BÀI TẬP VÀ ĐÁP ÁN

Bài tập 1: Giải các phương trình bậc hai sau:

TT	PTBH	TT	PTBH
1	$x^2 - 11x + 30 = 0$	41	$x^2 - 16x + 84 = 0$
2	$x^2 - 10x + 21 = 0$	42	$x^2 + 2x - 8 = 0$
3	$x^2 - 12x + 27 = 0$	43	$5x^2 + 8x + 4 = 0$
4	$5x^2 - 17x + 12 = 0$	44	$x^2 - 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})x + 4\sqrt{6} = 0$
5	$3x^2 - 19x - 22 = 0$	45	$11x^2 + 13x - 24 = 0$
6	$x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$	46	$x^2 - 11x + 30 = 0$
7	$x^2 - 14x + 33 = 0$	47	$x^2 - 13x + 42 = 0$
8	$6x^2 - 13x - 48 = 0$	48	$11x^2 - 13x - 24 = 0$
9	$3x^2 + 5x + 61 = 0$	49	$x^2 - 13x + 40 = 0$
10	$x^2 - \sqrt{3}x - 2 - \sqrt{6} = 0$	50	$3x^2 + 5x - 1 = 0$
11	$x^2 - 24x + 70 = 0$	51	$5x^2 + 7x - 1 = 0$
12	$x^2 - 6x - 16 = 0$	52	$3x^2 - 2\sqrt{3}x - 3 = 0$
13	$2x^2 + 3x + 1 = 0$	53	$x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$
14	$x^2 - 5x + 6 = 0$	54	$x^2 - 2\left(\sqrt{3}-1\right)x - 2\sqrt{3} = 0$
15	$3x^2 + 2x + 5 = 0$	55	$11x^2 + 13x + 24 = 0$
16	$2x^2 + 5x - 3 = 0$	56	$x^2 + 13x + 42 = 0$
17	$x^2 - 7x - 2 = 0$	57	$11x^2 - 13x - 24 = 0$
18	$3x^2 - 2\sqrt{3}x - 2 = 0$	58	$2x^2 - 3x - 5 = 0$
19	$-x^2 - 7x - 13 = 0$	59	$x^2 - 4x + 4 = 0$
20	$\sqrt{2}x^2 - 2(\sqrt{3}-1)x - 3\sqrt{2} = 0$	60	$x^2 - 7x + 10 = 0$
21	$3x^2 - 2x - 1 = 0$	61	$4x^2 + 11x - 3 = 0$
22	$x^2 - 8x + 15 = 0$	62	$3x^2 + 8x - 3 = 0$
23	$2x^2 + 6x + 5 = 0$	63	$x^2 + x + 1 = 0$
24	$5x^2 + 2x - 3 = 0$	64	$x^2 + 16x + 39 = 0$
25	$x^2 + 13x + 42 = 0$	65	$3x^2 - 8x + 4 = 0$
26	$x^2 - 10x + 2 = 0$	66	$4x^2 + 21x - 18 = 0$
27	$x^2 - 7x + 10 = 0$	67	$4x^2 + 20x + 25 = 0$
28	$5x^2 + 2x - 7 = 0$	68	$2x^2 - 7x + 7 = 0$
29	$4x^2 - 5x + 7 = 0$	69	$-5x^2 + 3x - 1 = 0$
30	$x^2 - 4x + 21 = 0$	70	$x^2 - 2\sqrt{3}x - 6 = 0$
31	$5x^2 + 2x - 3 = 0$	71	$x^2 - 9x + 18 = 0$
32	$4x^2 + 28x + 49 = 0$	72	$3x^2 + 5x + 4 = 0$
33	$x^2 - 6x + 48 = 0$	73	$x^2 + 5 = 0$
34	$3x^2 - 4x + 2 = 0$	74	$x^2 - 4 = 0$
35	$x^2 - 16x + 84 = 0$	75	$x^2 - 2x = 0$
36	$x^2 + 2x - 8 = 0$	76	$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
37	$5x^2 + 8x + 4 = 0$	77	$9x^4 + 6x^2 + 1 = 0$
38	$x^2 - 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})x + 4\sqrt{6} = 0$	78	$2x^4 + 5x^2 + 2 = 0$
39	$x^2 - 6x + 8 = 0$	79	$2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$
40	$3x^2 - 4x + 2 = 0$	80	$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Bài tập 2. Tìm x, y trong các trường hợp sau:

a) $x + y = 17,\ x.y = 180$

b) $x + y = 25,\ x.y = 160$

c) $x + y = 30,\ x^2 + y^2 = 650$

e) $x^2 + y^2 = 61,\ x.y = 30$

f) $x - y = 6,\ x.y = 40$

g) $x - y = 5,\ x.y = 66$

d) x + y = 11 x.y = 28 h) $x^2 + y^2 = 25$ x.y = 12

Bài tập 3 a) Phương trình $x^2-2px+5=0$. Có một nghiệm bằng 2, tìm p và nghiệm thứ hai.

b) Phương trình $x^2+5x+q=0$ có một nghiệm bằng 5, tìm q và nghiệm thứ hai.

c) Cho phương trình: $x^2-7x+q=0$, biết hiệu 2 nghiệm bằng 11. Tìm q và hai nghiệm của phương trình.

d) Tìm q và hai nghiệm của phương trình : $x^2-qx+50=0$, biết phương trình có 2 nghiệm và có một nghiệm bằng 2 lần nghiệm kia.

Bài giải:

a) Thay $x_1=2$ v à phương trình ban đ ầu ta đ ư ợc :

$$4-4p+5=0 \Rightarrow p=\frac{1}{4}$$

T ừ $x_1x_2=5$ suy ra $x_2=\frac{5}{x_1}=\frac{5}{2}$

b) Thay $x_1=5$ v à phương trình ban đ ầu ta đ ư ợc

$$25+25+q=0 \Rightarrow q=-50$$

T ừ $x_1x_2=-50$ suy ra $x_2=\frac{-50}{x_1}=\frac{-50}{5}=-10$

c) Vì vai trò của x_1 và x_2 bình đẳng nên theo đề bài giả sử $x_1-x_2=11$ và theo VI-ÉT ta có $x_1+x_2=7$, ta giải hệ sau: $\begin{cases} x_1-x_2=11 \\ x_1+x_2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=9 \\ x_2=-2 \end{cases}$

Suy ra $q=x_1x_2=-18$

d) Vì vai trò của x_1 và x_2 bình đẳng nên theo đề bài giả sử $x_1=2x_2$ và theo VI-ÉT ta có $x_1x_2=50$. Suy ra $2x_2^2=50 \Leftrightarrow x_2^2=5^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_2=-5 \\ x_2=5 \end{array}\right.$

Với $x_2=-5$ th ì $x_1=-10$

Với $x_2=5$ th ì $x_1=10$

Bài tập 4 Cho $x_1=3$; $x_2=2$ lập một phương trình bậc hai chứa hai nghiệm trên

Bài giải: Theo hệ thức VI-ÉT ta có $\begin{cases} S=x_1+x_2=5 \\ P=x_1x_2=6 \end{cases}$ vậy $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình có dạng:

$$x^2-Sx+P=0 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0$$

Bài tập 5 Cho phương trình : $x^2-3x+2=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2$. Không giải phương trình trên, hãy lập phương trình bậc 2 có ẩn là y thoả mãn : $y_1=x_2+\frac{1}{x_1}$ và $y_2=x_1+\frac{1}{x_2}$

Bài giải: Theo h ệ th ức VI- ÉT ta c ó:

$$S=y_1+y_2=x_2+\frac{1}{x_1}+x_1+\frac{1}{x_2}=(x_1+x_2)+\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)=(x_1+x_2)+\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$$

$$P=y_1y_2=(x_2+\frac{1}{x_1})(x_1+\frac{1}{x_2})=x_1x_2+1+1+\frac{1}{x_1x_2}=2+1+1+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$$

Vậy phương trình cần lập có dạng: $y^2-Sy+P=0$

hay $y^2-\frac{9}{2}y+\frac{9}{2}=0 \Leftrightarrow 2y^2-9y+9=0$

Bài tập 6 Tìm hai số a, b biết tổng S = a + b = − 3 và tích P = ab = − 4

Bài giải:

Vì a + b = − 3 và ab = − 4 nên a, b là nghiệm của phương trình : $x^2+3x-4=0$

giải phương trình trên ta được $x_1=1$ và $x_2=-4$

Vậy nếu a = 1 thì b = − 4

nếu a = − 4 thì b = 1

Bài tập 7 Tìm 2 số a và b biết

1. a + b = 9 và $a^2+b^2=41$
2. a − b = 5 và ab = 36
3. $a^2+b^2=61$ v à ab = 30

Hướng dẫn: 1) Theo đề bài đã biết tổng của hai số a và b , vậy để áp dụng hệ thức VI- ÉT thì cần tìm tích của a v à b.

T ừ $a+b=9\Rightarrow(a+b)^2=81\Leftrightarrow a^2+2ab+b^2=81\Leftrightarrow ab=\dfrac{81-(a^2+b^2)}{2}=20$

Suy ra : a, b là nghiệm của phương trình có dạng : $x^2-9x+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=4\\x_2=5\end{array}\right.$

Vậy: Nếu a = 4 thì b = 5

nếu a = 5 thì b = 4

2) Đã biết tích: ab = 36 do đó cần tìm tổng : a + b

Cách 1: Đ ặt c = − b ta có : a + c = 5 và a.c = − 36

Suy ra a,c là nghiệm của phương trình : $x^2-5x-36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-4\\x_2=9\end{array}\right.$

Do đó nếu a = − 4 thì c = 9 nên b = − 9

nếu a = 9 thì c = −4 nên b = 4

Cách 2: Từ $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab\Rightarrow(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=169$

$\Rightarrow(a+b)^2=13^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a+b=-13\\a+b=13\end{array}\right.$

*) Với $a+b=-13$ và $ab=36$, nên a, b là nghiệm của phương trình : $x^2+13x+36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-4\\x_2=-9\end{array}\right.$

Vậy a =−4 thì b = −9

*) Với $a+b=13$ và $ab=36$, nên a, b là nghiệm của phương trình : $x^2-13x+36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=4\\x_2=9\end{array}\right.$

Vậy a = 9 thì b = 4

3) Đã biết ab = 30, do đó cần tìm a + b:

T ừ: $a^2+b^2=61\Rightarrow(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=61+2.30=121=11^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a+b=-11\\a+b=11\end{array}\right.$

*) Nếu $a+b=-11$ và ab = 30 thì a, b là hai nghiệm của phương trình: $x^2+11x+30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-5\\x_2=-6\end{array}\right.$

Vậy nếu a =−5 thì b = −6 ; nếu a =−6 thì b = −5

*) Nếu $a+b=11$ và ab = 30 thì a, b là hai nghiệm của phương trình : $x^2-11x+30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=5\\x_2=6\end{array}\right.$

Vậy nếu a = 5 thì b = 6 ; nếu a = 6 thì b = 5.

