

PHẦN 1: NGUYÊN HÀM VÀ PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM



Khái niệm nguyên hàm và tính chất

1. Khái niệm nguyên hàm

- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu: $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
- Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K là:

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C, \text{ const} = C \in \mathbb{R}.$$

2. Tính chất: Nếu $f(x), g(x)$ là 2 hàm số liên tục trên K và $k \neq 0$ thì ta luôn có:

- $\int f'(x)dx = f(x) + C.$ • $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx.$
- $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)

① $\int x^\alpha \cdot dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax+b)^n \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$
② $\int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$
③ $\int \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} \cdot dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
④ $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
⑤ $\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
⑥ $\int \frac{1}{\sin^2 x} \cdot dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$
⑦ $\int \frac{1}{\cos^2 x} \cdot dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
⑧ $\int e^x \cdot dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
⑨ $\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$

♦ **Nhận xét.** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

Một số lưu ý

1. Cần nắm vững bảng nguyên hàm.
2. Nguyên hàm của một tích (thương) của nhiều hàm số *không bao giờ* bằng tích (thương) của các nguyên hàm của những hàm thành phần.
3. Muốn tìm nguyên hàm của một hàm số, ta phải *biến đổi* hàm số này *thành một tổng hoặc hiệu* của những hàm số tìm được nguyên hàm (dựa vào bảng nguyên hàm).

Dạng toán 1. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG BẢNG NGUYÊN HÀM



Phương Pháp

1. Tích của đa thức hoặc lũy thừa \xrightarrow{PP} khai triển.
2. Tích các hàm mũ \xrightarrow{PP} khai triển theo công thức mũ.
3. Chứa căn \xrightarrow{PP} chuyển về lũy thừa.
4. Tích lượng giác bậc một của sin và cosin \xrightarrow{PP} khai triển theo công thức tích thành tổng.
 - $\sin ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} [\sin(a+b)x + \sin(a-b)x]$
 - $\sin ax \cdot \sin bx = \frac{1}{2} [\cos(a-b)x - \cos(a+b)x]$
 - $\cos ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} [\cos(a+b)x + \cos(a-b)x]$
5. Bậc chẵn của sin và cosin \xrightarrow{PP} Hạ bậc.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1

Tìm nguyên hàm của các hàm số sau (giả sử điều kiện được xác định):

Phương pháp: Dựa vào bảng nguyên hàm của các hàm số và vận dụng các tính chất nguyên hàm.

a) $f(a) = 3a^2 + \frac{a}{2}$.

ĐS: $F(a) = a^3 + \frac{a^2}{4} + C$.

b) $f(b) = 2b^3 - 5b + 7$.

ĐS: $F(b) = \frac{b^4}{2} - \frac{5b^2}{2} + 7b + C$.

$$c) f(c) = 6c^5 - 12c^3 + c^2 - 8.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = c^6 - 3c^4 + \frac{c^3}{3} - 8c + C.$$

$$d) f(x) = (x^2 - 3x) \cdot (x + 1).$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + C.$$

$$e) f(x) = (3 - x)^3.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = -\frac{(3 - x)^4}{4} + C.$$

$$f) f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = -\frac{1}{x} - \frac{x^3}{3} - \frac{x}{3} + C.$$

$$g) f(x) = 10^{2x}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = \frac{10^{2x}}{2 \ln 10} + C.$$

$$h) f(x) = x^3 - 4x + \frac{3}{x}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 3 \ln|x| + C.$$

$$i) f(t) = \frac{2t^4 + 2}{t^2}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(t) = \frac{2}{3} \cdot t^3 - \frac{2}{t} + C.$$

$$j) f(x) = \frac{x - 1}{x^2}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + C.$$

$$k) f(x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = x - \sin x + C.$$

$$l) f(x) = \cos^2 x.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

$$m) f(x) = \tan^2 x.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = \tan x - x + C.$$

$$n) f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} F(x) = -2 \cot 2x + C.$$

o) $f(x) = 2 \sin 3x \cos 2x.$ ĐS: $F(x) = -\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C.$

.....

p) $f(x) = e^x \cdot (e^x - 1).$ ĐS: $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - e^x + C.$

.....

q) $f(x) = e^x \cdot \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right).$ ĐS: $F(x) = 2e^x + \tan x + C.$

.....

r) $I = \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{2}{3}} + C.$

.....

s) $I = \int \left(2x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{2}{3} x^3 + 3\sqrt[3]{x} + C.$

.....

t) $I = \int \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{5}{\sqrt[5]{x}} \cdot dx.$ ĐS: $F(x) = \sqrt{x} + \frac{9}{2} \sqrt[3]{x^2} + \frac{25}{4} \sqrt[5]{x^4} + C.$

.....

u) $I = \int 4 \sin^2 x \cdot dx.$ ĐS: $I = 2x - \sin 2x + C.$

.....

v) $I = \int \frac{1 + \cos 4x}{2} \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C.$

.....

w) $I = \int (3 \cos x - 3^{x-1}) \cdot dx.$ ĐS: $I = 3 \sin x - \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + C.$

.....

x) $I = \int (\tan x - 2 \cot x)^2 \cdot dx.$ ĐS: $I = \tan x - 4 \cot x - 9x + C.$

.....

y) $I = \int \sqrt[3]{u} \cdot (u - 4) \cdot du.$ ĐS: $I = \frac{3}{7} \sqrt[3]{u^7} - 3\sqrt[3]{u^4} + C.$

.....

.....

.....

.....

Bài 2

Chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trong các trường hợp sau:

Phương pháp: Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, ta cần chứng minh:
 $F'(x) = f(x)$.

a) $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120$ và $f(x) = 15x^2 + 8x - 7$.

.....

b) $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$ và $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$.

.....

c) $F(x) = (4x - 5) \cdot e^x$ và $f(x) = (4x - 1) \cdot e^x$.

.....

d) $F(x) = \tan^4 x + 3x - 5$ và $f(x) = 4 \tan^5 x + 4 \tan^3 x + 3$.

.....

e) $F(x) = \ln \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 + 3} \right)$ và $f(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 4) \cdot (x^2 + 3)}$.

.....

f) $F(x) = \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}$ và $f(x) = \frac{2\sqrt{2}(x^2 - 1)}{x^4 + 1}$.

.....

Bài 3

Tìm nguyên hàm của các hàm số thỏa mãn điều kiện cho trước trong các trường hợp sau:

Phương pháp: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tức đi tính $\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$. Rồi sau đó thế $F(x_0) + C = \dots$ để tìm hằng số C .

a) $f(x) = x^3 - 4x + 5, F(1) = 3.$ ĐS: $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}.$

.....

.....

.....

b) $f(x) = 3 - 5 \cos x, F(\pi) = 2.$ ĐS: $F(x) = 3x - 5 \sin x + 2 - 3\pi.$

.....

.....

.....

c) $f(x) = \frac{3 - 5x^2}{x}, F(e) = 1.$ ĐS: $F(x) = 3 \ln|x| - \frac{5x^2}{2} + \frac{5e^2}{2} - 2.$

.....

.....

.....

d) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}, F(1) = \frac{3}{2}.$ ĐS: $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + 1.$

.....

.....

.....

e) $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, F(1) = -2.$ ĐS: $F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + 2\sqrt{x} - \frac{22}{5}.$

.....

.....

.....

f) $I = \int \sin 2x \cdot \cos x \cdot dx, \text{ biết } F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.$ ĐS: $F(x) = -\frac{1}{6} \cos 3x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{12}.$

.....

.....

.....

g) $I = \int \frac{3x^4 - 2x^3 + 5}{x^2} \cdot dx$, biết $F(1) = 2$.

ĐS: $F(x) = x^3 - x^2 - \frac{5}{x} + 7$.

h) $I = \int \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 7}{(x+1)^2} \cdot dx$, biết $F(0) = 8$.

ĐS: $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{8}{x+1}$.

i) $I = \int \sin^2 \frac{x}{2} \cdot dx$, biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

ĐS: $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$.

j) $I = \int x \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot dx$, biết $F(1) = \frac{7}{2}$.

ĐS: $F(x) = \frac{x^3}{3} + x + \frac{13}{6}$.

k) $I = \int \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos^2 x} \cdot dx$, biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$.

ĐS: $F(x) = 2x - \tan x + 1$.

Bài 3

Tìm điều kiện của tham số m hoặc a, b, c để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$:

Phương pháp: Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$. Từ đó, ta sử dụng đồng nhất thức để tìm ra tham số cần tìm.

a)
$$\begin{cases} F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3 \\ f(x) = 3x^2 + 10x - 4 \end{cases}$$

ĐS: $m = 1$.

$$\text{b) } \begin{cases} F(x) = \ln|x^2 - mx + 5| \\ f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 5} \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad m = -3.$$

$$\text{c) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^x \\ f(x) = (x - 3) \cdot e^x \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = 0, \quad b = 1, \quad c = -4.$$

$$\text{d) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-2x} \\ f(x) = -(2x^2 - 8x + 7) \cdot e^{-2x} \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = 1, \quad b = -3, \quad c = 2.$$

$$\text{e) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-x} \\ f(x) = (x^2 - 3x + 2) \cdot e^{-x} \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = -1, \quad b = 1, \quad c = -1.$$

$$\text{f) } \begin{cases} F(x) = (a + 1) \sin x + \frac{b}{2} \sin 2x + \frac{c}{3} \sin 3x \\ f(x) = \cos x \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = b = c = 0.$$

g)
$$\begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot \sqrt{2x - 3} \\ f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}} \end{cases} . \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = 4, \quad b = -2, \quad c = 1.$$

.....

.....

.....

h)
$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{3 - x}, \quad (x \leq 3) \\ F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot \sqrt{3 - x} \end{cases} . \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = \frac{2}{5}; \quad b = -\frac{2}{5}; \quad c = -\frac{12}{5}.$$

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHÓM 1: DÙNG BẢNG NGUYÊN HÀM

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C.$ **B.** $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C.$
- C.** $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C.$ **D.** $F(x) = 3x^2 + 3x + C.$

Câu 2. Hàm số $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120 + C$ là họ nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $f(x) = 15x^2 + 8x - 7.$ **B.** $f(x) = 5x^2 + 4x + 7.$
- C.** $f(x) = \frac{5x^2}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{7x^2}{2}.$ **D.** $f(x) = 5x^2 + 4x - 7.$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$ **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$
- C.** $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$ **D.** $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C.$

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 1 \cdot x + 2$

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$ **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$
- C.** $F(x) = 2x + 3 + C.$ **D.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

Câu 5. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ là hàm số nào?

- A. $F(x) = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C$. **B.** $F(x) = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| + \frac{3}{x} + C$.
C. $F(x) = \ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C$. **D.** $F(x) = -\ln|5-2x| - 2\ln|x| + \frac{3}{x} + C$.

