu thức  $A = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 4)$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên tố  $p$  sao cho  $p^2 + p + 6$  là số chính phương.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  cắt nhau tại  $A, B$  ( $R < R'$ ). Kẻ tiếp tuyến chung  $CD$  của  $(O)$  và  $(O')$  ( $C, D$  là tiếp điểm và  $C$  thuộc  $(O)$ ,  $D$  thuộc  $(O')$ ). Qua  $B$  kẻ cát tuyến song song với  $CD$  cắt  $(O)$  tại  $E$ , cắt  $(O')$  tại  $F$ . Gọi  $G, H$  theo thứ tự là giao điểm của  $DA, CA$  với  $EF$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $EC$  với  $FD$ .

1. Chứng minh  $\triangle BCD = \triangle ICD$ .

2. Gọi  $K$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chứng minh  $K$  là trung điểm của  $CD$ .

3. Chứng minh  $BI$  là trung trực của đoạn thẳng  $GH$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**58 Sở Giáo dục và Đào tạo An Giang, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

 Cho  $x = \frac{13}{\sqrt{19 + 8\sqrt{3}}}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = x^2 - 8x + 15$ .

**Câu 2.** (1,5 điểm)

 Cho hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị là đường thẳng ( $d$ ) trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Viết theo  $a$  và  $b$  phương trình đường thẳng ( $d'$ ). Biết rằng ( $d$ ) và ( $d'$ ) vuông góc với nhau đồng thời cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành.

**Câu 3.** (1,5 điểm)

 Tìm  $x, y, z$  biết: 
$$\begin{cases} x^2 + (y - z + 1)^2 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases}$$
**Câu 4.** (1,5 điểm)

 Cho hai phương trình bậc hai ( $m$  là tham số):

$$2x^2 + (m - 1)x - 3 = 0 ; \quad 4x^2 - (m - 7)x - 9 = 0$$

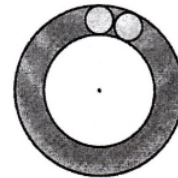
1. Tìm  $m$  để cả hai phương trình đều có nghiệm.
2. Tìm  $m$  để hai phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm chung.

**Câu 5.** (3,0 điểm)

 Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm ( $O$ ). Biết  $\widehat{A} = 60^\circ$ ;  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  là hai góc nhọn có số đo khác nhau. Vẽ các đường cao  $BE, CF$  của tam giác  $ABC$  ( $E, F$  lần lượt thuộc  $AC, AB$ ).

1. Chứng minh rằng  $\widehat{BCF} = \widehat{BEF}$ .
2. Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh tam giác  $IEF$  là tam giác đều.
3. Gọi  $K$  là trung điểm của  $EF$ . Chứng minh rằng  $IK$  song song  $OA$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

 Trong một hình vành khăn với các bán kính đường tròn là  $10R$  và  $8R$ . Xếp các hình tròn có bán kính  $R$  tiếp xúc với cả hai đường tròn của hình vành khăn sao cho các hình tròn này không chồng lấn nhau. Hỏi xếp được nhiều nhất bao nhiêu hình tròn như thế?


## ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN

59 Sở Giáo dục và Đào tạo Cần Thơ, năm 2017 - 2018

**Câu 1.** (1,5 điểm)

Cho  $x, y$  là hai số thực dương phân biệt. Rút gọn biểu thức:

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{3\sqrt{xy}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} \right) \cdot \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{3\sqrt{xy}}{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}} \right) : \frac{x - y}{x + \sqrt{xy} + \sqrt{y}} \right]$$

**Câu 2.** (1,5 điểm)

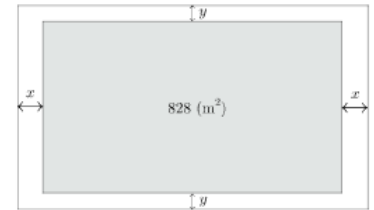
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $(d) : y = \frac{2m - 4}{2m + 5}x + 4 - 2m$  ( $m$  là tham số thực khác  $-\frac{5}{2}$ ). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $(d)$  cắt tia  $Ox, Oy$  lần lượt tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho diện tích của tam giác  $OAB$  đạt giá trị lớn nhất, với  $O$  là gốc tọa độ.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

- Giải phương trình:  $2(x - 2)\sqrt{x(x + 3)} + x^3 + x^2 - 14x + 16 = 0$ .
- Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - (3 + 2m)x + 40 - m = 0$  có nghiệm là số nguyên.