Bài tập 8 Cho phương trình $x^2-4\sqrt{3}x+8=0$ có 2 nghiệm x_1 ; x_2, không giải phương trình, tính

$$Q=\frac{6x_1^2+10x_1x_2+6x_2^2}{5x_1x_2^3+5x_1^3x_2}$$

HD: $Q=\frac{6x_1^2+10x_1x_2+6x_2^2}{5x_1x_2^3+5x_1^3x_2}=\frac{6(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{5x_1x_2\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]}=\frac{6.(4\sqrt{3})^2-2.8}{5.8\left[(4\sqrt{3})^2-2.8\right]}=\frac{17}{80}$

Bài tập 9 Cho phương trình : $(m-1)x^2-2mx+m-4=0$ có 2 nghiệm $x_1;x_2$. Lập hệ thức liên hệ giữa $x_1;x_2$ sao cho chúng không phụ thuộc vào m.

HD : Để phương trình trên có 2 nghiệm x_1 và x_2 th ì :

$$\begin{cases}m-1\neq 0\\ \Delta'\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m^2-(m-1)(m-4)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ 5m-4\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m\geq\frac{4}{5}\end{cases}$$

Theo hệ th ức VI- ÉT ta có :

$$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{2m}{m-1}\\ x_1.x_2=\frac{m-4}{m-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=2+\frac{2}{m-1}(1)\\ x_1.x_2=1-\frac{3}{m-1}(2)\end{cases}$$

Rút m từ (1) ta có :

$$\frac{2}{m-1}=x_1+x_2-2\Leftrightarrow m-1=\frac{2}{x_1+x_2-2}\qquad(3)$$

Rút m từ (2) ta có :

$$\frac{3}{m-1}=1-x_1x_2\Leftrightarrow m-1=\frac{3}{1-x_1x_2}\qquad(4)$$

Đồng nhất các vế của (3) và (4) ta có:

$$\frac{2}{x_1+x_2-2}=\frac{3}{1-x_1x_2}\Leftrightarrow 2\left(1-x_1x_2\right)=3\left(x_1+x_2-2\right)\Leftrightarrow 3\left(x_1+x_2\right)+2x_1x_2-8=0$$

Bài tập 10 Gọi $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình : $(m-1)x^2-2mx+m-4=0$. Chứng minh rằng biểu thức $A=3\left(x_1+x_2\right)+2x_1x_2-8$ không phụ thuộc giá trị của m.

HD: Để phương trình trên có 2 nghiệm x_1 và x_2 th ì :

$$\begin{cases}m-1\neq 0\\ \Delta'\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m^2-(m-1)(m-4)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ 5m-4\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m\geq\frac{4}{5}\end{cases}$$

Theo hệ thức VI- ÉT ta c ó :

$$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{2m}{m-1}\\ x_1.x_2=\frac{m-4}{m-1}\end{cases}$$ thay v ào A ta c ó:

$$A=3\left(x_1+x_2\right)+2x_1x_2-8=3.\frac{2m}{m-1}+2.\frac{m-4}{m-1}-8=\frac{6m+2m-8-8(m-1)}{m-1}=\frac{0}{m-1}=0$$

Vậy A = 0 với mọi $m\neq 1$ và $m\geq\frac{4}{5}$. Do đó biểu thức A không phụ thuộc vào m

Bài tập 11 Cho phương trình : $x^2-(m+2)x+(2m-1)=0$ có 2 nghiệm $x_1;x_2$. Hãy lập hệ thức liên hệ giữa $x_1;x_2$ sao cho $x_1;x_2$ độc lập đối với *m*.

Hướng dẫn: Dễ thấy $\Delta=(m+2)^2-4(2m-1)=m^2-4m+8=(m-2)^2+4>0$

do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2

Theo hệ thức VI- ÉT ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=m+2 \\ x_1.x_2=2m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=x_1+x_2-2(1) \\ m=\dfrac{x_1x_2+1}{2}(2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$x_1+x_2-2=\frac{x_1x_2+1}{2} \Leftrightarrow 2(x_1+x_2)-x_1x_2-5=0$$

Bài tập 12 Cho phương trình : $x^2+(4m+1)x+2(m-4)=0$.

Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 sao cho chúng không phụ thuộc vào *m*.

Hướng dẫn: Dễ thấy $\Delta=(4m+1)^2-4.2(m-4)=16m^2+33>0$ do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 và x_2

Theo hệ thức VI- ÉT ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=-(4m+1) \\ x_1.x_2=2(m-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m=-(x_1+x_2)-1(1) \\ 4m=2x_1x_2+16(2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$-(x_1+x_2)-1=2x_1x_2+16 \Leftrightarrow 2x_1x_2+(x_1+x_2)+17=0$$

Bài tập 13: Cho phương trình : $mx^2-6(m-1)x+9(m-3)=0$

Tìm giá trị của tham số *m* để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $x_1+x_2=x_1.x_2$

Bài giải: Điều kiện để phương trình c ó 2 nghiệm x_1 và x_2 l à :

$$\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=\left[3(m-21)\right]^2-9(m-3)m\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=9(m^2-2m+1)-9m^2+27\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=9(m-1)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\geq -1 \end{cases}$$

Theo h ệ th ức VI- ÉT ta c ó: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{6(m-1)}{m} \\ x_1x_2=\dfrac{9(m-3)}{m} \end{cases}$ v à t ừ gi ả thi ết: $x_1+x_2=x_1x_2$. Suy ra:

$$\frac{6(m-1)}{m}=\frac{9(m-3)}{m} \Leftrightarrow 6(m-1)=9(m-3) \Leftrightarrow 6m-6=9m-27 \Leftrightarrow 3m=21 \Leftrightarrow m=7$$

(thoả mãn điều kiện xác định)

Vậy với m = 7 thì phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $x_1+x_2=x_1.x_2$

Bài tập 14 Cho phương trình : $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$.

Tìm *m* để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $3x_1x_2-5(x_1+x_2)+7=0$

Bài giải: Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm $x_1 \& x_2$ là :

$$\Delta'=(2m+1)^2-4(m^2+2)\geq 0$$

$\Leftrightarrow 4m^2+4m+1-4m^2-8\geq 0$

$\Leftrightarrow 4m-7\geq 0 \Leftrightarrow m\geq \dfrac{7}{4}$

Theo hệ thức VI-ÉT ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+1 \\ x_1x_2=m^2+2 \end{cases}$ và từ giả thiết $3x_1x_2-5\left(x_1+x_2\right)+7=0$. Suy ra

$3(m^2+2)-5(2m+1)+7=0$

$\Leftrightarrow 3m^2+6-10m-5+7=0$

$\Leftrightarrow 3m^2-10m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2(TM) \\ m=\dfrac{4}{3}(KTM) \end{array}\right.$

Vậy với m = 2 thì phương trình có 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $3x_1x_2-5\left(x_1+x_2\right)+7=0$

<u>Bài tập 15</u>

1. Cho phương trình : $mx^2+2\left(m-4\right)x+m+7=0$

   Tìm *m* để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $x_1-2x_2=0$

2. Cho phương trình : $x^2+\left(m-1\right)x+5m-6=0$

   Tìm *m* để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức: $4x_1+3x_2=1$

3. Cho phương trình : $3x^2-\left(3m-2\right)x-\left(3m+1\right)=0$.

   Tìm *m* để 2 nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn hệ thức : $3x_1-5x_2=6$

HD:

BT1: - ĐKX Đ: $m\neq 0 \,\&\, m\leq \dfrac{16}{15}$

-Theo VI-ÉT: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-(m-4)}{m} \\ x_1x_2=\dfrac{m+7}{m} \end{cases}$ (1)

- Từ $x_1-2x_2=0$ Suy ra: $\begin{cases} x_1+x_2=3x_2 \\ 2(x_1+x_2)=3x_1 \end{cases} \Rightarrow 2(x_1+x_2)^2=9x_1x_2$ (2)

- Thế (1) vào (2) ta đưa được về phương trình sau: $m^2+127m-128=0 \Rightarrow m_1=1; m_2=-128$

BT2: - ĐKXĐ: $\Delta=m^2-22m+25\geq 0 \Leftrightarrow 11-\sqrt{96}\leq m\leq 11+\sqrt{96}$

- Theo VI-ÉT: $\begin{cases} x_1+x_2=1-m \\ x_1x_2=5m-6 \end{cases}$ (1)

- Từ : $4x_1+3x_2=1$. Suy ra: $\begin{cases} x_1=1-3(x_1+x_2) \\ x_2=4(x_1+x_2)-1 \end{cases} \Rightarrow x_1x_2=\left[1-3(x_1+x_2)\right].\left[4(x_1+x_2)-1\right]$ (2)

$\Leftrightarrow x_1x_2=7(x_1+x_2)-12(x_1+x_2)^2-1$

- Thế (1) vào (2) ta có phương trình : $12m(m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$ (thoả mãn ĐKXĐ)

BT3: - Vì $\Delta=(3m-2)^2+4.3(3m+1)=9m^2+24m+16=(3m+4)^2\geq 0$ với mọi số thực m nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

- -Theo VI-ÉT: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{3m-2}{3} \\ x_1x_2=\dfrac{-(3m+1)}{3} \end{cases}$ (1)

- Từ giả thiết: $3x_1-5x_2=6$. Suy ra: $\begin{cases} 8x_1=5(x_1+x_2)+6 \\ 8x_2=3(x_1+x_2)-6 \end{cases} \Rightarrow 64x_1x_2=[5(x_1+x_2)+6].[3(x_1+x_2)-6]$ (2)

$\Leftrightarrow 64x_1x_2=15(x_1+x_2)^2-12(x_1+x_2)-36$

- Thế (1) vào (2) ta được phương trình: $m(45m+96)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\dfrac{32}{15} \end{array}\right.$ (thoả mãn)

<u>Bài tập 16</u> Cho phương trình: $ax^2+bx+c=0$ (a ≠ 0) .Hãy tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm: ***trái dấu, cùng dấu, cùng dương, cùng âm ….***

Ta lập bảng xét dấu sau:

Dấu nghiệm	x_1	x_2	$S=x_1+x_2$	$P=x_1x_2$	Δ	***Điều kiện chung***
trái dấu	$\pm$	$\mp$		$P<0$	$\Delta\ge 0$	$\Delta\ge 0$; $P<0$.
cùng dấu,	$\pm$	$\pm$		$P>0$	$\Delta\ge 0$	$\Delta\ge 0$; $P>0$
cùng dương,	+	+	$S>0$	$P>0$	$\Delta\ge 0$	$\Delta\ge 0$; $P>0$; $S>0$
cùng âm	–	–	$S<0$	$P>0$	$\Delta\ge 0$	$\Delta\ge 0$; $P>0$; $S<0$.

Ví dụ: *Xác định tham số m sao cho phương trình:*

$2x^2-(3m+1)x+m^2-m-6=0$ có 2 nghiệm trái dấu.

Để phương trình có 2 nghiệm trái dấu thì

$$\begin{cases} \Delta\ge 0 \\ P<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(3m+1)^2-4.2.(m^2-m-6)\ge 0 \\ P=\dfrac{m^2-m-6}{2}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-7)^2\ge 0\forall m \\ P=(m-3)(m+2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow -2< m< 3$$

Vậy với $-2<m<3$ thì phương trình có 2 nghi ệm trái dấu.