Câu 6. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là

- A.** $3x^2 - 6x$ **B.** $3x^2 - 6x + C$ C. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$ **D.** $x^4 - x^3 + 5x + C$

Câu 7. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - 3^4$ là

- A.** $\frac{x-3^4}{4}$ **B.** $4x - 3^3$ C. $\frac{x-3^5}{5}$ **D.** $\frac{x-3^3}{3}$

Câu 8. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là

- A.** $3x^2 - 6x$ **B.** $3x^2 - 6x + C$ C. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$ **D.** $x^4 - x^3 + 5x + C$

Câu 9. Một nguyên hàm của hàm số $g(x) = -5x^4 + 4x^2 - 6$ là:

- A. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 6x + C$ **B.** $-20x^3 + 8x + C$ **C.** $-20x^3 + 8x$ **D.** $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 + C$

Câu 10. Tính $\int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2 \right) dx$

- A.** $\frac{x^3}{3} + \ln|x| - 2x + C$ **B.** $x^3 - \frac{1}{x^2} - 2x + C$
C. $x^3 + \ln|x| + C$ D. $x^3 + \ln|x| - 2x + C$

Câu 11. Cho $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(1) = 0$ là:

- A. $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + \frac{1}{4}$ **B.** $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$
C. $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - 1$ **D.** $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + 1$

Câu 12. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ thì $F(x)$ là:

- A.** $F(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + C$ **B.** $F(x) = x^3 - x^2 + 1 + C$
C. $F(x) = x(x^2 - x + 1) + C$ **D.** $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C$

Câu 13. Kết quả của $\int x(x^2 + 1)^2 dx$ bằng:

- A.** $F(x) = \frac{x^2 + 1^3}{3} + C$ B. $F(x) = \frac{x^2 + 1^3}{6} + C$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{x^3}{3} + x \right) + C$

D. $F(x) = \frac{x^2}{6} x^2 + 1^3 + C$

Câu 14. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ là:

A. $F(x) = -\frac{1}{x^2}$

B. $F(x) = \frac{1}{x^2}$

C. $F(x) = \ln|x|$

D. $F(x) = -\frac{1}{x}$

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3 \sin x + \frac{2}{x}$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = 3 \cos x + 2 \ln|x| + C$

B. $F(x) = -3 \cos x + 2 \ln|x| + C$

C. $F(x) = 3 \cos x - 2 \ln|x| + C$

D. $F(x) = -3 \cos x - 2 \ln|x| + C$

Câu 16. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - 3^x$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = x^3 - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

B. $F(x) = x^3 + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 17. Tính $\int (1 - x^9) dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{1}{10} (1 - x^{10}) + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{10} (1 - x^{10}) + C$

C. $F(x) = \frac{1}{10} (1 + x^{10}) + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{10} (1 + x^{10}) + C$

Câu 18. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(x + 2)^2$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + C$

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^2 + C$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + C$

D. Kết quả khác.

Câu 19. Họ nguyên hàm của $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + x + C$

B. $F(x) = 2x - 2 + C$

C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

Câu 20. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x + 1)^3$ là:

A. $\frac{1}{2}(2x + 1)^4 + C$

B. $(2x + 1)^4 + C$

C. $2(2x + 1)^4 + C$

D. Kết quả khác

Câu 21. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1 - 2x)^5$ là:

A. $-\frac{1}{12}(1 - 2x)^6 + C$

B. $(1 - 2x)^6 + C$

C. $5(1 - 2x)^6 + C$

D. $5(1 - 2x)^4 + C$

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$ là :

- A. $x^2 - \frac{3}{x} + C$ B. $x^2 + \frac{3}{x^2} + C$ C. $x^2 + 3\ln x^2 + C$ D. Kết quả khác

Câu 23. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$

- A. $x^2 + x + 3$ B. $x^2 + x - 3$ C. $x^2 + x$ D. Kết quả khác

Câu 24. Tìm hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = (x^2 - x)(x + 1)$ và $f(0) = 3$

- A. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3$ B. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 3$
C. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3$ D. $y = f(x) = 3x^2 - 1$

Câu 25. Cho $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ có một nguyên hàm triệt tiêu khi $x = 1$. Nguyên hàm đó là kết quả nào sau đây?

- A. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x$ B. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$
C. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$ D. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$

Câu 26. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f'(1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$

- A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$ B. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$ C. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$ D. Kết quả khác

Câu 27. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$ C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{3}{4}\sqrt{x^3}$
B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$ D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

Câu 28. Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$ thỏa mãn $F(1) = 0$ là:

- A. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + \frac{1}{4}$ B. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$
C. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - 1$ D. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + 1$

NHÓM 2: HÀM SỐ VÔ TỶ (CHỨA CĂN)

Câu 29. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ là

- A. $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} + C$ B. $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x-1} + C$
C. $\int f(x) dx = \frac{\sqrt{2x-1}}{2} + C$ D. $\int f(x) dx = -2\sqrt{2x-1} + C$

Câu 30. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$.

A. $\int f(x) dx = -2\sqrt{3-x} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\sqrt{3-x} + C.$

C. $\int f(x) dx = 2\sqrt{3-x} + C.$

D. $\int f(x) dx = -3\sqrt{3-x} + C.$

Câu 31. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

Câu 32. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{5-3x}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{2}{9} (5-3x)\sqrt{5-3x} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3} (5-3x)\sqrt{5-3x}.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{9} (5-3x)\sqrt{5-3x}.$

D. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}\sqrt{5-3x} + C.$

Câu 33. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{3}{4} (x-2)\sqrt[3]{x-2} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{3}{4} (x-2)\sqrt[3]{x-2} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} (x-2)\sqrt{x-2}.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} (x-2)^{\frac{2}{3}} + C.$

Câu 34. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{1-3x}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} (1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{3}{4} (1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} (1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$

D. $\int f(x) dx = - (1-3x)^{\frac{2}{3}} + C.$

Câu 35. Hàm số $F(x) = x + 1 + \sqrt{x+1} + 2016$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \frac{5}{2} (x+1)\sqrt{x+1}$

B. $f(x) = \frac{5}{2} (x+1)\sqrt{x+1} + C$

C. $f(x) = \frac{2}{5} (x+1)\sqrt{x+1}$

D. $f(x) = (x+1)\sqrt{x+1} + C$

Câu 36. Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-3x}} + 1$ là hàm số $F(x)$ thỏa mãn

$F(-1) = \frac{2}{3}$. Khi đó $F(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 3$

B. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} - 3$

C. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 1$

D. $F(x) = 4 - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x}$

Câu 37. Biết $F(x) = 6\sqrt{1-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{a}{\sqrt{1-x}}$. Khi đó giá trị của a bằng

- A. -3. B. 3. C. 6. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 38. Tính $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \right) dx$

- A. $\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{x}{2} + C$ B. $2\sqrt{x} - \frac{x}{2} + C$ C. $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2}x + C$ D. $\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x}{2} + C$

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$. Khi đó :

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{x^2} + C$ B. $\int f(x) dx = x + \ln|x| + C$
 C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{x^2} + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^2$

Câu 40. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ thì $F(x)$ là:

- A. $F(x) = \frac{-1}{2} \ln|1-2x| + C$ B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$
 C. $F(x) = \ln|1-2x| + C$ D. $F(x) = \frac{x}{x-x^2} + C$

Câu 41. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+4}$ biết $F(0) = 2$. Kết quả là:

- A. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{3x+4}^3 + \frac{2}{9}$ B. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{3x+4}^3 - \frac{2}{9}$
 C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x+4}^3 + \frac{10}{3}$ D. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x+4}^3 - \frac{10}{3}$

Câu 42. Tìm nguyên hàm $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$

- A. $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$ B. $-\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$
 C. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - 4 \ln|x| + C$ D. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

Câu 43. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+k}$ với $k \neq 0$?

- A. $f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2+k} + \frac{k}{2} \ln|x + \sqrt{x^2+k}|$ B. $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{x^2+k} + \frac{x}{2} \ln|x + \sqrt{x^2+k}|$
 C. $f(x) = \frac{k}{2} \ln|x + \sqrt{x^2+k}|$ D. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+k}}$

Câu 44. Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

(II) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 5$

(III) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(IV) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (III) và (IV)

Câu 45. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ là hàm số nào sau đây:

A. $F(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x|$

B. $F(x) = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

C. $F(x) = x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}^2$

D. $F(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \ln|x| + \frac{12}{5}\sqrt[5]{x^6}$

Câu 46. Nguyên hàm $\int x\sqrt{x} + e^{2017x} dx =$

A. $\frac{5}{2}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

B. $\frac{2}{5}x^3\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

C. $\frac{3}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

D. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

NHÓM 3: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 47. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

B. $\int f(x).dx = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{6}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

Câu 48. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}$.

A. $\int f(x)dx = 2 \tan \frac{x}{2} + C$

B. $\int f(x)dx = \tan \frac{x}{2} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$

D. $\int f(x)dx = -2 \tan \frac{x}{2} + C$

Câu 49. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$.

A. $\int f(x)dx = -\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$

C. $\int f(x)dx = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C.$

Câu 50. Tính $\int \sin x - \cos x dx$

A. $-\cos x - \sin x + C$

B. $-\cos x + \sin x + C$

C. $\cos x - \sin x + C$

D. $\cos x + \sin x + C$

Câu 51. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ là:

A. $2 \tan x + C$

B. $2 \cot x + C$

C. $2 \sin x + C$

D. $2 \cos x + C$

Câu 52. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - \frac{1}{\sin^2 x}$ là:

A. $3x - \tan x + C$

B. $3x + \tan x + C$

C. $3x + \cot x + C$

D. $3x - \cot x + C$

Câu 53. Cho $f(x) = \sin x - \cos x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $-\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

B. $-\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

D. $\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2 \cos x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(0) = 1$ là:

A. $x^2 - \cos x + 2 \sin x + 2$

B. $x^2 + \cos x + 2 \sin x + 2$

C. $2 + \cos x + 2 \sin x$

D. $x^2 + \cos x + 2 \sin x - 2$

Câu 55. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ là:

A. $\frac{\tan^3 x}{3}$

B. $\frac{\tan^3 x}{3} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$

C. $\tan x - x$

D. $\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$

Câu 56. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ là:

A. $\cos 2x$

B. $\frac{1}{2} \sin 2x$

C. $2 \sin 2x$

D. $\cos^2 x$

Câu 57. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$?

A. $x + \frac{1}{4} \sin 4x$

B. $\frac{1}{4} x + \sin 4x$

C. $\frac{3}{4} x + \frac{1}{16} \sin 4x$

D. $\frac{3}{4} x - \frac{1}{4} \cos 4x$

Câu 58. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + 3x^2$ là:

A. $F(x) = \cos 2x + 6x$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 6x$

C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + x^3$

D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x - x^3$

Câu 59. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 2x$?

A. $F(x) = \sin^2 x$

B. $F(x) = 2\cos 2x$

C. $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x$

D. $F(x) = -\cos 2x$

Câu 60. Hàm số $f(x) = \sin x$ có một nguyên hàm là:

A. $F(x) = \cos x + C$

B. $F(x) = \sin x + C$

C. $F(x) = -\cos x + 1$

D. $F(x) = -\sin x + C$

Câu 61. Biết $F(x) = \int 1 + \tan^2 x \, dx$ khi đó $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + C$

B. $F(x) = \tan x + C$

C. $F(x) = -\tan x + C$

D. $F(x) = \cot x + C$

Câu 62. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x + C$

B. $F(x) = 2\sin 2x + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$

D. $F(x) = -2\sin 2x + C$

Câu 63. Gọi $F_1(x)$ là nguyên của hàm số $f_1(x) = \sin^2 x$ thỏa mãn $F_1(0) = 0$ và $F_2(x)$ là nguyên của hàm số $f_2(x) = \cos^2 x$ thỏa mãn $F_2(0) = 0$. Khi đó phương trình $F_1(x) = F_2(x)$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 64. Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

A. $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$

B. $-\cos^3 x + C$

C. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$

D. Đáp án khác.

Câu 65. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \cos 6x$

B. $F(x) = \sin 6x$

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)$

D. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4}\right)$

Câu 66. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \sin 5x \cdot \cos 3x$ là:

A. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$

B. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 8x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$

C. $\cos 8x + \cos 2x$

D. Đáp án khác.

Câu 67. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \sin x + C$

B. $F(x) = -\sin x + C$

C. $F(x) = \cos x + C$

D. $F(x) = -\cos x + C$

Câu 68. Kết quả nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ biết nguyên hàm này triệt tiêu khi $x = \frac{\pi}{2}$?