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 140 (m). Tỷ số giữa chiều dài và chiều rộng của khu vườn là  $\frac{5}{2}$ . Để thuận tiện cho việc chăm sóc, thu hoạch và đi lại trong khu vườn, người ta làm một lối đi xung quanh khu vườn dọc theo chiều rộng  $x$  (m) và dọc theo  $y$  (m). Biết rằng  $x = 2y$  và diện tích phần đất còn lại sau khi đã làm lối đi là  $828 \text{ m}^2$  (như hình vẽ bên dưới). Tính tỷ số  $k$  giữa chu vi của phần đất còn lại và chu vi ban đầu của khu vườn này.



**Câu 5.** (3,0 điểm)


Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $AB < AC$  và các đường cao  $AD, BE, CF$  ( $D \in BC, E \in CA, F \in AB$ ) cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .  $(O')$  là đường tròn ngoại tiếp tam giác  $HFE$ ,  $d$  là đường thẳng đi qua  $H$  và song song với đường thẳng  $BC$ .

- Chứng minh  $d$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O')$ .
- Tia  $IH$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $M$ . Chứng minh điểm  $M$  thuộc đường tròn  $(O')$ .
- Gọi  $G$  là giao điểm của hai đường thẳng  $FE$  và  $BC$ . Chứng minh  $GH$  vuông góc với  $AI$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{27a^2}{c(c^2 + 9a^2)} + \frac{b^2}{a(4a^2 + b^2)} + \frac{8c^2}{b(9b^2 + 4c^2)}$$


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN TIN**
**60 Sở Giáo dục và Đào tạo Vĩnh Long, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Cho biểu thức  $K = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-10}{x+2\sqrt{x}-3}$ . Rút gọn biểu thức  $K$  và tìm các giá trị của  $x$  để  $K > 0$ .

2. Tính giá trị của biểu thức:  $\sqrt{6+2\sqrt{8\sqrt{3}-10}} - \sqrt{7-\sqrt{3}}$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2x + 3 - m = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

- Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm.
- Giải sử  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = -x_1^3 x_2^3 - 3(x_1^3 + x_2^3) + 4$$

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y + 2xy = 2 \\ x^3 + y^3 = 8 \end{cases}$$

2. Giải phương trình  $2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$ .

**Câu 4.** (1,0 điểm)

- Tìm tất cả các số nguyên  $x$  sao cho  $2x^2 + x - 2$  chia hết cho  $x^2 + 1$ .
- Tìm các số  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{21}$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)


Cho tam giác nhọn  $ABC$  (với  $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Các đường cao  $AD, BM, CN$  cắt nhau tại  $H$ .

- Chứng minh  $AM.AC = AN.AB$ .
- Chứng minh  $OA$  vuông góc với  $MN$ .
- Gọi  $P$  là giao điểm của hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$ . Đường thẳng đi qua  $N$  và song song với  $AC$  cắt  $AP, AD$  lần lượt tại  $I, G$ . Chứng minh rằng  $NI = NG$ .

**Câu 6.** (1,0 điểm)

1. Với  $a, b$  là các số dương. Chứng minh rằng  $\frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$

2. Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 4$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq 1$ .


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**61 Sở Giáo dục và Đào tạo Kiên Giang, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:  $P = a + \sqrt{a^2 + 1} + \frac{1}{a + \sqrt{a^2 + 1}}$ .

2. Chứng minh hằng đẳng thức sau:

$$(a^2x + b^2y)(c^2x + d^2y) = (acx + bdy)^2 + (ad - bc)^2xy$$

**Câu 2.** (1,5 điểm)

Cho  $m > 2$ . Chứng minh rằng phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + 1 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1, x_2$  và  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2m}$ .