<u>Bài tập 17</u> Cho phương trình : $x^2+(2m-1)x-m=0$

Gọi x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm *m* để :

$A=x_1^2+x_2^2-6x_1x_2$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài giải: Theo VI-ÉT: $\begin{cases} x_1+x_2=-(2m-1) \\ x_1x_2=-m \end{cases}$

Theo đ ề b ài : $A=x_1^2+x_2^2-6x_1x_2=(x_1+x_2)^2-8x_1x_2$

$=(2m-1)^2+8m$

$=4m^2-12m+1$

$=(2m-3)^2-8\ge -8$

Suy ra: $\min A=-8 \Leftrightarrow 2m-3=0$ hay $m=\dfrac{3}{2}$

<u>Bài tập 18</u>Cho phương trình : $x^2-mx+m-1=0$

Gọi x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$B = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

Ta có: Theo hệ thức VI-ÉT thì : $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m - 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow B = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2} = \frac{2(m-1)+3}{m^2 + 2} = \frac{2m+1}{m^2+2}$$

Cách 1: Thêm bớt để đưa về dạng như phần (*) đã hướng dẫn

Ta biến đổi B như sau:

$$B = \frac{m^2 + 2 - (m^2 - 2m + 1)}{m^2 + 2} = 1 - \frac{(m-1)^2}{m^2+2}$$

Vì $(m-1)^2 \geq 0 \Rightarrow \dfrac{(m-1)^2}{m^2+2} \geq 0 \Rightarrow B \leq 1$

Vậy max B=1 $\Leftrightarrow$ $m = 1$

Với cách thêm bớt khác ta lại có:

$$B = \frac{\frac{1}{2}m^2 + 2m + 1 - \frac{1}{2}m^2}{m^2 + 2} = \frac{\frac{1}{2}(m^2 + 4m + 4) - \frac{1}{2}(m^2 + 2)}{m^2 + 2} = \frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} - \frac{1}{2}$$

Vì $(m+2)^2 \geq 0 \Rightarrow \dfrac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} \geq 0 \Rightarrow B \geq -\dfrac{1}{2}$

Vậy $\min B = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$

Cách 2: Đưa về giải phương trình bậc 2 với ẩn là *m* và *B* là tham số, ta sẽ tìm điều kiện cho tham số *B* để phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi *m*.

$B = \dfrac{2m+1}{m^2+2} \Leftrightarrow Bm^2 - 2m + 2B - 1 = 0$ (Với *m* là ẩn, *B* là tham số) (**)

Ta có: $\Delta = 1 - B(2B-1) = 1 - 2B^2 + B$

Để phương trình (**) luôn có nghiệm với mọi m thì $\Delta \geq 0$

hay $-2B^2 + B + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2B^2 - B - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (2B+1)(B-1) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2B + 1 \leq 0 \\ B - 1 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2B + 1 \geq 0 \\ B - 1 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B \leq -\frac{1}{2} \\ B \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} B \geq -\frac{1}{2} \\ B \leq 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq B \leq 1$$

Vậy: max B=1 $\Leftrightarrow$ $m = 1$

$\min B = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$

Bài 19: (Bài toán tổng quát)

Tìm điều kiện tổng quát để phương trình $ax^2+bx+c = 0$ ($a \neq 0$) có:

1. Có nghiệm (có hai nghiệm) $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$
2. Vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$
3. Nghiệm duy nhất (nghiệm kép, hai nghiệm bằng nhau) $\Leftrightarrow \Delta = 0$
4. Có hai nghiệm phân biệt (khác nhau) $\Leftrightarrow \Delta > 0$

5. Hai nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$ và $P > 0$
6. Hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \Delta > 0$ và $P < 0 \Leftrightarrow a.c < 0$
7. Hai nghiệm dương(lớn hơn 0) $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$; $S > 0$ và $P > 0$
8. Hai nghiệm âm(nhỏ hơn 0) $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$; $S < 0$ và $P > 0$
9. Hai nghiệm đối nhau $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$ và $S = 0$
10. Hai nghiệm nghịch đảo nhau $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$ và $P = 1$
11. Hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn $\Leftrightarrow a.c < 0$ và $S < 0$
12. Hai nghiệm trái dấu và nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn
$\Leftrightarrow a.c < 0$ và $S > 0$

(ở đó: $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$; $P = x_1.x_2 = \frac{c}{a}$)

Bài 20: Giải phương trình (giải và biện luận): $x^2 - 2x + k = 0$ (tham số k)

Giải

$\Delta' = (-1)^2 - 1.k = 1 - k$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - k < 0 \Leftrightarrow k > 1 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - k = 0 \Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 1$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - k > 0 \Leftrightarrow k < 1 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x_1 = 1 - \sqrt{1-k}$; $x_2 = 1 + \sqrt{1-k}$

Kết luận:

Nếu $k > 1$ thì phương trình vô nghiệm

Nếu $k = 1$ thì phương trình có nghiệm $x=1$

Nếu $k < 1$ thì phương trình có nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{1-k}$; $x_2 = 1 + \sqrt{1-k}$

Bài 21: Cho phương trình $(m-1)x^2 + 2x - 3 = 0$ (1) (tham số m)

a) Tìm m để (1) có nghiệm

b) Tìm m để (1) có nghiệm duy nhất? tìm nghiệm duy nhất đó?

c) Tìm m để (1) có 1 nghiệm bằng 2? khi đó hãy tìm nghiệm còn lại(nếu có)?

Giải

a) + Nếu $m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì (1) có dạng $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (là nghiệm)

+ Nếu $m \neq 1$. Khi đó (1) là phương trình bậc hai có: $\Delta' = 1^2 - (-3)(m-1) = 3m-2$

(1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 3m-2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3}$

+ Kết hợp hai trường hợp trên ta có: Với $m \geq \frac{2}{3}$ thì phương trình có nghiệm

b) + Nếu $m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì (1) có dạng $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (là nghiệm)

+ Nếu $m \neq 1$. Khi đó (1) là phương trình bậc hai có: $\Delta' = 1 - (-3)(m-1) = 3m-2$

(1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta' = 3m-2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$ (thoả mãn $m \neq 1$)

Khi đó $x = -\frac{1}{m-1} = -\frac{1}{\frac{2}{3}-1} = 3$

+Vậy với $m = 1$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{2}$

với $m = \frac{2}{3}$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$

c) Do phương trình có nghiệm $x_1 = 2$ nên ta có:

$(m-1)2^2 + 2.2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 4m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$

Khi đó (1) là phương trình bậc hai (do m -1 = $\frac{3}{4}$ -1= $-\frac{1}{4} \neq 0$)

Theo đinh lí Viet ta có: $x_1.x_2 = \frac{-3}{m-1} = \frac{-3}{-\frac{1}{4}} = 12 \Rightarrow x_2 = 6$

Vậy m = $\frac{3}{4}$ và nghiệm còn lại là $x_2 = 6$

Bài 22: Cho phương trình: x^2 -2(m-1)x – 3 – m = 0 (ẩn số x)

a) Chứng tỏ rằng phương trình có nghiệm x_1, x_2 với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm

d) Tìm m sao cho nghiệm số x_1, x_2 của phương trình thoả mãn $x_1^2+x_2^2 \geq 10$.

e) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m

f) Hãy biểu thị x_1 qua x_2

Giải

a) Ta có: $\Delta' = (m-1)^2 - (-3-m) = \left(m-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$

Do $\left(m-\frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ với mọi m; $\frac{15}{4} > 0 \Rightarrow \Delta > 0$ với mọi m

$\Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Hay phương trình luôn có hai nghiệm (đpcm)

b) Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow$ a.c < 0 $\Leftrightarrow$ – 3 – m < 0 $\Leftrightarrow$ m > -3

Vậy m > -3

c) Theo ý a) ta có phương trình luôn có hai nghiệm

Khi đó theo định lí Viet ta có: S = $x_1 + x_2$ = 2(m-1) và P = $x_1.x_2$ = - (m+3)

Khi đó phương trình có hai nghiệm âm $\Leftrightarrow$ S < 0 và P > 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(m-1) < 0 \\ -(m+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3$$

Vậy m < -3

d) Theo ý a) ta có phương trình luôn có hai nghiệm

Theo định lí Viet ta có: S = $x_1 + x_2$ = 2(m-1) và P = $x_1.x_2$ = - (m+3)

Khi đó A = $x_1^2+x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(m-1)^2+2(m+3) = 4m^2 - 6m + 10$

Theo bài A ≥ 10 $\Leftrightarrow 4m^2 - 6m \geq 0 \Leftrightarrow 2m(2m-3) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \geq 0 \\ 2m-3 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m \leq 0 \\ 2m-3 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} m \leq 0 \\ m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq 0 \end{array}\right.$$

Vậy m ≥ $\frac{3}{2}$ hoặc m ≤ 0

e) Theo ý a) ta có phương trình luôn có hai nghiệm

Theo định lí Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = -(m+3) \end{cases} \Leftrightarrow . \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ 2x_1.x_2 = -2m-6 \end{cases}$

$\Rightarrow x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -8$

Vậy $x_1+x_2+2x_1x_2+8 = 0$ là hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc m

f) Từ ý e) ta có: $x_1 + x_2+2x_1x_2 = -8 \Leftrightarrow x_1(1+2x_2) = -(8+x_2) \Leftrightarrow x_1 = -\frac{8+x_2}{1+2x_2}$

Vậy $x_1 = -\dfrac{8+x_2}{1+2x_2} \quad (x_2 \neq -\dfrac{1}{2})$

Bài 23: Cho phương trình: $x^2 + 2x + m-1= 0$ (m là tham số)

a) Phương trình có hai nghiệm là nghịch đảo của nhau

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 thoả mãn $3x_1+2x_2 = 1$

c) Lập phương trình ẩn y thoả mãn $y_1 = x_1 + \dfrac{1}{x_2}$; $y_2 = x_2 + \dfrac{1}{x_1}$ với x_1; x_2 là nghiệm của phương trình ở trên

Giải

a) Ta có $\Delta' = 1^2 - (m-1) = 2 - m$

Phương trình có hai nghiệm là nghịch đảo của nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m \geq 0 \\ m-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy m = 2

b) Ta có $\Delta' = 1^2 - (m-1) = 2 - m$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$ (*)

Khi đó theo định lí Viet ta có: $x_1+ x_2 = -2$ (1); $x_1x_2 = m - 1$ (2)

Theo bài: $3x_1+2x_2 = 1$ (3)

Từ (1) và (3) ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_1 + x_2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -7 \end{cases}$

Thế vào (2) ta có: 5(-7) = m -1 $\Leftrightarrow$ m = - 34 (thoả mãn (*))

Vậy m = -34 là giá trị cần tìm

d) Với $m \leq 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm

Theo định lí Viet ta có: $x_1+ x_2 = -2$ (1) ; $x_1x_2 = m - 1$ (2)

Khi đó: $y_1 + y_2 = x_1 + x_2 + \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_2 + \dfrac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = -2 + \dfrac{-2}{m-1} = \dfrac{2m}{1-m}$ (m≠1)

$$y_1y_2 = (x_1 + \frac{1}{x_2})(x_2 + \frac{1}{x_1}) = x_1x_2 + \frac{1}{x_1x_2} + 2 = m-1 + \frac{1}{m-1} + 2 = \frac{m^2}{m-1} \quad (m \neq 1)$$

$\Rightarrow$ y_1; y_2 là nghiệm của phương trình: $y^2 - \dfrac{2m}{1-m}.y + \dfrac{m^2}{m-1} = 0$ (m≠1)

Phương trình ẩn y cần lập là: $(m-1)y^2 + 2my + m^2 = 0$

Bài 24: Giải và biện luận phương trình : $x^2 - 2(m + 1) +2m+10 = 0$

Giải.