A. $F(x) = \sin x$

B. $F(x) = -\sin x$

C. $F(x) = \sin x + 1$

D. $F(x) = \sin x - 1$

Câu 69. Tính $\int \frac{1}{\cos^2(3x-1)} dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \tan(3x-1) + C$

B. $F(x) = \cot(3x-1) + C$

C. $F(x) = \frac{1}{3} \tan(3x-1) + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \cot(3x-1) + C$

Câu 70. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Kết quả là:

A. $F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4}$

B. $F(x) = \tan x - x - \frac{\pi}{4}$

C. $F(x) = x - \tan x + \frac{\pi}{4}$

D. $F(x) = x - \tan x - \frac{\pi}{4}$

Câu 71. Tính $\int \sin(3x-1) dx$, kết quả là:

A. $-\frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$

B. $\frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$

C. $-\cos(3x-1) + C$

D. Kết quả khác

Câu 72. Tìm $\int (\cos 6x - \cos 4x) dx$ là:

A. $-\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x + C$

B. $6 \sin 6x - 5 \sin 4x + C$

C. $\frac{1}{6} \sin 6x - \frac{1}{4} \sin 4x + C$

D. $-6 \sin 6x + \sin 4x + C$

Câu 73. Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$

(II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$

(III) $f(x) = \tan^2 x + 1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$

A. (I), (II), (III)

B. Chỉ (II), (III)

C. Chỉ (III)

D. Chỉ (II)

Câu 74. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin 3x \cos 2x$

A. $-\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$

B. $\frac{1}{5} \cos 5x + \cos x + C$

C. $5 \cos 5x + \cos x + C$

D. Kết quả khác

Câu 75. Lựa chọn phương án đúng:

A. $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

D. $\int \cos x dx = -\sin x + C$

Câu 76. Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$

A. $\frac{2}{3}x + 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

B. $\frac{2}{3}x - 2 \cos x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

C. $\frac{2}{3}x - 2 \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

D. $\frac{3}{2}x - 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 77. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

(I) $\int \sin x \sin 3x dx = \frac{1}{4}(\sin 2x - \frac{1}{2} \sin 4x) + C$

(II) $\int \tan^2 x dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + C$

(III) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+2x+3) + C$

A. Chỉ (I) và (II) B. Chỉ (III) C. Chỉ (II) và (III) D. Chỉ (II)

Câu 78. Tìm $\int (\sin x + 1)^3 \cos x dx$ là:

A. $\frac{(\cos x + 1)^4}{4} + C$ B. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$ C. $\frac{(\sin x + 1)^4}{4} + C$ D. $4(\sin x + 1)^3 + C$

Câu 79. Xét các mệnh đề

(I) $F(x) = x + \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$

(II) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

(III) $F(x) = \tan x$ là một nguyên hàm của $f(x) = -\ln|\cos x|$

Mệnh đề nào sai ?

A. (I) và (II) B. Chỉ (III) C. Chỉ (II) D. Chỉ (I) và (III)

Câu 80. Tìm $\int \sin \frac{3x}{2} dx$.

A. $F(x) = -\frac{2}{3} \cos \frac{3x}{2} + C$

B. $F(x) = \frac{2}{3} \cos \frac{3x}{2} + C$

C. $F(x) = -\frac{3}{2} \cos \frac{3x}{2} + C$

D. $F(x) = \frac{3}{2} \cos \frac{3x}{2} + C$

Câu 81. Nguyên hàm của hàm số $y = \sin^3 x \cdot \cos x$ **y = sin³ x . cos x** là:

A. $F(x) = \frac{1}{4} \sin^4 x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{4} \cos^4 x + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{4} \cos^4 x + C$

Câu 82. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ thỏa mãn $F(0) = 3$ là:

A. $f(x) = \tan x - x + 3$

B. $f(x) = \tan x - x - 3$

C. $f(x) = \tan x + x + 3$

D. $f(x) = \tan x + x - 3$

Câu 83. Nếu $f'(x) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $f(0) = \frac{13}{4}$ thì:

A. $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2} \cos 2x\right) + 3$

B. $f(x) = x - \frac{1}{2} \cos 2x + 4$

C. $f(x) = \sin x + \frac{7}{2}$

D. $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 3$

Câu 84. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \sin x + \cos x - 1$ là:

A. $F(x) = \sin x - \cos x + C$

B. $F(x) = \sin x - \cos x - x + C$

C. $F(x) = \cos x + \sin x - x + C$

D. $F(x) = \sin x + \cos x - x + C$

Câu 85. Kết quả nào sai trong các kết quả sau?

A. $\int \sin x \cdot \cos x dx = -\cos x \cdot \sin x + C$

B. $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{2} \cos 2x + C$

C. $\int \cos^2 x \cdot \sin x dx = \frac{-\cos^3 x}{3} + C$

D. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

Câu 86. Kết quả nào sai trong các kết quả sau?

A. $\int \cos 3x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

B. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C$

C. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{3} \cos 3x \cdot \sin x + C$

D. $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{-\cos 2x}{4} + C$

Câu 87. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ là:

A. $F(x) = -\cos x - \sin x + C$

B. $F(x) = \cos x + \sin x + C$

C. $F(x) = \cot x - \tan x + C$

D. $F(x) = -\cot x - \tan x + C$

Câu 88. Tìm nguyên hàm $\int 2 \sin 3x \cos 2x dx$?

A. $F(x) = -\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{3} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 5x - \frac{1}{3} \cos x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$

Câu 89. Tìm nguyên hàm: $\int \sin^2 2x dx$

A. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$ B. $\frac{1}{3} \sin^3 2x + C$

C. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$ D. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 4x + C$

Câu 90. Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx =$

A. $2 \tan 2x + C$ B. $2 \cot 2x + C$

C. $4 \cot 2x + C$ D. $2 \cot 2x + C$

Câu 91. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \cos^2 2x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x + C$

B. $\int \sin^2 2x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin 4x + C$

C. $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C$

D. $\int \sin^2 2x dx = -\cos^2 2x + C$

Câu 92. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$

B. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

C. $\int \tan^2 x dx = \frac{\tan^3 x}{3} + C$

D. $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + C$

Câu 93. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \sin x - \cos x$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

A. $f(x) = -\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

B. $f(x) = \cos x - \sin x + \sqrt{2}$

C. $f(x) = \cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $f(x) = \cos x - \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}$

NHÓM 4: HÀM SỐ MŨ, LOGARIT

Câu 94. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - e^{-x}$.

A. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C$

B. $\int f(x) dx = -e^x + e^{-x} + C$

C. $\int f(x) dx = e^x - e^{-x} + C$

D. $\int f(x) dx = -e^x - e^{-x} + C$

Câu 95. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x \cdot 3^{-2x}$.

A. $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$

B. $\int f(x) dx = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$

C. $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$

D. $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 + \ln 9} + C$

Câu 96. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(3 + e^{-x})$ là

A. $F(x) = 3e^x + x + C$

B. $F(x) = 3e^x + e^x \ln e^x + C$

C. $F(x) = 3e^x - \frac{1}{e^x} + C.$

D. $F(x) = 3e^x - x + C.$

Câu 97. Hàm số $f(x) = 7e^x - \tan x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = e^x \left(7 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right).$

B. $f(x) = 7e^x + \frac{1}{\cos^2 x}.$

C. $f(x) = 7e^x + \tan^2 x - 1.$

D. $f(x) = 7 \left(e^x - \frac{1}{\cos^2 x} \right).$

Câu 98. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{4x-2}}.$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$

B. $\int f(x) dx = e^{2x-1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{4x-2} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{e^{2x-1}} + C.$

Câu 99. Tính $\int e^{-x} + 4 dx$

A. $e^{-x} + 4x + C$

B. $\frac{1}{e^{-x}} + 4x + C$

C. $-e^{-x} + C$

D. $-e^{-x} + 4x + C$

Câu 100. Tính $\int \left(e^{3x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

A. $\frac{1}{3} e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

B. $3e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

C. $3e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

D. $\frac{1}{3} e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

Câu 101. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x + 3x^2$ là

A. $F(x) = 9^x + x^3$

B. $F(x) = 9^x \ln 9 + x^3$

C. $F(x) = \frac{9^x}{9} + x^3$

D. $F(x) = \frac{9^x}{\ln 9} + x^3$

Câu 102. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2} \right)$ thỏa $F(1) = e$ là

A. $F(x) = e^x - \frac{1}{x} - 1$

B. $F(x) = e^x - \frac{1}{x} + 1$

C. $F(x) = e^x + \frac{1}{x} - 1$

D. $F(x) = e^x + \frac{1}{x} + 1$

Câu 103. Hàm số $f(x) = e^{1-x}$ có tất cả các nguyên hàm là:

A. $F(x) = e^{1-x} + C$

B. $F(x) = -e^{1-x}$

C. $F(x) = \frac{1}{2-x} e^{2-x} + C$

D. $F(x) = -e^{1-x} + C$

Câu 104. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{x+1}$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = 3^{x+1} + C$

B. $F(x) = 3 \ln 3 \cdot 3^x + C$

C. $F(x) = 3 \ln 3 \cdot 3^{x+1} + C$

D. $F(x) = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$

Câu 105. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = e^x - 2 + C$

B. $F(x) = e^x - 2x + C$

C. $F(x) = e^{x+1} - 2x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{x+1} e^{x+1} - 2x + C$

Câu 106. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^x$ là:

A. $\frac{1}{2} e^{2x} - e^x + C$

B. $2e^{2x} - e^x + C$

C. $e^x(e^x - x) + C$

D. Kết quả khác

Câu 107. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ là:

A. $2e^x + \tan x + C$

B. $e^x \left(2x - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$

C. $e^x + \tan x + C$

D. Kết quả khác

Câu 108. Tính $\int (3 \cos x - 3^x) dx$, kết quả là:

A. $3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

B. $-3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

C. $3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

D. $-3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 109. Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

D. Kết quả khác

Câu 110. Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + \cos 2x$

B. $e^x - \cos 2x$

C. $e^x + 2 \cos 2x$

D. $e^x + \frac{1}{2} \cos 2x$

Câu 111. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x - 4^x$.

A. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{2^{2x}}{\ln 2} + C$

B. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} (1 - 2^{x-1}) + C$

C. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} \left(1 - \frac{4^x}{\ln 2} \right) + C$

D. $F(x) = \frac{2^x}{2 \ln 2} (1 - 2^x) + C$

Câu 112. Tìm $\int \left(e^{3x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

A. $F(x) = \frac{1}{3} e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

B. $F(x) = 3e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

C. $F(x) = 3e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3} e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

Câu 113. Tìm $\int e^x \left(3 - \frac{2}{x^5 e^x} \right) dx$.