**Câu 3.** (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 5x + \sqrt{x+12} - 2y = -2 \\ 2x + 6\sqrt{x+12} + 3y = -3 \end{cases}$$

**Câu 4.** (1,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 10$  cm,  $BC = 12$  cm, góc  $\widehat{ABC}$  nhọn và  $\sin \widehat{ABC} = \frac{4}{5}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm trên cạnh  $AB, AC$  và  $P, Q$  là các điểm trên cạnh  $BC$  sao cho tứ giác  $MNPQ$  là hình vuông. Tính độ dài của cạnh hình vuông  $MNPQ$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn,  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $\Delta$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại điểm  $A$ . Đường thẳng đi qua  $B$  và song song với  $\Delta$  cắt đường thẳng  $AO$  tại điểm  $E$  và cắt đoạn  $AC$  tại điểm  $D$  ( $O$  là tâm của đường tròn  $(O)$ ).


- Chứng minh rằng  $AB^2 = AD \cdot AC$ .
- Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$  và  $K$  là điểm đối xứng của điểm  $A$  qua điểm  $O$ . Chứng minh rằng  $B, I, K$  thẳng hàng.
- Gọi  $F$  là chân đường cao đỉnh  $A$  của tam giác  $ABC$  và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $MN$  là đường trung trực của đoạn  $EF$ .

**Câu 6.** (2,0 điểm)

- Tìm số nguyên dương  $A$  nhỏ nhất có tính chất:  $A$  có nhiều hơn một chữ số thập phân và nếu xóa đi chữ số đầu tiên bên trái của  $A$  thì ta được một số nguyên dương bằng  $\frac{A}{73}$ .
- Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $ab + bc + ca = 1$ . Chứng minh rằng

$$\sqrt{a + \frac{1}{a}} + \sqrt{b + \frac{1}{b}} + \sqrt{c + \frac{1}{c}} \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$$

Hỏi dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi nào?


**ĐỀ THI VÀO LỚP 10 - HỆ CHUYÊN**
**62 Sở Giáo dục và Đào tạo Bạc Liêu, năm 2017 - 2018**
**Câu 1.** (4,0 điểm)

- Cho  $n = 2018 \cdot 2017^{2018} - 11^{2017} - 6^{2018}$ . Chứng minh  $n$  chia hết cho 17.
- Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + 5x^2y^2 + 60 = 37xy$ .

**Câu 2.** (4,0 điểm)

- Cho  $a = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}}$ . Chứng minh  $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$ .
- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2y = x - 3xy \\ 2x^2 + y^2 - 17 = 3xy - x \end{cases}$$

**Câu 3.** (4,0 điểm)

- Cho phương trình  $x^4 + 2(m-3)x^2 + 3m + 9 = 0$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị  $m$  để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.
- Cho các số  $a, b, c$  thỏa mãn  $a \geq 1; b \geq 4; c \geq 9$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{bc\sqrt{a-1} + ca\sqrt{b-4} + ab\sqrt{c-9}}{abc}$$

**Câu 4.** (4,0 điểm)

Cho ba điểm  $A, B, C$  cố định thẳng hàng ( $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ ). Vẽ đường tròn  $(O; R)$  bất kì đi qua  $B$  và  $C$  ( $BC \neq 2R$ ). Từ  $A$  kẻ các tiếp tuyến  $AM, AN$  đến  $(O; R)$  ( $M, N$  là tiếp điểm). Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $MN$ .

- Chứng minh  $AM^2 = AB \cdot AC$ .
- Gọi  $O'$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OID$ . Chứng minh  $O'$  thuộc đường thẳng cố định khi đường tròn
- Đường thẳng  $FE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $K$ . Chứng minh đường thẳng  $BC$  tiếp xúc với đường  $(O; R)$  thay đổi.

**Câu 5.** (4,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $BC$ , trên đường tròn lấy điểm  $A$  ( $A$  khác  $B$  và  $C$ ), tia phân giác góc  $BAC$  cắt  $(O)$  tại  $E$ . Gọi  $AI$  là đường cao của tam giác  $ABC$ . Xác định vị trí điểm  $A$  trên đường tròn để tam giác  $AIE$  có diện tích lớn nhất.