Ta có $\Delta' = (m + 1)^2 - 2m + 10 = m^2 - 9$

+ Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m < -3$ hoặc $m > 3$ .Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1 = m + 1 - \sqrt{m^2 - 9}$ $\quad x_2 = m + 1 + \sqrt{m^2 - 9}$

+ Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3$

- Với m =3 thì phương trình có nghiệm là $x_{1.2} = 4$
- Với m = -3 thì phương trình có nghiệm là $x_{1.2} = -2$

+ Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$ thì phương trình vô nghiệm

Kết kuận:

- Với m = 3 thì phương trình có nghiệm x = 4
- Với m = - 3 thì phương trình có nghiệm x = -2
- Với m < - 3 hoặc m > 3 thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt

  $x_1 = m + 1 - \sqrt{m^2 - 9}$ $\quad x_2 = m + 1 + \sqrt{m^2 - 9}$
- Với -3< m < 3 thì phương trình vô nghiệm

Bài 25: Giải và biện luận phương trình: (m- 3) x^2 — 2mx + m — 6 = 0

Hướng dẫn

- Nếu m — 3 = 0 $\Leftrightarrow$ m = 3 thì phương trình đã cho có dạng

$$-6x - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

* Nếu m — 3 $\neq 0$ $\Leftrightarrow$ m $\neq$ 3 .Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có biệt số $\Delta' = m^2 - (m-3)(m-6) = 9m - 18$

- Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow 9m - 18 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ .phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{2}{2-3} = -2$$

- Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 2$ .Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_{1,2} = \frac{m \pm 3\sqrt{m-2}}{m-3}$$

- Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 2$ .Phương trình vô nghiệm

Kết luận:

Với m = 3 phương trình có nghiệm $x = -\frac{1}{2}$

Với m = 2 phương trình có nghiệm $x_1 = x_2 = -2$

Với m > 2 và m $\neq$ 3 phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{m \pm 3\sqrt{m-2}}{m-3}$

Với m < 2 phương trình vô nghiệm

Bài 26: Gọi x_1 , x_2 là các nghiệm của phương trình : $x^2 - 3x - 7 = 0$

a) Tính:

$A = x_1^2 + x_2^2$ $\qquad$ $B = |x_1 - x_2|$

$C = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1}$ $\qquad$ $D = (3x_1 + x_2)(3x_2 + x_1)$

a) lập phương trình bậc 2 có các nghiệm là $\frac{1}{x_1 - 1}$ và $\frac{1}{x_2 - 1}$

Giải ;

Phương trình bâc hai $x^2 - 3x - 7 = 0$ có tích ac = - 7 < 0 , suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 .

Theo hệ thức Viét ,ta có : $S = x_1 + x_2 = 3$ và $p = x_1x_2 = -7$

a)Ta có

+ $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = S^2 - 2p = 9 - 2(-7) = 23$

+ $(x_1 - x_2)^2 = S^2 - 4p$ => $B = |x_1 - x_2| = \sqrt{S^2 - 4p} = \sqrt{37}$

+ $C = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{(x_1 + x_2) - 2}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{S - 2}{p - S + 1} = -\frac{1}{9}$

+ $D = (3x_1 + x_2)(3x_2 + x_1) = 9x_1x_2 + 3(x_1^2 + x_2^2) + x_1x_2$

$= 10x_1x_2 + 3(x_1^2 + x_2^2)$

$= 10p + 3(S^2 - 2p) = 3S^2 + 4p = -1$

b)Ta có :

$S = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = -\frac{1}{9}$ (theo câu a)

$p = \frac{1}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{1}{p - S + 1} = -\frac{1}{9}$

Vậy $\frac{1}{x_1-1}$ và $\frac{1}{x_2-1}$ là nghiệm của hương trình :

$$X^2 - SX + p = 0 \Leftrightarrow X^2 + \frac{1}{9}X - \frac{1}{9} = 0 \Leftrightarrow 9X^2 + X - 1 = 0$$

<u>Bài 27</u> : Cho phương trình :

$x^2 - (k - 1)x - k^2 + k - 2 = 0$ (1) (k là tham số)

1. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của k
2. Tìm những giá trị của k để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt trái dấu
3. Gọi x_1 , x_2 là nghệm của phương trình (1) .Tìm k để : $x_1^3 + x_2^3 > 0$

<u>Giải</u>.

1. Phương trình (1) là phương trình bậc hai có:

$$\Delta = (k-1)^2 - 4(-k^2 + k - 2) = 5k^2 - 6k + 9 = 5(k^2 - \frac{6}{5}k + \frac{9}{5})$$

$= 5(k^2 - 2.\frac{3}{5}k + \frac{9}{25} + \frac{36}{25}) = 5(k - \frac{3}{5}) + \frac{36}{5} > 0$ với mọi giá trị của k. Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

2. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow p < 0$

$$\Leftrightarrow -k^2 + k - 2 < 0 \Leftrightarrow -(k^2 - 2.\frac{1}{2}k + \frac{1}{4} + \frac{7}{4}) < 0$$

$\Leftrightarrow -(k - \frac{1}{2})^2 - \frac{7}{4} < 0$ luôn đúng với mọi k.Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu với mọi k

3. Ta có $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$

Vì phương trình có nghiệm với mọi k .Theo hệ thức viét ta có

$x_1 + x_2 = k - 1$ và $x_1x_2 = -k^2 + k - 2$

$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = (k - 1)^3 - 3(-k^2 + k - 2)(k - 1)$

$= (k - 1)[(k - 1)^2 - 3(-k^2 + k - 2)]$

$= (k - 1)(4k^2 - 5k + 7)$

$= (k - 1)[(2k - \frac{5}{4})^2 + \frac{87}{16}]$

Do đó $x_1^3 + x_2^3 > 0 \Leftrightarrow (k - 1)[(2k - \frac{5}{4})^2 + \frac{87}{16}] > 0$

$\Leftrightarrow k - 1 > 0$ (vì $(2k - \frac{5}{4})^2 + \frac{87}{16} > 0$ với mọi k)

$\Leftrightarrow k > 1$

Vậy $k > 1$ là giá trị cần tìm

<u>Bài 28:</u>

Cho phương trình : $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ (1) (m là tham số)

1. Giải phương trình (1) với m = -5
2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1 , x_2 phân biệt với mọi m
3. Tìm m để $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất (x_1 , x_2 là hao nghiệm của phương trình (1) nói trong phần 2.)

<u>Giải</u>

1. Với m = - 5 phương trình (1) trở thành $x^2 + 8x - 9 = 0$ và có 2 nghiệm là $x_1 = 1$, $x_2 = -9$
2. Có $\Delta' = (m + 1)^2 - (m - 4) = m^2 + 2m + 1 - m + 4 = m^2 + m + 5$

$= m^2 + 2.m.\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{19}{4} = (m + \frac{1}{2})^2 + \frac{19}{4} > 0$ với mọi m

Vậy phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1 , x_2

3. Vì phương trình có nghiệm với mọi m ,theo hệ thức Viét ta có:

$x_1 + x_2 = 2(m + 1)$ và $x_1x_2 = m — 4$
Ta có $(x_1 — x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 — 4x_1x_2 = 4(m + 1)^2 — 4(m — 4)$

$$= 4m^2 + 4m + 20 = 4(m^2 + m + 5) = 4[(m + \frac{1}{2})^2 + \frac{19}{4}]$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = 2\sqrt{(m+\frac{1}{2})^2 + \frac{19}{4}} \geq 2\sqrt{\frac{19}{4}} = \sqrt{19} \text{ khi } m + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Vậy $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{19}$ khi $m = -\frac{1}{2}$

Bài 29 : Cho phương trình $(m + 2)x^2 + (1 — 2m)x + m — 3 = 0$ (m là tham số)

1) Giải phương trình khi $m = -\frac{9}{2}$
2) Chứng minh rằng phương trình đã cho có nghiệm với mọi m
3) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt và nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.

Giải:

1) Thay $m = -\frac{9}{2}$ vào phương trình đã cho và thu gọn ta được

$$5x^2 - 20x + 15 = 0$$

phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1$, $x_2 = 3$
2) + Nếu: $m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$ khi đó phương trình đã cho trở thành;

$$5x — 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

+ Nếu : $m + 2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2$ .Khi đó phương trình đã cho là phương trình bậc hai có biệt số :
$\Delta = (1 — 2m)^2 - 4(m + 2)(m — 3) = 1 — 4m + 4m^2 — 4(m^2 - m — 6) = 25 > 0$
Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{2m-1+5}{2(m+2)} = \frac{2m+4}{2m+4} = 1 \qquad x_2 = \frac{2m-1-5}{2(m+2)} = \frac{2(m-3)}{2(m+2)} = \frac{m-3}{m+2}$$

Tóm lại phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m
3)Theo câu 2 ta có $m \neq -2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.Để nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia ta sét 2 trường hợp

Trường hợp 1 : $3x_1 = x_2 \Leftrightarrow 3 = \frac{m-3}{m+2}$ giải ra ta được $m = -\frac{9}{2}$ (đã giải ở câu 1)

Trường hợp 2: $x_1 = 3x_2 \Leftrightarrow 1 = 3.\frac{m-3}{m+2} \Leftrightarrow m + 2 = 3m — 9 \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}$ (thoả mãn điều kiện $m \neq -2$)

Kiểm tra lại: Thay $m = \frac{11}{2}$ vào phương trình đã cho ta được phương trình :

$15x^2 — 20x + 5 = 0$ phương trình này có hai nghiệm

$$x_1 = 1 , x_2 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ (thoả mãn đầu bài)}$$

Bài 30: Cho phương trình : $mx^2 — 2(m-2)x + m — 3 = 0$ (1) với m là tham số .
1. Biện luận theo m sự có nghiệm của phương trình (1)
2. Tìm m để (1) có 2 nghiệm trái dấu.
3. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm thứ hai.