A. $F(x) = 3e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

B. $F(x) = -3e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

C. $F(x) = 3e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

D. $F(x) = -3e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

Câu 114. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = e^{2x+3} - 2x + 1$ là:

A. $F(x) = e^{2x+3} - x^2 + x + C$

B. $F(x) = \frac{e^{2x+3}}{2} - 2x + C$

C. $F(x) = \frac{e^{2x+3}}{2} - x^2 + x + C$

D. $F(x) = 2e^{2x+3} - x^2 + x + C$

Câu 115. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = 2^{3x} + 4^{2x+1}$ là

A. $F(x) = \frac{2^{3x}}{2 \ln 8} + \frac{4^{2x+1}}{4 \ln 16} + C$

B. $F(x) = \frac{2^{3x}}{\ln 2} + \frac{4^{2x+1}}{\ln 4} + C$

C. $F(x) = \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{4^{2x+1}}{\ln 16} + C$

D. $F(x) = \frac{3 \cdot 2^{3x}}{\ln 2} + \frac{2 \cdot 4^{2x+1}}{\ln 4} + C$

Câu 116. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int (e^x + 2^x) dx = e^x + 2^x + C$

B. $\int (e^x + 2^x) dx = e^x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

C. $\int e^x (e^x + 1)^2 dx = \frac{(e^x + 1)^3}{3} + C$

D. $\int \frac{1}{e^x} x dx = \frac{-1}{e^x} + C$

Câu 117. Tìm nguyên hàm $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

A. $3x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{e^{6x}}{6} + C$

B. $4x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{e^{6x}}{6} + C$

C. $4x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{5e^{6x}}{6} + C$

D. $4x + \frac{4e^{3x}}{3} - \frac{e^{6x}}{6} + C$

Dạng toán 2. TÍNH NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ HỮU TỶ



Phương Pháp

Bài toán tổng quát: Tính nguyên hàm $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} \cdot dx$, với $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức không căn.

Phương pháp giải:

- Nếu bậc của tử số $P(x) \geq$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
- Nếu bậc của tử số $P(x) <$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Xem xét mẫu số và khi đó:
 - + Nếu mẫu số phân tích được thành tích số, ta sẽ sử dụng đồng nhất thức để đưa về dạng tổng của các phân số.

Một số trường hợp đồng nhất thức thường gặp:

- $\frac{1}{(ax + m) \cdot (bx + n)} = \frac{1}{an - bm} \cdot \left(\frac{a}{ax + m} - \frac{b}{bx + n} \right)$.
- $\frac{mx + n}{(x - a) \cdot (x - b)} = \frac{A}{x - a} + \frac{B}{x - b} = \frac{(A + B) \cdot x - (Ab + Ba)}{(x - a) \cdot (x - b)} \Rightarrow \begin{cases} A + B = m \\ Ab + Ba = -n \end{cases}$.
- $\frac{1}{(x - m) \cdot (ax^2 + bx + c)} = \frac{A}{x - m} + \frac{Bx + C}{ax^2 + bx + c}$, với $\Delta = b^2 - 4ac < 0$.
- $\frac{1}{(x - a)^2 \cdot (x - b)^2} = \frac{A}{x - a} + \frac{B}{(x - a)^2} + \frac{C}{x - b} + \frac{D}{(x - b)^2}$.

+ Nếu mẫu số không phân tích được thành tích số (biến đổi và đưa về dạng lượng giác).

BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 1. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{2x + 1}{x - 1} \cdot dx$ ĐS: $I = 2x + 3 \ln|x - 1| + C$.

.....

b) $I = \int \frac{3x + 1}{x - 2} \cdot dx$ ĐS: $I = 3x + 7 \ln|x - 2| + C$.

.....

$$c) I = \int \frac{3x+1}{(x+1)^3} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{3}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + C.$$

.....

.....

$$d) I = \int \frac{x+1}{2x+3} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \ln|2x+3| + C.$$

.....

.....

$$e) I = \int \frac{x^4 - 3x^2 + 2x - 1}{x^2} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x^3}{3} - 3x + 2 \ln|x| + \frac{1}{x} + C.$$

.....

.....

$$f) I = \int \frac{x^2 + x + 1}{x+2} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x^2}{2} - x + 3 \ln|x+2| + C.$$

.....

.....

$$g) I = \int \frac{4x^2 + 6x + 1}{2x+1} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = x^2 + 2x - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$$

.....

.....

$$h) I = \int \frac{4x^3 + 4x^2 - 1}{2x+1} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$$

.....

.....

$$i) I = \int \frac{dx}{x \cdot (x+1)} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$$

.....

.....

$$j) I = \int \frac{dx}{x^2 - 4} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$$

.....

.....

$$k) I = \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 9} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{1}{x-3} + C.$$

.....

.....

l) $I = \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}$. ĐS: $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C$.

.....

.....

m) $I = \int \frac{dx}{2x^2 + x - 3}$. ĐS: $I = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-1}{2x+3} \right| + C$.

.....

.....

n) $I = \int \frac{dx}{2x^2 - 7x + 5}$. ĐS: $I = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{2x-5}{x-1} \right| + C$.

.....

.....

o) $I = \int \frac{4x - 5}{x^2 - x - 2} \cdot dx$. ĐS: $I = \ln|x-2| + 3\ln|x+1| + C$.

.....

.....

p) $I = \int \frac{4x + 11}{x^2 + 5x + 6} \cdot dx$. ĐS: $I = 3\ln|x+2| + \ln|x+3| + C$.

.....

.....

q) $I = \int \frac{x + 1}{x^2 - x - 6} \cdot dx$. ĐS: $I = \frac{1}{5} \ln|x+2| + 4\ln|x-3| + C$.

.....

.....

r) $I = \int \frac{5x - 3}{x^2 - 3x - 2} \cdot dx$. ĐS: $I = -2\ln|x-1| + 7\ln|x-2| + C$.

.....

.....

s) $I = \int \frac{1 - 2x}{x^2 - 2x} \cdot dx$. ĐS: $I = -\frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x-2| + C$.

.....

.....

t) $I = \int \frac{x^2 dx}{x^2 - 7x + 12}$. ĐS: $I = x + 16\ln|x-4| - 9\ln|x-3| + C$.

.....

$$u) I = \int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = x + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C.$$

$$v) I = \int \frac{x^2}{x+2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4 \ln |x+2| + C.$$

$$w) I = \int \frac{3x+2}{4x^2-4x+1} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{3}{4} \ln |2x-1| - \frac{7}{4(2x-1)} + C.$$

$$x) I = \int \frac{3x^2 - x^4}{x^2 - 2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{x^3}{3} + x + \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} \right| + C.$$

$$y) I = \int \frac{x^2 + x}{(x+2)^2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = x - 3 \ln |x+2| - \frac{2}{x+2} + C.$$

$$z) I = \int \frac{x^2 \cdot dx}{(1-x^2)^2} \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{4} \left(\ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + C.$$

BT 2. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 + x^2 - 2x} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{3}{2} \ln |x| - 2 \ln |x-1| + \frac{5}{2} \ln |x-2| + C.$$

b) $I = \int \frac{2x^2 - 8x + 10}{x^3 + x^2 - 4x - 4} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{1}{6} \ln|x - 2| - \frac{20}{3} \ln|x + 1| + \frac{17}{2} \ln|x + 2| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = x + \frac{1}{6} \ln|x| - \frac{9}{2} \ln|x - 2| + \frac{28}{3} \ln|x - 3| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int \frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 - 3x + 2} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = 2 \ln|x - 1| + \ln|x + 2| - \frac{3}{x - 1} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

e) $I = \int \frac{dx}{x \cdot (x^3 + 1)} \cdot$ ĐS: $I = \ln|x| - \frac{1}{3} \ln|x^3 + 1| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{3x + 5}{x + 2}$ là:

- A. $F(x) = 3x + 4 \ln|x + 2| + C$
- B.** $F(x) = -3x + \ln|x + 2| + C$
- C. $F(x) = 3x - \ln|x + 2| + C$
- D.** $F(x) = 3x + \ln|x + 2| + C$

Câu 2. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x + 1}$ là:

- A.** $\ln|x + 1|$
- B.** $x + \ln|x + 1|$
- C. $x - \ln|x + 1|$
- D.** $2 \ln|x + 1|$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2x + 1}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(1) = 0$ là:

- A.** $x + \frac{2}{x+1} - 2$ **B.** $x + \frac{2}{x+1} + 2$ **C.** $x - 2 \ln|x+1|^2$ **D.** $x - \frac{2}{x+1} + 2$

Câu 4. Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x}{x+1}$?

- A.** $\frac{x^2 - x - 1}{x+1}$ **B.** $\frac{x^2 + x + 1}{x+1}$ **C.** $\frac{x^2}{x+1}$ **D.** $\frac{x^2 + x - 1}{x+1}$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(1) = -4$ là:

- A.** $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{2}{x^2} + 4$ **B.** $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{1}{2x^2} - 4$
C. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{2}{x^2} - 4$ **D.** $F(x) = x^3 - 2x + C$

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x+1}$ là:

- A.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x+1| + C$ **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 2 \ln|x+1| + C$
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| + C$ **D.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x - 2 \ln|x+1| + C$

Câu 7. Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$, biết $F(1) = \frac{1}{3}$. Vậy

$F(x)$ là:

- A.** $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$ **B.** $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} + \frac{13}{6}$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{x+1} + C$ **D.** $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1}$

Câu 8. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$ biết $F(1) = \frac{1}{2}$. Kết quả là:

- A.** $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + 2$ **B.** $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| - 2$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + \frac{1}{2}$ **D.** $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| - \frac{1}{2}$

Câu 9. Ta có: $f(x) = \frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 - 3x + 2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = 2 \\ C = 1 \end{cases}$

Tính $\int f(x)dx = F(x) + C$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+2} + C$

B. $F(x) = -\frac{3}{x-1} + 2\ln|x-1| + \ln|x-2| + C$

C. $F(x) = 3\ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + \ln|x-2| + C$

D. $F(x) = -3\ln|x-1| + 2\ln|x+2| - \frac{1}{x-1} + C$

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ là :

A. $\ln x - \ln x^2 + C$ B. $\ln x - \frac{1}{x} + C$ C. $\ln x + \frac{1}{x} + C$ D. Kết quả khác

Câu 11. Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{2x+1} dx$ ta được kết quả sau:

A. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$ B. $-\ln|2x+1| + C$ C. $-\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$ D. $\ln|2x+1| + C$

Câu 12. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4+3}{x^2}$ là :

A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ B. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x^2} + C$ C. $\frac{2x^3}{3} - 3\ln x^2 + C$ D. Kết quả khác

Câu 13. Kết quả của $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ là:

A. $\sqrt{1-x^2} + C$ B. $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + C$ C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$ D. $-\sqrt{1-x^2} + C$

Câu 14. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$ là:

A. $F(x) = \ln|x+1|$ B. $F(x) = x + \ln|x+1|$
C. $F(x) = x - \ln|x+1|$ D. $F(x) = 2\ln|x+1|$

Câu 15. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$?

A. $F(x) = x + \frac{1}{4} \sin 4x$ B. $F(x) = \frac{1}{4} x + \sin 4x$
C. $F(x) = \frac{3}{4} x + \frac{1}{16} \sin 4x$ D. $F(x) = \frac{3}{4} x - \frac{1}{4} \cos 4x$

Câu 16. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+5}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+5| + 2016$ B. $F(x) = \ln|2x+5|$

C. $F(x) = -\frac{2}{2x+5}^2$

D. $F(x) = -\frac{1}{2x+5}^2$

Câu 17. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{1+2x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \frac{1}{1+2x} + C$

B. $F(x) = \ln|1+2x^2| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+2x} + C$

D. $F(x) = \frac{-1}{1+2x} + C$

Câu 18. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \sin 2x + \frac{1}{4x-3}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \ln|4x-3| + C$

B. $F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \ln|4x-3| + C$

C. $F(x) = \cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \ln|4x-3| + C$

D. $F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \cos 2x + \ln|4x-3| + C$

Câu 19. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{4}{2x-1} dx = 4 \ln|2x-1| + C$

B. $\int \frac{2x+1}{x} dx = 2x + \ln|x| + C$

C. $\int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C$

D. $\int \frac{2x+1}{x+1} dx = 2x - \ln|x+1| + C$

Câu 20. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{2x+1}{3-4x} dx = \frac{-x}{2} - \frac{5}{8} \ln|3-4x| + C$

B. $\int \frac{x+1}{x-1} dx = x + 2 \ln|x-1| + C$

C. $\int \frac{2}{x-1} dx = 2 \ln|x-1| + C$

D. $\int \frac{6}{2x+3} dx = 3 \ln|2x+3| + C$

Câu 21. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{x^3}{x-1} dx$ là:

A. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

B. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x+1| + C$

C. $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

D. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $I = \int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ là:

A. $F(x) = \frac{2}{3} \ln|2x+1| - \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

B. $F(x) = \frac{2}{5} \ln|2x+1| + \frac{5}{2} \ln|x-1| + C$

C. $F(x) = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

D. $F(x) = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

Dạng toán 3. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ



A – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Định lý: Cho $\int f(u)du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) \cdot dx = F[u(x)] + C.$$

1. Đổi biến số dạng 1: đặt $t = \varphi(x)$.

- $I = \int f(ax + b)^n \cdot x dx \xrightarrow{PP} t = ax + b \Rightarrow dt = a \cdot dx$
- $I = \int \left(\frac{x^n}{ax^{n+1} + 1} \right)^m \cdot dx \xrightarrow{PP} t = x^{n+1} + 1 \Rightarrow dt = (n + 1)x^n \cdot dx, \text{ với } m, n \in \mathbb{Z}.$
- $I = \int f(ax^2 + b)^n \cdot x dx \xrightarrow{PP} t = ax^2 + b \Rightarrow dt = 2ax \cdot dx$
- $I = \int \sqrt[n]{f(x)} \cdot f'(x) \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \sqrt[n]{f(x)}, \text{ trừ một số trường hợp đổi biến dạng 2.}$
- $\begin{cases} I = \int f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} \cdot dx \\ I = \int f(a + b \ln x) \cdot \frac{1}{x} \cdot dx \end{cases} \xrightarrow{PP} \text{Đặt } \begin{cases} t = \ln x \\ t = a + b \ln x \end{cases}.$
- $I = \int f(e^x) \cdot e^x \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = e^x.$
- $I = \int f(\cos x) \cdot \sin x dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx.$
- $I = \int f(\sin x) \cdot \cos x dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx.$
- $I = \int f(\tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx.$
- $I = \int f(\cot x) \cdot \frac{1}{\sin^2 x} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \cot x \Rightarrow dt = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot dx = -(1 + \cot^2 x) dx.$
- $I = \int f(\sin^2 x; \cos^2 x) \cdot \sin 2x dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } \begin{cases} t = \sin^2 x \Rightarrow dt = \sin 2x dx \\ t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx \end{cases}.$
- $I = \int f(\sin x \pm \cos x) \cdot (\sin x \mp \cos x) \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \sin x \pm \cos x.$

2. Đổi biến số dạng 2: đặt $x = \varphi(t)$.

- $I = \int f(\sqrt{a^2 - x^2}) \cdot x^{2n} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x = a \cdot \sin t \Rightarrow dx = a \cdot \cos t \cdot dt.$
- $I = \int f(\sqrt{x^2 + a^2}) \cdot x^{2n} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x = a \cdot \tan t \Rightarrow dx = \frac{a dt}{\cos^2 t}.$
- $I = \int f(\sqrt{x^2 - a^2}) \cdot x^{2n} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x = \frac{a}{\cos t} \Rightarrow dx = \frac{a \sin t}{\cos^2 t} \cdot dt.$

- $I = \int \frac{dx}{(x-a)^n \cdot \sqrt{ax^2 + bx + c}} \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x-a = \frac{1}{t} \Rightarrow dx = -\frac{dt}{t^2}.$
- $I = \int R\left[\sqrt[n_1]{ax+b}, \dots, \sqrt[n_k]{ax+b}\right] \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t^n = ax+b \text{ với}$
 $n = B.C.N.N \quad n_1; n_2; \dots; n_k \cdot$
- $I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x+a)(x+b)}} \xrightarrow{PP} \text{Đặt } \begin{cases} t = \sqrt{x+a} + \sqrt{x+b} \text{ khi } \begin{cases} x+a > 0 \\ x+b > 0 \end{cases} \\ t = \sqrt{-x-a} + \sqrt{-x-b} \text{ khi } \begin{cases} x+a < 0 \\ x+b < 0 \end{cases} \end{cases}.$

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 3. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int x \cdot (1-x)^{2015} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = -\frac{(1-x)^{2016}}{2016} + \frac{(1-x)^{2017}}{2017} + C.$

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int x \cdot (x^2 + 1)^3 dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{(x^2 + 1)^4}{8} + C.$

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int x^2 \cdot (x-1)^9 \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{(x-1)^{12}}{12} + \frac{2(x-1)^{11}}{11} + \frac{(x-1)^{10}}{10} + C.$

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int x^3 \cdot (2-3x^2)^8 \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{(2-3x^2)^{10}}{180} - \frac{(2-3x^2)^9}{81} + C.$

.....

.....

.....

.....

e) $I = \int \frac{x dx}{x^2 + 2}$

ĐS: $I = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 2| + C$

f) $I = \int \frac{2x}{(x+1)^2} dx$

ĐS: $I = 2 \ln|x+1| + \frac{2}{x+1} + C$

g) $I = \int \frac{x}{(x+1)^5} \cdot dx$

ĐS: $I = \frac{1}{(x+1)^3} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x+1} - \frac{1}{3} \right) + C$

h) $I = \int \left(\frac{x}{1+x^2} \right)^3 dx$

ĐS: $I = -\frac{1}{2(1+x^2)} + \frac{1}{4(1+x^2)^2} + C$

i) $I = \int \left(1 + \frac{1}{x} \right)^3 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot dx$

ĐS: $I = -\frac{1}{4x^4} - \frac{1}{x^3} - \frac{3}{2x^2} - \frac{1}{x} + C$

j) $I = \int \frac{x dx}{(x+1)^2}$

ĐS: $I = \ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + C$

$$k) I = \int \frac{x dx}{(2x+1)^3}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{4(2x+1)^2} - \frac{1}{2(2x+1)} \right] + C.$$

$$l) I = \int \frac{x^5}{x^2+1} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C.$$

$$m) I = \int \frac{x^4}{x^{10}-4} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{20} \ln \left| \frac{x^5-2}{x^5+2} \right| + C.$$

$$n) I = \int \frac{x^3 dx}{x+1}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| + C.$$

BT 4. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2+2x-4}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \sqrt{x^2+2x-4} + C.$$

$$b) I = \int x \sqrt{2-x^2} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = -\frac{\sqrt{(2-x^2)^3}}{3} + C.$$

$$c) I = \int \frac{2x dx}{\sqrt[3]{x^2 + 4}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x^2 + 4)^2} + C.$$

$$d) I = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = -\frac{2(3x^2 + 4x + 8)\sqrt{1-x}}{15} + C.$$

$$e) I = \int 5x \sqrt[3]{1-x^2} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = -\frac{15}{8}(1-x^2)^{\frac{4}{3}} + C.$$

$$f) I = \int x^5 \sqrt[3]{(1-2x^2)^2} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{3(20x^4 - 4x^2 - 3) \sqrt[3]{(1-2x^2)^2}}{320} + C.$$

$$g) I = \int \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = 2x + 1 - 4\sqrt{2x+1} + 5 \ln \left| \sqrt{2x+1} + 2 \right| + C.$$

$$h) I = \int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{3} - 4\sqrt{4-x^2} + C.$$

$$i) I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+4}+2} \right| + C.$$

$$j) I = \int \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{2\sqrt{(x^2-x+1)^3}}{3} - 2\sqrt{x^2-x+1} + C.$$

$$k) I = \int \sin^3 x \sqrt{\cos x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{2}{21} (3 \cos^3 x - 7 \cos x) \sqrt{\cos x} + C.$$

$$l) I = \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \ln \left| \frac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1} \right| + C.$$

$$m) I = \int \frac{dx}{x \ln x \sqrt{1+3 \ln^2 x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{1+3 \ln^2 x}-1}{\sqrt{1+3 \ln^2 x}+1} \right| + C.$$

$$n) I = \int \frac{x dx}{x + \sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x^3}{3} - \frac{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}{3} + C.$$

BT 5. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \ln^2 x \cdot \frac{1}{x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\ln^3 x}{3} + C.$$

$$b) I = \int \frac{3 \ln x + 1}{x \ln x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = 3 \ln x + \ln |\ln x| + C.$$

$$c) I = \int (1 + \ln x) \cdot \frac{1}{x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{(1 + \ln x)^2}{2} + C.$$

$$d) I = \int \frac{\ln x}{\sqrt{1 + \ln x}} \cdot \frac{1}{x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{2\sqrt{(1 + \ln x)^3}}{3} - 2\sqrt{1 + \ln x} + C.$$

$$e) I = \int \frac{\ln x \cdot \sqrt[3]{2 + \ln^2 x} dx}{x}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{3}{8} \sqrt[3]{(2 + \ln^2 x)^4} + C.$$

$$f) I = \int \frac{\log_2^3 x}{x \sqrt{1 + 3 \ln^2 x}} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{9 \ln^3 2} \left(\frac{\sqrt{(1 + 3 \ln^2 x)^3}}{3} - \sqrt{1 + 3 \ln^2 x} \right) + C.$$

BT 6. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{dx}{e^x - 1}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \ln \left| \frac{e^x - 1}{e^x} \right| + C.$$

$$b) I = \int \frac{dx}{e^x + 2}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{2} \ln \frac{e^x}{e^x + 2} + C.$$

$$c) I = \int \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x - 1} \right| + C.$$

$$d) I = \int \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{2} \ln |e^{2x} + 1| + C.$$

$$e) \quad I = \int \frac{dx}{e^x - 4e^{-x}}. \quad \text{ĐS: } I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right| + C.$$

$$f) \quad I = \int \frac{(1 + e^x)^3}{e^x} \cdot dx. \quad \text{ĐS: } I = \frac{(1 + e^x)^2}{2} + 2(1 + e^x) + 3x - \frac{1}{e^x} + C.$$

$$g) \quad I = \int \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} \cdot dx. \quad \text{ĐS: } I = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 3e^x + 2) + \frac{3}{2} \ln \frac{e^x + 1}{e^x + 2} + C.$$

$$h) \quad I = \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} \cdot dx. \quad \text{ĐS: } I = \frac{2\sqrt{(e^x - 1)^3}}{3} + 2\sqrt{e^x - 1} + C.$$

$$i) \quad I = \int \frac{dx}{e^x - \sqrt{e^x}}. \quad \text{ĐS: } I = 2 \ln \frac{\sqrt{e^x} - 1}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{\sqrt{e^x}} + C.$$

$$j) I = \int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = 2 \ln \frac{\sqrt{e^x}}{\sqrt{e^x + 1}} + C.$$