Giải

1. + Nếu m = 0 thay vào (1) ta có : $4x — 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

+ Nếu $m \neq 0$ .Lập biệt số $\Delta' = (m — 2)^2 — m(m-3)$

$$= m^2 - 4m + 4 — m^2 + 3m$$
$$= -m + 4$$

$\Delta' < 0 \Leftrightarrow -m + 4 < 0 \Leftrightarrow m > 4$: (1) vô nghiệm

$\Delta' = 0 \Leftrightarrow -m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$: (1) có nghiệm kép

$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{m-2}{m} = \frac{4-2}{2} = \frac{1}{2}$

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow -m + 4 > 0 \Leftrightarrow m < 4$: (1) có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \frac{m-2-\sqrt{-m+4}}{m}$; $x_2 = \frac{m-2+\sqrt{-m+4}}{m}$

Vậy : m > 4 : phương trình (1) vô nghiệm

m = 4 : phương trình (1) Có nghiệm kép x = $\frac{1}{2}$

$0 \neq m < 4$: phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{m-2-\sqrt{-m+4}}{m} \quad ; \quad x_2 = \frac{m-2+\sqrt{-m+4}}{m}$$

m = 0 : Phương trình (1) có nghiệm đơn x = $\frac{3}{4}$

2. (1) có nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow \frac{m-3}{m} < 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m-3>0 \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} m-3<0 \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>3 \\ m<0 \end{cases} \\ \begin{cases} m<3 \\ m>0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Trường hợp $\begin{cases} m>3 \\ m<0 \end{cases}$ không thoả mãn

Trường hợp $\begin{cases} m<3 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 3$

3. *)Cách 1: Lập điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm

$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 0 \neq m \leq 4$ (*) (ở câu a đã có)

- Thay x = 3 vào phương trình (1) ta có :

$9m - 6(m - 2) + m - 3 = 0 \Leftrightarrow 4m = -9 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{4}$

- Đối chiếu với điều kiện (*), giá trị $m = -\frac{9}{4}$ thoả mãn

*) Cách 2: Không cần lập điều kiện $\Delta' \geq 0$ mà thay x = 3 vào (1) để tìm được $m = -\frac{9}{4}$.Sau đó thay m $= -\frac{9}{4}$ vào phương trình (1): $-\frac{9}{4}x^2 - 2(-\frac{9}{4} - 2)x - \frac{9}{4} - 3 = 0 \Leftrightarrow -9x^2 + 34x - 21 = 0$

có $\Delta' = 289 - 189 = 100 > 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{7}{9} \end{array}\right.$

Vậy với $m = -\frac{9}{4}$ thì phương trình (1) có một nghiệm x= 3

*)Để tìm nghiệm thứ 2 ,ta có 3 cách làm

Cách 1: Thay m = - $\frac{9}{4}$ vào phương trình đã cho rồi giải phương trình để tìm được $x_2 = \frac{7}{9}$ (Như phần trên đã làm)

Cách 2: Thay m = -$\frac{9}{4}$ vào công thức tính tổng 2 nghiệm:

$$x_1 + x_2 = \frac{2(m-2)}{m} = \frac{2(-\frac{9}{4}-2)}{\frac{-9}{4}} = \frac{34}{9}$$

⇨ $x_2 = \frac{34}{9} - x_1 = \frac{34}{9} - 3 = \frac{7}{9}$

Cách 3: Thay m = - $\frac{9}{4}$ vào công trức tính tích hai nghiệm

$$x_1x_2 = \frac{m-3}{m} = \frac{-\frac{9}{4}-3}{-\frac{9}{4}} = \frac{21}{9} \Rightarrow x_2 = \frac{21}{9} : x_1 = \frac{21}{9} : 3 = \frac{7}{9}$$

Bài 31: Cho phương trình : $x^2 + 2kx + 2 - 5k = 0$ (1) với k là tham số

1.Tìm k để phương trình (1) có nghiệm kép

2. Tim k để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1 , x_2 thoả mãn điều kiện :

$x_1^2 + x_2^2 = 10$

Giải.

1.Phương trình (1) có nghiệm kép ⇔ $\Delta' = 0$ ⇔ $k^2 - (2 - 5k) = 0$

⇔ $k^2 + 5k - 2 = 0$ (có $\Delta = 25 + 8 = 33 > 0$)

⇨ $k_1 = \frac{-5-\sqrt{33}}{2}$; $k_2 = \frac{-5+\sqrt{33}}{2}$

Vậy có 2 giá trị $k_1 = \frac{-5-\sqrt{33}}{2}$ hoặc $k_2 = \frac{-5+\sqrt{33}}{2}$ thì phương trình (1) Có nghiệm kép.

2.Có 2 cách giải.

Cách 1: Lập điều kiện để phương trình (1) có nghiệm:

$\Delta' \geq 0$ ⇔ $k^2 + 5k - 2 \geq 0$ (*)

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

Theo bài ra ta có $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

Với điều kiện(*) , áp dụng hệ trức vi ét: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -2k$ và $x_1x_2 = 2 - 5k$

Vậy $(-2k)^2 - 2(2 - 5k) = 10$ ⇔ $2k^2 + 5k - 7 = 0$

(Có a + b + c = 2+ 5 — 7 = 0) => $k_1 = 1$, $k_2 = -\frac{7}{2}$

Để đối chiếu với điều kiện (*) ta thay lần lượt k_1 , k_2 vào $\Delta' = k^2 + 5k - 2$

+ $k_1 = 1$ => $\Delta' = 1 + 5 - 2 = 4 > 0$; thoả mãn

+ $k_2 = -\frac{7}{2}$ => $\Delta' = \frac{49}{4} - \frac{35}{2} - 2 = \frac{49-70-8}{4} = -\frac{29}{8}$ không thoả mãn

Vậy k = 1 là giá trị cần tìm

Cách 2 : Không cần lập điều kiện $\Delta' \geq 0$ .Cách giải là:

Từ điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 10$ ta tìm được $k_1 = 1$; $k_2 = -\frac{7}{2}$ (cách tìm như trên)

Thay lần lượt k_1 , k_2 vào phương trình (1)

+ Với $k_1 = 1$: (1) => $x^2 + 2x - 3 = 0$ có $x_1 = 1$, $x_2 = 3$

+ Với $k_2 = -\frac{7}{2}$ (1) => $x^2 - 7x + \frac{39}{2} = 0$ (có $\Delta = 49 - 78 = -29 < 0$) .Phương trình vô nghiệm

Vậy k = 1 là giá trị cần tìm

Bài 32

Cho phơng trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$.

a/ Giải phng trình khi m = 2

b/ Tìm m để phơng trình có nghiệm

c/ Tìm m để phơng trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 10$

d/ Tìm m để phơng trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn: $x_1^3 + x_2^3 = 34$

Giải

a/ Khi m = 2 PT $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ do $a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3$.

b/ $\Delta' = 4 - m - 1 = 3 - m$, phơng trình có nghiệm $\Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$.

c/ Để phơng trình có 2 nghiệm thì phải có $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$.

Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10 \Leftrightarrow 16 - 2(m + 1) = 10 \Leftrightarrow m = 2$

d/ Để phơng trình có 2 nghiệm thì phải có $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$.

$x_1^3 + x_2^3 = 34 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2] = 34 \Leftrightarrow 4[16 - 3(m + 1)] = 34 \Leftrightarrow m + 1 = 10 \Leftrightarrow m = 9$

Bài 33

Cho phơng trình: $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$.

a/ Chứng minh rằng phơng trình luôn có nghiệm với mọi m.

b/ Tìm để phơng trình có một nghiệm x = 2, tìm nghiệm kia

c/ Tìm m để phơng trình có 2 nghiệm x_1 , x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 \geq 10$

d/ Tìm m để phơng trình có nghiệm x_1 , x_2 sao cho $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Giải

a/ $\Delta' = m^2 - 2m + 1 + m + 3 = m^2 - m + 4 = (m - 1/2)^2 + 15/4 > 0 \Rightarrow$ với mọi m thì phơng trình luôn có nghiệm.

b/ x = 2 thay vào phơng trình ta có: $5m = 5 \Leftrightarrow m = 1$. Khi đó phơng trình có dạng: $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \cup x = -2$.

c/ $x_1^2 + x_2^2 \geq 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \geq 10 \Leftrightarrow [2(m - 1)]^2 + 2(m + 3) \geq 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 + 2m + 6 \geq 10 \Leftrightarrow 4m^2 - 6m \geq 0 \Leftrightarrow m(2m - 3) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 3/2 \cup m \leq 0$.

d/ $P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = [2(m - 1)]^2 + 2(m + 3) = 4m^2 - 6m + 10 =$

$(2m - 3/2)^2 + 31/4 \Rightarrow P_{min} = 31/4 \Leftrightarrow m = 3/4$.

Bài 34

Cho phơng trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$.

a/ Chứng minh rằng phơng trình luôn có nghiệm với mọi m.

b/ Tìm m để phơng trình có 2 nghiệm x_1 , x_2 thoả mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 - 5x_1x_2 = 27$.

c/ Tìm m sao cho phơng trình có nghiệm này bằng hai nghiệm kia.

d/ Tìm m để phơng trình có 2 nghiệm x_1 , x_2 thoả mãn: $x_1 = x_2^2$

Giải

a/ $\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m + 1)^2 \geq 0 \Rightarrow$ với mọi m phong trình luôn có nghiệm.

b/ $2x_1^2 + 2x_2^2 - 5x_1x_2 = 27 \Leftrightarrow 2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] - 5x_1x_2 = 27 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 9x_1x_2 = 27 \Leftrightarrow 8m^2 - 9(2m + 1) = 27 \Leftrightarrow 8m^2 - 18m - 18 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 9m - 9 = 0$

$\Leftrightarrow m = 3 \cup m = -3/4$.

c/ Giả sử phong trình có 2 nghiệm: $x_1 = 2x_2 \Rightarrow$ ta có:

$x_1 + x_2 = 3x_2 = 2m \Leftrightarrow x_2 = 2m/3$ (1) và $x_1x_2 = 2x_2^2 = 2m - 1 \Leftrightarrow x_2^2 = (2m - 1)/2$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 4m^2/9 = (2m - 1)/2 \Leftrightarrow 8m^2 - 18m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = 3/4 \cup m = 3/2$

d/ Ta có: $x = m + m + 1 = 2m + 1 \cup x = m - m - 1 = -1$

Nếu $x_1 = 2m + 1$, $x_2 = -1$ thì ta có: $2m + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0$

Nếu $x_1 = -1$, $x_2 = 2m + 1$ thì ta có: $-1 = (2m + 1)^2$ vô lý. Vậy m = 0.

Bài 35

Cho phong trình: $(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - m = 0$.

a/ Tìm m để phong trình có nghiệm kép, tìm nghiệm kép này

b/ Tìm m để phong trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu

c/ Tìm m để phong trình có 2 nghiệm phân biệt đều âm

d/ Tìm m để phong trình có 2 nghiệm phân biệt đều dơng

Giải

a/ Phong rình có nghiệm kép $\Leftrightarrow m \neq 1$ và $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m^2 - m = 0$

$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)(2m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1 \cup m = 1/2$

Vậy m = 1/2 thì phong trình có nghiệm kép: x = 1.

b/ Phong trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m \neq 1 \\ \Delta' > 0 \\ x_1x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-1)(2m-1) > 0 \\ -\dfrac{m}{m-1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 1/2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 1 \end{array}\right.$$

c/ Phong trình có 2 nghiệm phân biệt đều âm $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m \neq 1 \\ \Delta' > 0 \\ x_1x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-1)(2m-1) > 0 \\ -\dfrac{m}{m-1} > 0 \\ -\dfrac{2(m-1)}{m-1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 1/2 \end{array}\right. \\ 0 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1/2$$

d/ Phong trình có 2 nghiệm phân biệt đều dơng $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m \neq 1 \\ \Delta' > 0 \\ x_1x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-1)(2m-1) > 0 \\ -\dfrac{m}{m-1} > 0 \\ -\dfrac{2(m-1)}{m-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 1/2 \end{array}\right. \\ 0 < m < 1 \Leftrightarrow \\ -2 > 0 \end{cases}$$

Loại

Vậy không tồn tại m để phong trình có 2 nghiệm phân biệt đều dơng.

Bài 36

Cho phong trình: $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$.

a/ Chứng minh rằng phong trình luôn có 2 nghiệm khi m thay đổi.

b/ Tìm m để phong trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn: $1 < x_1 < x_2 < 6$.

Giải

a/ $\Delta = 4m^2 - 12m + 9 - 4m^2 + 12m = 9 > 0 \Rightarrow$ phong trình luôn có 2 nghiệm.

b/ $x_1 = \dfrac{2m-3-3}{2} = m-3$; $x_2 = \dfrac{2m-3+3}{2} = m$

Với mọi m ta luôn có: $m - 3 < m \Rightarrow 1 < m - 3 < m < 6 \Leftrightarrow 4 < m < 6$.

Bài 37

Cho phong trình: $3x^2 - mx + 2 = 0$. Tìm m để pt có 2 nghiệm thoả mãn: $3x_1x_2 = 2x_2 - 2$.

Giải

ĐK: $$\begin{cases} \Delta = m^2 - 24 \geq 0 \\ 3x_1x_2 = 2x_2 - 2 \\ x_1x_2 = 2/3 \\ x_1 + x_2 = m/3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2\sqrt{6} \cup m \leq -2\sqrt{6} \\ 2 = 2x_2 - 2 \\ x_1x_2 = 2/3 \\ x_1 + x_2 = m/3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2\sqrt{6} \cup m \leq -2\sqrt{6} \\ x_2 = 2 \\ x_1 = 1/3 \\ m = 7 \end{cases}$$

Bài 38

Gọi a, b là nghiệm của phong trình: $x^2 + px + 1 = 0$

c, d là nghiệm của phogn trình: $x^2 + qx + 1 = 0$

a/ Chứng minh rằng: $(a - c)(a - d)(b - c)(b - d) = (p - q)^2$

b/ Chứng minh rằng: $(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$

Giải

Theo định lý Viét ta có: $\begin{cases} a + b = -p \\ ab = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} c + d = -q \\ cd = 1 \end{cases}$.

a/ VT = $(a - c)(a - d)(b - c)(b - d) = (a^2 - ad - ac + cd)(b^2 - bc - bd + cd) =$

$[a^2 - a(c + d) + cd][b^2 - b(c + d) + cd] = (a^2 + aq + 1)(b^2 + bq + 1) =$

$a^2b^2 + a^2bq + a^2 + ab^2q + abq^2 + aq + b^2 + bq + 1 =$

$1 + aq + bq + q(a + b) + [(a + b)^2 - 2ab] + q^2 + 1 =$

$2 + q(a + b) - pq + p^2 - 2 + q^2 + 1 = p^2 - 2pq + q^2 = (p - q)^2 =$ VP.

b/ VT = (a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = [ab - c(a + b) + c^2][ab + d(a + b) + d^2] = (1 + cp + c^2)(1- dp + d^2) = 1- dp + d^2 + cp - cdp^2 + cd^2p + c^2 - c^2dp + c^2d^2 =

= 1- dp + d^2 + cp - p^2 + dp + c^2 - cp + 1 = $(c + d)^2$ - 2cd - p^2 + 2 = q^2 - p^2 = VP.

Bài 39 Cho phương trình: $x^2+(m+1)x+5-m=0$. (1)

a) Tìm m để phương trình có nghiệm bằng -1. Tìm nghiệm còn lại.
b) Giải phương trình khi m = -6.
c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
d) Với m tìm được ở câu c, hãy viết một hệ thức giữa x_1 và x_2 độc lập đối với m.

Lời giải

a) Phương trình (1) có một nghiệm bằng -1 nên:

$$(-1)^2+(m+1)(-1)+5-m=0 \Rightarrow m=\frac{5}{2}$$

Khi đó ta có phương trình: $x^2+\frac{7}{2}x+\frac{5}{2}=0 \Rightarrow$ nghiệm còn lại của PT là: $\frac{5}{2}$

b) Với m = -6 ta có PT: $x^2-5x+11=0$ có $\Delta=-19<0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

c) Ta có: $\Delta=m^2+6m-19$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta=m^2+6m-19>0$.

Ta xét dấu Δ

m		$-3-2\sqrt{7}$		-3+2$\sqrt{7}$	
Δ	+	0	-	0	+

Vậy khi m < $-3-2\sqrt{7}$ hoặc m > -3+2$\sqrt{7}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

d) Ta có: $x_1+x_2=-m-1$ (1); $x_1x_2=-m$ (2).

Từ (2) suy ra: m = $-x_1x_2+5$, thay vào (1): $x_1+x_2=x_1x_2-6$

Vậy hệ thức cần tìm là: $x_1+x_2-x_1x_2+6=0$.

Bài 40 Giải các phương trình sau:

a) $x^4-4x^2+3=0$ b) $(x+\frac{1}{x})^2-4(x+\frac{1}{x})+3=0$

Lời giải

a) Đặt $x^2=t$ (ĐK: $t\geq 0$). Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2-4t+3=0$

Vì a + b + c = 0, nên phương trình có hai nghiệm: $t_1=1, t_2=\frac{c}{a}=3$ (TMĐK)

* Với $t_1=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$
* Với $t_2=3 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

Vậy phương trình có 4 nghiệm : x = -1; 1; $\sqrt{3}; -\sqrt{3}$.

b) ĐK: $x\neq 0$. Đặt $x+\frac{1}{x}=t$

Ta được: $t^2-4t+3=0$.Theo câu a/ $t_1=1, t_2=\frac{c}{a}=3$

* $t_1=1 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=1$ (PT vô nghiệm)

$$* \ t_2 = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \ \Leftrightarrow x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

Bài 41: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2 = 0$ (I)

a) Giải phương trình (I) khi m = -2
b) Tìm m để phương trình (I) có nghiệm?. Có hai ngiệm phân biệt?.
c) Tìm m để phương trình (I) có hai nghiệm trái dấu ?.
d) Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 4$
e) Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn điều kiện $x_1 = 2x_2$
f) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu .
g) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm.
h) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương.
i) Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 1. Tìm nghiệm còn lại.
j) Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn điều kiện $2x_1 - 4x_2 = -3$

Lời giải

a) Khi m = -2, phương trình (I) trở thành: $x^2 + 6x + 2 = 0$

Ta có $\Delta' = b'^2 - ac = 3^2 - 1.2 = 7 > 0 \rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-3+\sqrt{7}}{1} = -3+\sqrt{7}; x_2 = \frac{-3-\sqrt{7}}{1} = -3-\sqrt{7}$$

b) Phương trình (I) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 1.(m^2-2) \geq 0 \Leftrightarrow -2m+3 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$

Phương trình (I) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 1.(m^2-2) > 0 \Leftrightarrow -2m+3 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$$

c) Phương trình (I) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow m^2 - 2 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$

d) Điều kiện để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ là: $m \leq \frac{3}{2}$

Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2(m-1); x_1x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 2$

Do đó $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_xx_2 = 4 \Leftrightarrow [2(m-1)]^2 - 2.(m^2-2) = 4 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (TMĐK)

e) Điều kiện để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ là: $m \leq \frac{3}{2}$

Khi đó theo Vi-et và đề bài ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (1) \\ x_1x_2 = m^2 - 2 & (2) \\ x_1 = 2x_2 & (3) \end{cases}$

Từ (1) và (3) ta có $x_2 = \frac{2(m-1)}{3}; x_1 = \frac{4(m-1)}{3}$ thay vào (2) ta được

$$\frac{2(m-1)}{3}.\frac{4(m-1)}{3} = m^2 - 2 \Leftrightarrow 8(m-1)^2 = 9(m^2-2) \Leftrightarrow m^2 + 16m - 26 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -8+3\sqrt{10} \\ m = -8-3\sqrt{10} \end{array}\right.$$

f) Phương trình (I) có 2 nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{2} \\ m < -\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2} < m \leq \dfrac{3}{2} \\ m < -\sqrt{2} \end{array}\right.$

g) Phương trình (I) có 2 nghiệm cùng âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \dfrac{-b}{a} < 0 \\ \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \dfrac{3}{2} \\ m - 1 < 0 \\ m^2 - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \dfrac{3}{2} \\ m < 1 \\ \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{2} \\ m < -\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m < -\sqrt{2}$

h) Phương trình (I) có hai nghiệm cùng dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ \dfrac{-b}{a} > 0 \\ \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \dfrac{3}{2} \\ m > 1 \\ \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{2} \\ m < -\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{2} < m \leq \dfrac{3}{2}$

i) Phương trình (I) có một nghiệm bằng 1

$\Leftrightarrow a + b + c = 0 \Leftrightarrow 1 - 2(m-1) + m^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Khi đó nghiệm còn lại là $x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m^2 - 2}{1} = \dfrac{1^2 - 2}{1} = -1$

j) Phương trình (I) có nghiệm thoả ĐK: $2x_1 - 4x_2 = -3$

ĐK: $m \leq \dfrac{3}{2}$ *(để phương trình có nghiệm)*

Theo hệ thức Vi-et và yêu cầu bài toán, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (1) \\ x_1x_2 = m^2 - 2 & (2) \\ 2x_1 - 4x_2 = -4 & (3) \end{cases}$

Từ (1) và (3) ta có $x_1 = \dfrac{4m-6}{3}; x_2 = \dfrac{2m}{3}$ thay vào (2), ta được

$\dfrac{4m-6}{3} \cdot \dfrac{2m}{3} = m^2 - 2 \Leftrightarrow 2m(4m-6) = 9(m^2 - 2) \Leftrightarrow m^2 + 12m - 18 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -6 + 3\sqrt{6} \\ m = -6 - 3\sqrt{6} \end{array}\right.$ (TM)

<u>Bài 42 :</u> Xác định m để phơng trình $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0$

a) Có hai nghiệm trái dấu

b) Có hai nghiệm âm phân biệt

Hớng dẫn :

a) Phơng trình có hai nghiệm trái dấu <=> $\begin{cases} a \neq 0 \\ ac < 0 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 1 \neq 0, \forall m \\ 3m - 1 < 0 \end{cases}$ <=> m < $\dfrac{1}{3}$

Vậy m < $\dfrac{1}{3}$ thì phơng trình có hai nghiệm trái dấu

b) Phơng trình có hai nghiệm âm phân biệt

<=> $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 1 \neq 0, \forall m \\ -12m + 29 > 0 \\ 3m - 1 > 0 \\ -5 < 0, \forall m \end{cases}$

<=> $\begin{cases} m < \dfrac{29}{12} \\ m > \dfrac{1}{3} \end{cases}$ <=> $\dfrac{1}{3} < m < \dfrac{29}{12}$

Vậy $\dfrac{1}{3} < m < \dfrac{29}{12}$ thì phơng trình có hai nghiệm âm phân biệt