BT 7. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \ln |1 + \sin x| + C.$$

$$b) I = \int \frac{(2 \sin x - 3) \cos x}{2 \sin x + 1} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{1}{2}(2 \sin x + 1) - 2 \ln |2 \sin x + 1| + C.$$

$$c) I = \int \frac{3 \cos x dx}{(1 - \sin x)^2}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{3}{1 - \sin x} + C.$$

$$d) I = \int \frac{2 \cos x dx}{3 + 2 \sin x}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \ln \left(\sin x + \frac{3}{2} \right) + C.$$

$$e) I = \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C.$$

$$f) I = \int \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{2} \ln|1 + \sin 2x| + C.$$

$$g) I = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{1}{\sin x} - \sin x + C.$$

$$h) I = \int \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = 2 \ln(2 + \sin x) + \frac{4}{2 + \sin x} + C.$$

$$i) I = \int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx. \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = e^{\sin x} + C.$$

$$j) I = \int (\cos^3 x - 1) \cdot \cos^2 x \cdot dx. \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{2\sin^3 x}{3} + \sin x - \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$$

$$k) I = \int \frac{\cos x dx}{6 - 5\sin x + \sin^2 x} \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \ln \left(\frac{3 - \sin x}{2 - \sin x} \right) + C.$$

$$1) I = \int \frac{\cos x dx}{11 - 7 \sin x - \cos^2 x} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{5 - \sin x}{2 - \sin x} \right| + C.$$

BT 8. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{\sin x dx}{1 + \cos x} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\ln |1 + \cos x| + C.$$

$$b) I = \int \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -4 \cos^2 x + \cos 2x + C.$$

$$c) I = \int \cos^2 x \sin^3 x dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + C.$$

$$d) I = \int \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = 2 \cos x - \cos^2 x - \ln |\cos x + 1| + C.$$

$$e) I = \int \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = 6 \ln \left(\frac{3 + \cos 2x}{2} \right) - 2 \cos 2x - 6 + C.$$

$$f) I = \int \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos 2x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2} \cos x + 1}{\sqrt{2} \cos x - 1} \right| - 2 \cos x + C.$$

$$g) I = \int \frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \cdot \sin x \cdot (1 - \sin x)}{\cos^3 x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{\cos x} + C.$$

$$h) I = \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$$

BT 9. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\tan^2 x}{2} + C.$$

$$b) I = \int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\tan^5 x}{5} + C.$$

$$c) I = \int \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{\tan^3 x}{3} - \tan x - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} \right| + C.$$

$$d) I = \int \frac{dx}{5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x + 3 \sin^2 x} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{3 \tan x - 5}{\tan x - 1} \right| + C.$$

$$e) I = \int \frac{(1 + \sin 2x) \cdot dx}{2 \sin x \cos^3 x + \cos^4 x} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\tan^2 x}{4} + \frac{3 \tan x}{4} + \frac{1}{8} \ln |2 \tan x + 1| + C.$$

$$f) I = \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^2 x} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\tan^3 x}{3} + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$$

$$g) I = \int \frac{dx}{\cos x \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\sqrt{2} \ln |1 - \tan x| + C.$$

$$h) I = \int \frac{\tan \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{\cos 2x} dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{1 + \tan x} + C.$$

BT 10. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = -\frac{1}{3} \cot^3 x + C.$

b) $I = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^8 x} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{15 \cot^7 x + 42 \cot^5 x + 35 \cot^3 x}{105} + C.$

c) $I = \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[4]{\cot x}} \cdot$ ĐS: $I = -\frac{4}{3} \sqrt[4]{\cot^3 x} + C.$

d) $I = \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x} \cdot$ ĐS: $I = -\ln |\cot x| - \frac{1}{2} \cot^2 x + C.$

e) $I = \int \frac{dx}{\sin x \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)} \cdot$ ĐS: $I = -2 \ln |\cot x| + C.$

$$f) I = \int \frac{\sin x \cdot dx}{(\sin x + \cos x)^3} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{2(1 + \cot x)^2} + C.$$

BT 11. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\ln|\sin x + \cos x| + C.$$

$$b) I = \int \frac{\cos 2x dx}{\sin x + \cos x + 2} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \sin x + \cos x + 2 - 2\ln|\sin x + \cos x + 2|$$

$$c) I = \int \frac{\cos 2x \cdot dx}{(\sin x + \cos x + 2)^3} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{(\sin x + \cos x + 2)^2} - \frac{1}{\sin x + \cos x + 2} + C.$$

$$d) I = \int \sin 2x \cdot (1 + \sin^2 x)^3 \cdot dx \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{(1 + \sin^2 x)^4}{4} + C.$$

BT 12. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \arcsin x + C.$$

$$\text{b) } I = \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9-x^2}}. \quad \text{ĐS: } I = -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + C.$$

$$\text{c) } I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}}. \quad \text{ĐS: } I = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + C.$$

$$\text{d) } I = \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{25-x^2}}. \quad \text{ĐS: } I = -\frac{\sqrt{25-x^2}}{25x} + C.$$

$$\text{e) } I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx. \quad \text{ĐS: } I = \frac{1}{3}(x^2-2)\sqrt{1+x^2} + C.$$

$$\text{f) } I = \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx. \quad \text{ĐS: } I = -\frac{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}{3x^3} + C.$$

$$g) I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 4} \right| + C.$$

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 118. Tính $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}} dx$

A. $\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x+5}} + C$

B. $2\sqrt{x^2-2x+5} + C$

C. $\frac{\sqrt{x^2-2x+5}}{2} + C$

D. $\sqrt{x^2-2x+5} + C$

Câu 119. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. $F(x) = \ln \sqrt{x^2+1} + C$

B. $F(x) = \sqrt{x^2+1} + C$

C. $F(x) = 2\sqrt{x^2+1} + C$

D. $F(x) = \frac{2}{3x^2+1} + C$

Câu 120. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x \cdot e^{\sin x}$ là

A. $F(x) = e^{\sin x}$

B. $F(x) = e^{\cos x}$

C. $F(x) = e^{-\sin x}$

D. $F(x) = \sin x \cdot e^{\sin x}$

Câu 121. Cho hàm số $f(x) = x \cdot x^2 + 1^{2016}$. Khi đó :

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2+1^{2017}}{4034} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^2+1^{2016}}{4032}$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^2+1^{2016}}{2016}$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2+1^{2017}}{2017}$

Câu 122. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$

B. $f(x) = e^{2x}$

C. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

D. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$

Câu 123. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan x$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + C$

C. $F(x) = \ln |\cos x| + C$

D. $F(x) = -\ln |\cos x| + C$

Câu 124. Kết quả của $\int \cos x \sqrt{\sin x + 1} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{\sin x + 1}^3 + C$

B. $F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{\sin x + 1}^3 + C$

C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{\sin x + 1} + C$

D. $F(x) = \frac{2}{3} \sin x + 1^3 + C$

Câu 125. Kết quả của $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx$ bằng:

A. $F(x) = \sqrt{e^x + 3} + C$

B. $F(x) = 2\sqrt{e^x + 3} + C$

C. $F(x) = e^x + 3 + C$

D. $F(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3x}} + C$

Câu 126. Hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = \ln^2 x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{x.x^2} + C$

Câu 127. Hàm số $f(x) = \ln x \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{\ln x} \right)$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = \ln^2 x + x^2 + C$

B. $F(x) = \frac{\ln^2 x + x^2}{2} + C$

C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + x^2 + C$

D. $F(x) = \ln x \left(\ln x + \frac{x^2}{2 \ln x} \right) + C$

Câu 128. Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sin x}$, biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Vậy $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| + 1$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right|$

C. $F(x) = \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| + 1$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right| + 1$

Câu 129. Gọi $F(x)$ là nguyên của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8 - x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó phương

trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

A. $x = 0$

B. $x = 1$

C. $x = -1$

D. $x = 1 - \sqrt{3}$

Câu 130. Nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$ là:

A. $\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

B. $-\frac{1}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

C. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

D. Đáp án khác.

Câu 131. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$ là:

A. $F(x) = x\sqrt{2-x^2}$

B. $-\frac{1}{3}x^2 + 4\sqrt{2-x^2}$

C. $-\frac{1}{3}x^2\sqrt{2-x^2}$

D. $-\frac{1}{3}x^2 - 4\sqrt{2-x^2}$

Câu 132. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

A. $F(x) = -\ln x - \sqrt{4+x^2}$

B. $F(x) = \ln x + \sqrt{4+x^2}$

C. $F(x) = 2\sqrt{4+x^2}$

D. $F(x) = x + 2\sqrt{4+x^2}$

Câu 133. Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x \sin \sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$

B. $F(x) = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

C. $F(x) = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$

D. $F(x) = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

Câu 134. Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}^2$

B. $F(x) = \frac{1}{3}\sqrt{1+x^2}^3$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}\sqrt{1+x^2}^2$

D. $F(x) = \frac{1}{3}\sqrt{1+x^2}^2$

Câu 135. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(1-x)^{2015}$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{1}{2017}(1-x)^{2017} + \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2017}(1-x)^{2017} - \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2017}(1-x)^{2017} + \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{2017}(1-x)^{2017} - \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

Câu 136. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \frac{2x}{x + \sqrt{x^2-1}}$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - 1\sqrt{x^2-1}$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - 1\sqrt{x^2-1}$

C. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 1\sqrt{x^2-1}$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + 1\sqrt{x^2-1}$

Câu 137. Tính: $P = \int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$

A. $P = x\sqrt{x^2+1} - x + C$

B. $P = \sqrt{x^2+1} + \ln|x| + \sqrt{x^2+1} + C$

C. $P = \sqrt{x^2+1} + \ln\left|\frac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}\right| + C$

D. Đáp án khác.

Câu 138. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}x - \ln|\sin x + \cos x| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2}x + \ln|\sin x + \cos x| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2}x - \ln|\sin x - \cos x| + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2}x + \ln|\sin x - \cos x| + C$

Câu 139. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \cos x \cos 2x \sin 4x$. Kết quả là:

A. $F(x) = -\frac{1}{28}\cos 7x - \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x - \frac{1}{4}\cos x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{28}\cos 7x - \frac{1}{20}\cos 5x + \frac{1}{12}\cos 3x + \frac{1}{4}\cos x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{28}\cos 7x + \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x - \frac{1}{4}\cos x + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{28}\cos 7x + \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x + \frac{1}{4}\cos x + C$

Câu 140. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \sqrt{x} \sin \sqrt{x}$. Kết quả là:

A. $F(x) = -2x \cos \sqrt{x} + 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 4 \cos \sqrt{x} + C$

B. $F(x) = -2x \cos \sqrt{x} - 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 4 \cos \sqrt{x} + C$

C. $F(x) = -2x \cos \sqrt{x} + 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} - 4 \cos \sqrt{x} + C$

D. $F(x) = 2x \cos \sqrt{x} + 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 4 \cos \sqrt{x} + C$

Câu 141. Tính nguyên hàm $\int x e^{x^2+1} dx$, ta được:

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2-1} + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$

Câu 142. Tính $\int 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$. Kết quả sai là:

A. $F(x) = 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 1 + C$

B. $F(x) = 2 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 1 + C$

C. $F(x) = 2^{\sqrt{x}} + C$

D. $F(x) = 2^{\sqrt{x+1}} + C$

Câu 143. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$?

A. $F(x) = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

B. $F(x) = \ln \sqrt{1+x^2}$

C. $F(x) = \ln x + \sqrt{1+x^2}$

D. $F(x) = \ln x - \sqrt{1+x^2}$

Câu 144. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln x^2 + 1 + C$

B. $F(x) = \ln x^2 + 1 + C$

C. $F(x) = 2x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$

Câu 145. Tìm $\int \frac{\cos x}{\sin^{20} x} dx$.

A. $F(x) = -\frac{1}{19 \sin^{19} x} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{19 \sin^{19} x} + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{19 \cos^{19} x} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{19 \cos^{19} x} + C$

Câu 146. Hàm số $F(x) = \ln |\sin x - 3 \cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \frac{\cos x + 3 \sin x}{\sin x - 3 \cos x}$

B. $f(x) = \frac{-\cos x - 3 \sin x}{\sin x - 3 \cos x}$

C. $f(x) = \cos x + 3 \sin x$

D. $f(x) = \frac{\sin x - 3 \cos x}{\cos x + 3 \sin x}$

Câu 147. Tìm $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}} dx$.

A. $\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x+5}} + C$

B. $2\sqrt{x^2-2x+5} + C$

C. $\frac{\sqrt{x^2-2x+5}}{2} + C$

D. $\sqrt{x^2-2x+5} + C$

Câu 148. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là

A. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x$

B. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x$

C. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{4}{15}$

D. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{1}{15}$

Câu 149. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x+2}$ thỏa $F(0) = -\ln 3$ là

A. $F(x) = \ln e^x + 2 + \ln 3$

B. $F(x) = \ln e^x + 2 - \ln 3$

C. $F(x) = \ln e^x + 2 + 2\ln 3$

D. $F(x) = \ln e^x + 2 - 2\ln 3$

Câu 150. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3\sqrt{x^3 + 1}}{3} + C$

B. $F(x) = \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{3} + C$

C. $F(x) = \frac{2\sqrt{x^3 + 1}}{3} + C$

D. $F(x) = \frac{-2\sqrt{x^3 + 1}}{3} + C$

Câu 151. 0034: Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x\sqrt{1+x^2} dx = \frac{1+x^2\sqrt{1+x^2}}{3} + C$

B. $\int 2x(1+x^2)^3 dx = \frac{1+x^2^4}{4} + C$

C. $\int 2x(1+x^2)^3 dx = x^2 \cdot \frac{1+x^2^4}{4} + C$

D. $\int \frac{x}{1+x^2} dx = \frac{\ln(1+x^2)}{2} + C$

Câu 152. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C$

B. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

C. $\int \frac{\ln x \sqrt{3+2\ln x}}{x} dx = \frac{\sqrt{3+2\ln x^5}}{10} - \frac{\sqrt{3+2\ln x^3}}{2} + C$

D. $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx = \frac{\ln^3 x}{3} + C$

Câu 153. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = e^{2x} + 2^{3x} + x$ là

A. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$

B. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{x^2}{2} + C$

C. $F(x) = e^{2x} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{x^2}{2} + C$

D. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + 1 + C$

Câu 154. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - 3\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $f(x) = \frac{\cos x + 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}$

B. $f(x) = \cos x + 3\sin x$

C. $f(x) = \frac{-\cos x - 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}$

D. $f(x) = \frac{\sin x - 3\cos x}{\cos x + 3\sin x}$

Câu 155. Tính $\int 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$, kết quả sai là:

A. $2 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 1 + C$ B. $2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 1 + C$ C. $2^{1+\sqrt{x}} + C$ D. $2^{\sqrt{x}} + C$

Câu 156. Kết quả nào sai trong các kết quả sau:

A. $\int \frac{dx}{x \ln x \cdot \ln \ln x} = \ln \ln \ln x + C$ B. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1} \right| + C$

C. $\int \frac{dx}{1+\cos x} = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$ D. $\int \frac{x dx}{3-2x^2} = \frac{-1}{4} \ln |3-2x^2| + C$

Câu 157. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3\cos x} \cdot \sin x$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{3\cos x} \cdot \cos x + C$ B. $\int f(x) dx = 3e^{3\cos x} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} e^{3\cos x} + C$ D. $\int f(x) dx = 3e^{3\cos x} \cdot \cos x + C$

Câu 158. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{2x}$

A. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2 x}{4} + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2 x}{4x} + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2x^2} + C$

Câu 159. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int x^3 \sqrt{x-1} dx$. là:

A. $F(x) = \left[\frac{2}{9} x-1^4 + \frac{5}{7} x-1^3 + \frac{6}{5} x-1^2 + \frac{2}{3} x-1 \right] \sqrt{x-1} + C$

B. $F(x) = \left[\frac{2}{9} x-1^4 + \frac{6}{7} x-1^3 + \frac{6}{5} x-1^2 + \frac{2}{3} x-1 \right] \sqrt{x-1} + C$

C. $F(x) = \left[\frac{2}{9} x-1^4 + \frac{6}{7} x-1^3 + \frac{6}{7} x-1^2 + \frac{2}{3} x-1 \right] \sqrt{x-1} + C$

D. $F(x) = \left[\frac{2}{9} x-1^4 + \frac{6}{7} x-1^3 + \frac{6}{5} x-1^2 + \frac{1}{3} x-1 \right] \sqrt{x-1} + C$

Câu 160. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}$. là:

A. $F(x) = \sqrt{2x-1} - 4 \ln \sqrt{2x-1} + 4 + C$ B. $F(x) = \sqrt{2x+1} - 4 \ln \sqrt{2x+1} + 4 + C$

C. $F(x) = \sqrt{2x-1} + 4 \ln \sqrt{2x+1} + 4 + C$ D. $F(x) = \sqrt{2x-1} - \frac{7}{2} \ln \sqrt{2x-1} + 4 + C$

Câu 161. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{\cos^5 x}{1-\sin x} dx$ là:

A. $\cos x - \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$ B. $\sin x - \frac{\sin^3 3x}{3} - \frac{\cos^4 4x}{4} + C$

C. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$

D. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{9} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$

Câu 162. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx$ là:

A. $F(x) = xe^x + 1 - \ln|xe^x + 1| + C$

B. $F(x) = e^x + 1 - \ln|xe^x + 1| + C$

C. $F(x) = xe^x + 1 - \ln|xe^{-x} + 1| + C$

D. $F(x) = xe^x + 1 + \ln|xe^x + 1| + C$

Câu 163. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Câu 164. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C$

B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$

C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Câu 165. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int x\sqrt{4x+7} dx$ là:

A. $\frac{1}{20} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

B. $\frac{1}{18} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

C. $\frac{1}{14} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

D. $\frac{1}{16} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

Dạng toán 4. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN



Phương Pháp

Định lý: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm và liên tục trên K thì

$$I = \int u(x) \cdot v'(x) \cdot dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) \cdot dx \text{ hay } I = \boxed{\int u dv = uv - \int v du}.$$

Vận dụng giải toán:

– **Nhận dạng:** Tích 2 hàm khác loại nhân nhau, chẳng hạn: mũ nhân lượng giác

$$\int e^x \cdot \sin x \cdot dx, \dots$$

– **Đặt:** $\begin{cases} u = \dots\dots\dots \xrightarrow{\text{Vi phân}} du = \dots\dots\dots dx \\ dv = \dots\dots\dots dx \xrightarrow{\text{Nguyên hàm}} v = \dots\dots\dots \end{cases}$. Suy ra: $I = \int u dv = uv - \int v du$.

– **Thứ tự ưu tiên chọn u :** *log – đa – lượng – mũ* và $dv =$ *phần còn lại*. Nghĩa là nếu có \ln hay $\log_a x$ thì chọn $u = \ln$ hay $u = \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x$ và $dv =$ còn lại. Nếu không có \ln ; \log thì chọn $u =$ đa thức và $dv =$ còn lại. Nếu không có \log , đa thức, ta chọn $u =$ lượng giác, ...

– **Lưu ý** rằng bậc của đa thức và bậc của \ln tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.

Dạng mũ nhân lượng giác là dạng nguyên hàm từng phần luân hồi.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 13. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int x \cdot \sin x \cdot dx$. ĐS: $I = \sin x - \cos x + C$.

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int (1 - 2x) \cdot e^x \cdot dx$. ĐS: $I = (3 - 2x) \cdot e^x + C$.

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int e^x \cdot \cos x \cdot dx$. ĐS: $I = \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + C$.

d) $I = \int (2x - 1) \cdot \ln x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = (x^2 - x) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C.$

e) $I = \int x \cdot e^{3x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{x e^{3x}}{3} - \frac{e^{3x}}{9} + C.$

f) $I = \int x^2 \cdot \ln 2x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{x^3 \ln 2x}{3} - \frac{x^3}{9} + C.$

g) $I = \int \ln x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = x \ln x - x + C.$

h) $I = \int (x + 1) \cdot \sin 2x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -\frac{x+1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$

i) $I = \int x \cdot e^{-x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -(1+x) \cdot e^{-x} + C.$

$$j) I = \int e^x \cdot \sin x \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{e^x \cdot (\sin x - \cos x)}{2} + C.$$

$$k) I = \int x \cdot \cos x \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = x \sin x + \cos x + C.$$

$$l) I = \int x \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C.$$

$$m) I = \int x \cdot e^x \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = x e^x - e^x + C.$$

$$n) I = \int x \cdot \ln(1-x) \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{x^2}{2} \ln(1-x) - \frac{\ln(1-x)}{2} - \frac{(1-x)^2}{4} + C.$$

$$o) I = \int x \cdot \sin^2 x \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} I = \frac{x^2}{4} - \frac{x \sin 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8} + C.$$

p) $I = \int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = x \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2} + C.$

q) $I = \int x \cdot \ln \frac{1+x}{1-x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = x + \frac{x^2 - 1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C.$

r) $I = \int \frac{\ln x}{x^3} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C.$

s) $I = \int x \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -\frac{1}{4} x \cos 2x + \frac{1}{8} \sin 2x + C.$

t) $I = \int e^{-2x} \cdot \cos 3x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{1}{13} e^{-2x} (3 \sin 3x - 2 \cos 3x) + C.$

u) $I = \int \frac{x \cdot dx}{1 + \cos 2x} \cdot$

ĐS: $I = \frac{1}{2} x \tan x + \frac{1}{2} \ln |\cos x| + C.$

$$v) I = \int x \cdot (2 \cos^2 x - 1) \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x}{2} \cdot \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$$

$$w) I = \int x^3 \cdot \ln x \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{x^4}{16} + C.$$

$$x) I = \int \frac{x}{\sin^2 x} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = -x \cot x + \ln |\sin x| + C.$$

$$y) I = \int (x - 2) \cdot e^{2x} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{2}(x - 2)e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C.$$

$$z) I = \int x \cdot \ln(x^2 + 1) \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 - 1 + C.$$