Bài 43: Cho phơng trình $mx^2 - (m-1)x + 2 = 0, \quad m \neq 0$ (1)

Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 2$

Giải: Phơng trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

<=> $\Delta > 0$ <=> $m^2 - 10m + 1 > 0$ <=> $(m-5)^2 - 24 > 0$

<=> m > $5 + 2\sqrt{6}$ hoặc m < $5 - 2\sqrt{6}$

- Theo hệ thức Vi — ét, ta có: $x_1 + x_2 = \dfrac{m-1}{m}; \quad x_1 . x_2 = \dfrac{2}{m}$

- Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 2$ <=> $\left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 = 2$

<=> $\left(\dfrac{m-1}{m}\right)^2 - 2.\dfrac{2}{m} = 2$ <=> $m^2 + 6m - 1 = 0$ (*)

Giải phơng trình (*) ta đợc $m_1 = \sqrt{10} - 3, m_2 = -\sqrt{10} - 3$

Đối chiếu với điều kiện của tham số m => m_1 (loại) và m_2 (nhận)

Vậy m $= -\sqrt{10} - 3$

Bài 44: Cho phơng trình $x^2 + 3x + m = 0$

x_1 và x_2 là hai nghiệm phân biệt của phơng trình. Không giải phơng trình, tìm giá trị của m để :

a) $x_1 - x_2 = 6$

b) $x_1^2 + x_2^2 = 34$

c) $x_1^2 - x_2^2 = 30$

d) $x_1 = 2x_2$

e) $3x_1 + 2x_2 = 20$

Hớng dẫn:

Phơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 <=> $\Delta = 9 - 4m > 0$ <=> m < $\dfrac{9}{4}$

Khi đó, theo định lí Vi — ét ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -3 \\ P = x_1 x_2 = m \end{cases}$

a) $x_1 - x_2 = 6$ <=> $(x_1 - x_2)^2 = 36$ <=> $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 36$

<=> $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 36$ <=> 9 — 4m = 36 <=> m = $\frac{-27}{4} < \frac{9}{4}$

Vậy : $m = \frac{-27}{4}$

b) $x_1^2 + x_2^2 = 34$ <=> $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 34$. Từ đó tìm đợc m = $\frac{-25}{2} < \frac{9}{4}$

Vậy : $m = \frac{-25}{2}$

c) $x_1^2 - x_2^2 = 30$ <=> $(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 30$ <=> $x_1 - x_2 = -10$

<=> $x_2 - x_1 = 10$ <=> $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 100$ (giả sử $x_2 > x_1$)

<=> $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 100$ <=> 9 - 4m = 100 <=> m = $\frac{-91}{4} < \frac{9}{4}$

Vậy : $m = \frac{-91}{4}$

d) Giải hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases}$ Ta đợc $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Theo định lí Vi- ét: m = $x_1x_2 = 2 < \frac{9}{4}$

Vậy m = 2

e) Giải hệ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 20 \\ x_1 + x_2 = -3 \end{cases}$ Ta đợc $\begin{cases} x_1 = 26 \\ x_2 = -29 \end{cases}$

Theo định lí Vi- ét: m = $x_1x_2 = -754 < \frac{9}{4}$

Vậy m = - 754

<u>Bài 45:</u> Xác định các giá trị của tham số m để phơng trình $x^2 - (m+5)x - m + 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn :

a) Nghiệm này lớn hơn nghiệm kia 1 đơn vị

b) $2x_1 + 3x_2 = 13$

Hớng dẫn:

Phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 <=> $\Delta = m^2 + 14m + 1 \ge 0$

<=> $(m + 7 + 4\sqrt{3})(m + 7 - 4\sqrt{3}) \ge 0$. Sau khi giải bất phơng trình này đợc kết quả:

$m \le -7 - 4\sqrt{3}$ hoặc $m \ge -7 + 4\sqrt{3}$ (*)

a) Giả sử $x_2 > x_1$ ta có hệ $\begin{cases} x_2 - x_1 = 1 & (1) \\ x_1 + x_2 = m + 5 & (2) \\ x_1x_2 = -m + 6 & (3) \end{cases}$

(1) + (2) => $x_2 = \frac{m+6}{2}$. Thay vào (1) => $x_1 = \frac{m+4}{2}$

Thay x_1, x_2 vào (3) => m = 0 hoặc m = -14 thỏa mãn điều kiện (*)
Vậy m = 0 hoặc m = -14

b) Ta có hệ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 13 \\ x_1 + x_2 = m+5 \\ x_1 x_2 = -m+6 \end{cases}$ Từ hệ này tìm đợc m = 0 hoặc m = 1

<u>Bài 46:</u> Cho phơng trình bậc hai $3x^2 - mx + 2 = 0$

Tìm m để phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $3x_1x_2 = 2x_1 - 2$

Tính x_1, x_2 ?

Hớng dẫn: Phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 <=> $\Delta = m^2 - 24m \geq 0$

<=> $m \geq 2\sqrt{6}$ hoặc $m \leq -2\sqrt{6}$

Ta có: $\begin{cases} 3x_1x_2 = 2x_1 - 2 \\ x_1 + x_2 = \frac{m}{3} \\ x_1x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$. Tìm đợc $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{3}, m = 7$

<u>Bài 47:</u> Cho phơng trình bậc hai $x^2 + ax + a + 7 = 0$

Tìm m để phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Hớng dẫn: Ta cần có điều kiện $\Delta = a^2 - 4a - 28 \geq 0$ (*)

Theo định lí Vi - ét $x_1 + x_2 = -a, \quad x_1x_2 = a + 7$

Từ $x_1^2 + x_2^2 = 10$ tìm đợc $a_1 = 6, a_2 = -4$

$a_1 = 6$ không thỏa mãn điều kiện (*) và $a_2 = -4$ thỏa mãn điều kiện (*)
Vậy a = - 4

<u>Bài 48:</u> Cho phơng trình bậc hai $x^2 + mx + m + 7 = 0$

a) Tính $x_1^2 + x_2^2$ và $x_1^3 + x_2^3$ theo m

b) Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$
c) Tìm giá trị của m để phơng trình có một nghiệm bằng - 2 rồi tính nốt nghiệm thứ hai.
Hớng dẫn:

a) $x_1^2 + x_2^2 = m^2 - 2m - 14$

$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2\right]$

Theo Vi - ét ta tính đợc $x_1^3 + x_2^3 = m(-m^2 + 3m + 21)$

b) $m_1 = 6$(loại) và $m_2 = -4$ (nhận) => m = - 4

c) m = 11 và $x_1 = -2, x_2 = -9$

Bài 49: Cho phơng trình $x^2 + 3x - m = 0$
a) Tìm những giá trị của m để phơng trình có nghiệm
b) Tìm giá trị của m để phơng trình có một nghiệm bằng - 2. Tìm nốt nghiệm kia
Hớng dẫn:

a) Phơng trình có nghiệm <=> $\Delta \geq 0 <=> m \geq \frac{-9}{4}$

b) Thay x_1 = - 2 vào phơng trình ta có: 4 - 6 - m = 0 <=> m = - 2 thỏa mãn $m \geq \frac{-9}{4}$

Theo định lí Vi — ét. Ta có: $x_2 = S - x_1 = -3 - (-2) = -1$

Bài 50: Với giá trị nào của b thì phơng trình

a) $2x^2 + bx - 10 = 0$ có một nghiệm bằng 5

b) $b^2x^2 - 15x - 7 = 0$ có một nghiệm bằng 7

c) $(b-1)x^2 - (b+1)x - 72 = 0$ có một nghiệm bằng 3. Tính nghiệm còn lại

Kết quả:

a) b = - 8 b) b = $\pm\frac{4\sqrt{7}}{7}$ c) b = 14 và $x_2 = \frac{-24}{13}$

Bài 51: Cho phơng trình: $x^2 - 2(m + 3)x + m^2 + 4m + 6 = 0$
Tìm m để phơng trình có nghiệm là 2.
Tổng quát:
Cho phơng trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có một nghiệm $x = x_1$.
Cách giải:
Thay $x = x_1$ vào phơng trình $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$. Giải phơng trình có ẩn là tham số.
Bài 52:
Cho phơng trình: $x^2 - (3m + 2n + 4)x + 4m + 10n + 38 = 0$
Tìm m để phơng trình có nghiệm là 1 và 2
Tổng quát:
Cho phơng trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1) ($a \neq 0$) có hai nghiệm $x = x_1$; $x = x_2$.
Cách 1:
Thay $x = x_1$; $x = x_2$ vào phơng trình (1) ta có hệ phơng trình:

$$\begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = 0 \\ ax_2^2 + bx_2 + c = 0 \end{cases}$$ Giải hệ phơng trình có ẩn là tham số.

Cách 2:

Theo hệ thức Vi- et $$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Thay $x = x_1$; $x = x_2$ vào hệ và giải ta đợc giá trị của tham số.
Bài 53: Lập phơng trình bậc hai nhận hai số 2 và 3 làm nghiệm
Hớng dẫn: Phơng trình có dạng (x - 2)(x - 3) = 0 <=> $x^2 - 5x + 6 = 0$
Bài 54:

Lập phơng trình khi biết phơng trình có hai nghiệm: $x_1 = 3 - 2\sqrt{2}$; $x_2 = 3 + 2\sqrt{2}$

Bài 55: Lập phơng trình bậc hai có hai nghiệm x_1, x_2 liên lạc với nhau bởi hệ thức

$$\begin{cases} x_1x_2 + (x_1 + x_2) = m \quad (1) \\ x_1x_2 + 1 = m(x_1 + x_2) \quad (2) \end{cases}$$ Với $m \neq -1$

Đặt S = $x_1 + x_2$, P = x_1x_2. Từ hệ trên ta tìm đợc S = 1 và P = m — 1

ĐK: $S^2 \geq 4P <=> 1^2 > 4(m-1) <=> m < \frac{5}{4}$

Phơng trình cần tìm là: $x^2 - x + m - 1 = 0$ với $-1 \neq m < \frac{5}{4}$

<u>Bài 56:</u> Tìm hệ thức độc lập với m giữa những nghiệm số của phơng trình

$$x^2 - 2(m+1)x + 2m + 3 = 0$$

Hớng dẫn:

- Điều kiện để phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 là $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 1 \neq 0, \forall m \\ m^2 - 2 \geq 0 \end{cases}$

<=> $m \leq -\sqrt{2}$ hoặc $m \geq \sqrt{2}$

- Theo định lí Vi — ét, ta có : $\begin{cases} S = 2(m+1) \\ P = 2m+3 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} S = 2m+2 \\ P = 2m+3 \end{cases}$ => S - P = - 1

Hay $x_1 + x_2 - x_1x_2 + 1 = 0$, đó là hệ thức độc lập với m giữa những nghiệm số của phơng trình

<u>Bài 57:</u> Cho phơng trình $(k-1)x^2 - 2kx + k - 4 = 0$. Tìm hệ thức độc lập với k giữa những nghiệm số của phơng trình

Hớng dẫn: Để phơng trình có nghiệm, ta phải có: $\begin{cases} k-1 \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases}$ <=> $\frac{4}{5} \leq k \neq 1$