BT 14. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) I = \int \frac{x^2 - 1}{x^2} \cdot \ln x \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \ln|x| - x + \frac{1}{x} + C.$$

b) $I = \int \cos \sqrt{x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 2 \cos \sqrt{x} + C.$

c) $I = \int \sin \sqrt{x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + C.$

d) $I = \int (8x^3 - 2x) \cdot e^{x^2} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = (4x^2 - 1) \cdot e^{x^2} - 4e^{x^2} + C.$

e) $I = \int x^3 \cdot e^{x^2} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2} e^{x^2} + C.$

f) $I = \int x^5 \cdot e^{x^3} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{1}{3} x^3 e^{x^3} - \frac{1}{3} e^{x^3} + C.$

g) $I = \int e^{\sin x} \cdot \sin 2x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = 2 \sin x e^{\sin x} - 2e^{\sin x} + C.$

$$\text{h) } I = \int \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = 2xe^{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} + 4e^{\sqrt{x}} + C.$$

$$\text{i) } I = \int x \cdot \ln(x^2 + 1) \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{1}{2}(x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) - \frac{1}{2}x^2 + C.$$

$$\text{j) } I = \int \frac{1 + \ln(x + 1)}{x^2} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \ln|x + 1| + \ln\left|\frac{x}{x + 1}\right| + C.$$

$$\text{k) } I = \int e^x \cdot \ln(e^x + 1) \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = (e^x + 1)\ln(e^x + 1) - e^x + C.$$

$$\text{l) } I = \int \frac{\ln(4x^2 + 8x + 3)}{(x + 1)^3} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS: }} \frac{4x^2 + 8x + 3}{2(x + 1)^2} \ln|4x^2 + 8x + 3| - 4\ln|x + 1| + C.$$

$$\text{m) } I = \int \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot \ln(x + \sqrt{x} - 1) \cdot dx \cdot \underline{\text{ĐS: }} I = (x + \sqrt{x} - 1)\ln|x + \sqrt{x} - 1| - x - \sqrt{x} + C.$$

A. $F(x) = \sin x \left(\frac{x}{\sin x} + \frac{1}{2} x^2 \right) + C$

B. $F(x) = x(1 + \sin x) - \cos x + C$

C. $F(x) = x(1 + \sin x) + \cos x + C$

D. $F(x) = x(1 - \sin x) + \cos x + C$

Câu 177. Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \cos 3x$, biết $F(0) = 1$. Vậy $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + 1$

C. $F(x) = \frac{1}{6} x^2 \sin 3x$

D. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + \frac{8}{9}$

Câu 178. Tính $\int x e^x dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = e^x - x e^x + C$

B. $F(x) = e^x + x e^x + C$

C. $F(x) = -e^x - x e^x + C$

D. $F(x) = -e^x + x e^x + C$

Câu 179. Tính $\int x \cos x dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = x \sin x + \cos x + C$

B. $F(x) = x \sin x - \cos x + C$

C. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$

D. $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$

Câu 180. Tìm $\int x \cos 2x dx$ là:

A. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

B. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

C. $\frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$

D. $\sin 2x + C$

Câu 181. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 2x e^x$ là

A. $F(x) = (2x + 2).e^x$

B. $F(x) = x^2 e^x$

C. $F(x) = (x^2 + x).e^x$

D. $F(x) = (x^2 - 2x).e^x$

Câu 182. Một nguyên hàm của $f(x) = x^2 e^x$ là

A. $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} e^x$

C. $F(x) = (x^2 - 2x - 2)e^x$

D. $F(x) = 2x e^x$

Câu 183. Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = x e^{-x}$ thỏa $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = -x + 1 e^{-x} + 1$

B. $F(x) = -x + 1 e^{-x} + 2$

C. $F(x) = x + 1 e^{-x} + 1$

D. $F(x) = x + 1 e^{-x} + 2$

Câu 184. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x \sin x dx = \frac{-x^2 \cdot \cos x}{2} + C$

B. $\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C$

$$C. \int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$D. \int x \sin 2x dx = \frac{-x \cos 2x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

Câu 185. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

$$A. \int x e^{3x} dx = \frac{x e^{3x}}{3} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$$

$$B. \int x e^x dx = x e^x - e^x + C$$

$$C. \int x e^x dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^x + C$$

$$D. \int \frac{x}{e^x} dx = \frac{-x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + C$$

Câu 186. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

$$A. \int \ln x dx = x \ln x - x + C$$

$$B. \int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$$

$$C. \int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$$

$$D. \int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$$

Câu 187. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

$$A. \int \ln^2 x dx = x \ln^2 x - 2 x \ln x - x + C$$

$$B. \int \ln^2 x dx = \frac{\ln^3 x}{3} + C$$

$$C. \int \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$$

$$D. \int \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{-\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C$$

Câu 188. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

$$A. \int \frac{x}{e^{2x}} dx = \frac{-x}{2e^{2x}} - \frac{1}{4e^{2x}} + C$$

$$B. \int x e^{-x} dx = -x e^{-x} - e^{-x} + C$$

$$C. \int x e^{3x} dx = \frac{x e^{3x}}{3} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$$

$$D. \int x e^{2x} dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^{2x} + C$$

Câu 189. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

$$A. \int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} + C$$

$$B. \int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$$

$$C. \int \ln x + \sqrt{1+x^2} dx = x \ln x + \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x^2} + C$$

$$D. \int e^x \sin x dx = \frac{e^x \sin x - \cos x}{2} + C$$

Câu 190. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \sin 2x + 1$

$$A. \int f(x) dx = -\frac{x}{2} \cdot \cos 2x + 1 + \frac{1}{4} \cdot \sin 2x + 1 + C$$

$$B. \int f(x) dx = -\frac{x^2}{4} \cdot \cos 2x + 1 + C$$

$$C. \int f(x) dx = \frac{x}{2} \cdot \cos 2x + 1 - \frac{1}{4} \cdot \sin 2x + 1 + C$$

$$D. \int f(x)dx = -\frac{x}{2} \cdot \cos 2x + 1 + \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + 1 + C$$

Câu 191. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln 1 + x$

$$A. \int f(x)dx = \frac{x^2}{2(x+1)} + C$$

$$B. \int f(x)dx = \frac{x^2}{2} \ln 1 + x - \frac{1}{6} x^3 \ln(1+x) + C$$

$$C. \int f(x)dx = \frac{1}{2} x^2 - 1 \cdot \ln 1 + x - \frac{1}{4} x^2 + \frac{x}{2} + C$$

$$D. \int f(x)dx = \frac{x^2}{2} \ln 1 + x - \frac{1}{4} x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln(x+1) + C$$

Câu 192. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int \cos 2x \cdot \ln(\sin x + \cos x) dx$ là:

$$A. F(x) = \frac{1}{2} 1 + \sin 2x \ln 1 + \sin 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$B. F(x) = \frac{1}{4} 1 + \sin 2x \ln 1 + \sin 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$$

$$C. F(x) = \frac{1}{4} 1 + \sin 2x \ln 1 + \sin 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$D. F(x) = \frac{1}{4} 1 + \sin 2x \ln 1 + \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

Câu 193. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int x - 2 \sin 3x dx$ là:

$$A. F(x) = -\frac{x-2 \cos 3x}{3} + \frac{1}{9} \sin 3x + C \quad B. F(x) = \frac{x-2 \cos 3x}{3} + \frac{1}{9} \sin 3x + C$$

$$C. F(x) = -\frac{x+2 \cos 3x}{3} + \frac{1}{9} \sin 3x + C \quad D. F(x) = -\frac{x-2 \cos 3x}{3} + \frac{1}{3} \sin 3x + C$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM – DẠNG TOÁN KHÁC (ĐỌC THÊM)

Câu 194. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hàm số $F(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{2x - 3}$ và $G(x) = \frac{x^2 + 10}{2x - 3}$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.

B. Hàm số $F(x) = 5 + 2 \sin^2 x$ và $G(x) = 1 - \cos 2x$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.

C. Hàm số $F(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$.

D. Hàm số $F(x) = \sin \sqrt{x}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos \sqrt{x}$.

Câu 195. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

- A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx \quad k \in R$
- B. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
- C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- D. $\int f^m(x) f'(x) dx = \frac{f^{m+1}(x)}{m+1} + C$

Câu 196. Để $F(x) = a \sin x + b \cos x e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos x \cdot e^x$ thì giá trị của a, b là:

- A. $a = 1, b = 0$
- B. $a = 0, b = 1$
- C. $a = b = 1$
- D. $a = b = \frac{1}{2}$

Câu 197. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu:

- A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$
- B. $F'(x) \neq f(x), \forall x \in K$
- C. $f(x) = F(x), \forall x \in K$
- D. $f(x) \neq F(x), \forall x \in K$

Câu 198. Các tính chất nguyên hàm sau đây tính chất nào sai?

- A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$
- B. $\int Kf(x) dx = K \int f(x) dx \quad K \neq 0$
- C. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
- D. $\int F(x) dx = f(x) + C$

Câu 199. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai

- A. $\int f'(x) f^2(x) dx = \frac{f^3(x)}{3} + C$
- B. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$
- C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx \quad (k \text{ là hằng số})$

Câu 200. Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$

trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $a + b + c$ có giá trị là

- A. 3
- B. 0
- C. 4
- D. 2

Câu 201. Xác định a, b, c sao cho $g(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ trong khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

- A. $a = 4, b = 2, c = 2$
- B. $a = 1, b = -2, c = 4$
- C. $a = -2, b = 1, c = 4$
- D. $a = 4, b = -2, c = 1$

Câu 202. Tìm nguyên hàm $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ là một nguyên hàm của

$f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ B. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2} \right)$
 C. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2} \right)$ D. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

Câu 203. Nếu $F(x) = ax^2 + bx + c e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -2x^2 + 7x - 4 e^{-x}$ thì $a; b; c$ bằng bao nhiêu?
 A. 2; -3; 1 B. 1; 3; 2 C. 1; -1; 1 D. -2; 7; -4

Câu 204. Cho $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó, với $a \neq 0$, ta có $\int f(ax + b) dx$ bằng
 A. $\frac{1}{2a} F(ax + b) + C$ B. $\frac{1}{a} F(ax + b) + C$
 C. $F(ax + b) + C$ D. $a.F(ax + b) + C$

Câu 205. Cho $f(x) = \begin{cases} \cos x \cdot e^{\sin x}; & \forall x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x}}; & \forall x \geq 0 \end{cases}$. Nhận xét nào sau đây đúng?
 A. $F(x) = \begin{cases} e^{\sin x}; & \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x} - 1; & \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$
 B. $F(x) = \begin{cases} e^{\cos x}; & \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x} - 1; & \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$
 C. $F(x) = \begin{cases} e^{1+\cos x}; & \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x}; & \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$
 D. $F(x) = \begin{cases} e^{\cos x}; & \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x}; & \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$

Câu 206. Kết Một nguyên hàm $\int (x - 2 \sin 3x) dx = -\frac{x - a \cos 3x}{b} + \frac{\sin 3x}{c} + 2017$ thì tổng $S = a.b + c$ bằng
 A. $S = 15$ B. $S = 14$ C. $S = 3$ D. $S = 10$

Câu 207. Cho các hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$; $F(x) = ax^2 + bx + c \sqrt{2x - 3}$ với $x > \frac{3}{2}$. Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì các giá trị của a, b, c là
 A. $a = 4; b = 2; c = -1$ B. $a = 4; b = 2; c = 1$
 C. $a = 4; b = -2; c = -1$ D. $a = 4; b = -2; c = 1$