Theo Vi – ét: $\begin{cases} S = \frac{2k}{k-1} \\ P = \frac{k-4}{k-1} \end{cases}$ => $\begin{cases} k = \frac{S}{S-2} (S \neq 2) \\ k = \frac{P-4}{P-1} (P \neq 1) \end{cases}$ => $\frac{S}{S-2} = \frac{P-4}{P-1}$ <=> 3S+ 2P– 8= 0

Hay $3(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 - 8 = 0$, đó là hệ thức độc lập với k giữa những nghiệm số của phơng trình

<u>Bài 58:</u>

Cho phơng trình x^2 - 2(m + 5)x + 4m - 3 = 0

a) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

Kết quả: b) $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 23$

<u>Bài 59:</u>

Cho phơng trình x^2 — 2(m + 1)x + m^2 + 2m = 0

Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

Kết quả: $4x_1x_2 - (x_1 + x_2 - 2)^2 - 4(x_1 + x_2) + 8 = 0$

<u>Bài 60</u>: Cho phơng trình $x^2 + 4x + 1 = 0$ (1)

a) Giải phơng trình (1)

b) Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của phơng trình (1). Hãy tính giá trị của biểu thức $B = x_1^3 + x_2^3$

<u>Giải:</u>

a) Xét phơng trình $x^2 + 4x + 1 = 0$ (1). Ta có: $\Delta' = 4^2 - 4.1.1 = 16 - 4 = 12 > 0$

$\Rightarrow$ Phơng trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{3}}{2.1} = -2 + \sqrt{3}$; $x_2 = \frac{-4 - 2\sqrt{3}}{2.1} = -2 - \sqrt{3}$

b) Áp dụng định lí Vi — ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1.x_2 = 1 \end{cases}$

Mà: $x_1^3 + x_2^3 = \left(x_1^3 + 3x_1^2.x_1 + 3x_1x_2^2 + x_2^3\right) - \left(3x_1^2.x_1 + 3x_1x_2^2\right) = \left(x_1 + x_2\right)^3 - 3x_1.x_2\left(x_1 + x_2\right)$

$= \left(-4\right)^3 - 3.1.\left(-4\right) = -64 + 12 = -52$. Vậy $x_1^3 + x_2^3$ = - 52

Bài 61 Cho phong trình $2x^2 - 7x + 4 = 0$ gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phong trình

1) Không giải phong trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $x_1 + x_2$; $x_1.x_2$ b) $x_1^3 + x_2^3$ c) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

2) Xác định phong trình bậc hai nhận $x_1^2 - x_2$ và $x_2^2 - x_1$ là nghiệm.

Giải:

1) Xét phong trình $2x^2 - 7x + 4 = 0$. Ta có: $\Delta = \left(-7\right)^2 - 4.2.4 = 49 - 32 = 17 > 0$

$\Rightarrow$ Phong trình có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2

Áp dụng định lí Vi — ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{7}{2} \\ x_1.x_2 = 2 \end{cases}$

b) Ta có: $x_1^3 + x_2^3 = \left(x_1^3 + 3x_1^2.x_1 + 3x_1x_2^2 + x_2^3\right) - \left(3x_1^2.x_1 + 3x_1x_2^2\right) = \left(x_1 + x_2\right)^3 - 3x_1.x_2\left(x_1 + x_2\right)$

$= \left(\dfrac{7}{2}\right)^3 - 3.2.\left(\dfrac{7}{2}\right) = \dfrac{343}{8} - \dfrac{42}{2} = \dfrac{343 - 168}{8} = \dfrac{175}{8}$. Vậy $x_1^3 + x_2^3 = \dfrac{175}{8}$

c) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{14 + 8\sqrt{2}}$

2) Đặt u = $x_1^2 - x_2$ và v = $x_2^2 - x_1$

Ta có: u + v = $\left(x_1^2 - x_2\right) + \left(x_2^2 - x_1\right) = x_1^2 + x_2^2 - \left(x_1 + x_2\right) = \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 - \left(x_1 + x_2\right)$

$= \left(\dfrac{7}{2}\right)^2 - 2.2 - \dfrac{7}{2} = \dfrac{49}{4} - 4 - \dfrac{7}{2} = \dfrac{49 - 16 - 14}{4} = \dfrac{19}{4}$

$\Rightarrow$ u + v $= \dfrac{19}{4}$

Mà: u . v = $\left(x_1^2 - x_2\right).\left(x_2^2 - x_1\right) = x_1^2.x_2^2 - \left(x_1^3 + x_2^3\right) + x_1.x_2 = \left(x_1x_2\right)^2 - \left(x_1^3 + x_2^3\right) + x_1.x_2$

$= 2^2 - \dfrac{175}{8} + 2 = 6 - \dfrac{175}{8} = \dfrac{48 - 175}{8} = \dfrac{-127}{8}$

$\Rightarrow$ u . v $= \dfrac{-127}{8}$

Vì 2 số u và v có tổng u + v $= \dfrac{19}{4}$ và tích u. v $= \dfrac{-127}{8}$. Nên u ; v là 2 nghiệm của phong trình bậc hai: $X^2 - \dfrac{19}{4}X - \dfrac{127}{8} = 0$

Vậy phong trình cần tìm là: $X^2 - \dfrac{19}{4}X - \dfrac{127}{8} = 0 <=> 8X^2 - 38X - 127 = 0$

Bài 62: Cho phong trình $2x^2 - 9x + 6 = 0$ gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phong trình

1) Không giải phong trình hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $x_1 + x_2$; $x_1.x_2$ b) $x_1^3 + x_2^3$

2) Xác định phơng trình bậc hai nhận $2x_1 - 3x_2$ và $2x_2 - 3x_1$ là nghiệm.

Giải:

1) Xét phơng trình $2x^2 - 9x + 6 = 0$. Ta có: $\Delta = (-9)^2 - 4.2.6 = 81 - 48 = 33 > 0$

$\Rightarrow$ Phơng trình có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2

Áp dụng định lí Vi — ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{9}{2} \\ x_1.x_2 = 3 \end{cases}$

b) Ta có: $x_1^3 + x_2^3 = \left(x_1^3 + 3x_1^2.x_1 + 3x_1x_2^2 + x_2^3\right) - \left(3x_1^2.x_1 + 3x_1x_2^2\right) = \left(x_1 + x_2\right)^3 - 3x_1.x_2\left(x_1 + x_2\right)$

$= \left(\dfrac{9}{2}\right)^3 - 3.3.\left(\dfrac{9}{2}\right) = \dfrac{729}{8} - \dfrac{81}{2} = \dfrac{729 - 324}{8} = \dfrac{405}{8}$

Vậy $x_1^3 + x_2^3 = \dfrac{405}{8}$

2) Đặt u = $2x_1 - 3x_2$ và v = $2x_2 - 3x_1$

Ta có: u + v = $(2x_1 - 3x_2) + (2x_2 - 3x_1) = 2x_1 - 3x_2 + 2x_2 - 3x_1 = -(x_1 + x_2) = -\dfrac{9}{2}$

$\Rightarrow$ u + v = $-\dfrac{9}{2}$

Mà: u . v = $(2x_1 - 3x_2).(2x_2 - 3x_1) = 4x_1.x_2 - 6(x_1^2 + x_2^2) + 9x_1.x_2 = 25x_1.x_2 - 6(x_1 + x_2)^2$

$= 25.3 - 6\left(\dfrac{9}{2}\right)^2 = 75 - \dfrac{243}{2} = \dfrac{150 - 243}{2} = \dfrac{-93}{2}$

$\Rightarrow$ u . v $= \dfrac{-93}{2}$

Vì 2 số u và v có tổng u + v = $\dfrac{-9}{2}$ và tích u. v $= \dfrac{-93}{2}$.

Nên u; v là 2 nghiệm của phơng trình bậc hai: $X^2 + \dfrac{9}{2}X - \dfrac{93}{2} = 0$

Vậy phơng trình cần tìm là: $X^2 + \dfrac{9}{2}X - \dfrac{93}{2} = 0$

Bài 63: Cho phơng trình $2x^2 + 5x - 6 = 0$ (1)

a) Giải phơng trình (1)

b) Gọi x_1; x_2 là hai nghiệm của phơng trình (1). Hãy tính giá trị của biểu thức: B = $x_1^3 + x_2^3$

Giải:

a) Xét phơng trình $2x^2 + 5x - 6 = 0$ (1)

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4.2.(-6) = 25 + 48 = 73 > 0$ $\Rightarrow$ $\sqrt{\Delta} = \sqrt{73}$

$\Rightarrow$ Phơng trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-5 + \sqrt{73}}{2.2} = \dfrac{-5 + \sqrt{73}}{4}$ và $x_2 = \dfrac{-5 - \sqrt{73}}{2.2} = \dfrac{-5 - \sqrt{73}}{4}$

b) Áp dụng đinh lí Vi — ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{5}{2} \\ x_1.x_2 = -3 \end{cases}$

Mà: $x_1^3+x_2^3 = \left(x_1^3+3x_1^2.x_1+3x_1x_2^2+x_2^3\right)-\left(3x_1^2.x_1+3x_1x_2^2\right)$

$= \left(x_1+x_2\right)^3-3x_1.x_2\left(x_1+x_2\right)$

$= \left(-\frac{5}{2}\right)^3-3.(-3).\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{125}{8}-\frac{45}{2}=\frac{-125-180}{8}=\frac{-305}{8}$

Vậy $x_1^3+x_2^3 = \frac{-305}{8}$

Bài 64: Cho phong trình $2x^2-7x+1=0$ gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phong trình

Không giải phong trình, hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) x_1+x_2; $x_1.x_2$ b) $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$

Giải:

a) Xét phong trình $2x^2-7x+1=0$

- Ta có: $\Delta=(-7)^2-4.2.1=49-8=41>0 \Rightarrow$ Phong trình có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2

- Áp dụng đinh lí Vi — ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\frac{7}{2} \\ x_1.x_2=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x_1>0;\ x_2>0;\ x_1.x_2>0$

$\Rightarrow \sqrt{x_1}>0;\ \sqrt{x_2}>0;\ \sqrt{x_1.x_2}>0;\ \sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}>0$

b) Đặt A = $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_1}$ (A > 0)

$\Rightarrow A^2=\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)^2=x_1+2\sqrt{x_1}.\sqrt{x_2}+x_2=(x_1+x_2)+2\sqrt{x_1x_2}$

$\Rightarrow A^2=\frac{7}{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{7}{2}+2.\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{7+2\sqrt{2}}{2}$ (Vì A > 0)

$\Rightarrow A=\sqrt{\frac{7+2\sqrt{2}}{2}}$. Vậy $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{\frac{7+2\sqrt{2}}{2}}$

Bài 65: Chứng minh với bất kì giá trị nào của k, phong trình:

a) $7x^2+kx-23=0$ có hai nghiệm trái dấu

b) $12x^2+70x+k^2+1=0$ không thể có hai nghiệm dong

c) $x^2-(k+1)x+k=0$ có một nghiệm bằng 1

Kết quả:

a) ac < 0, $\forall k\in\mathbb{R}$ => phong trình có hai nghiệm trái dấu $\forall k\in\mathbb{R}$

b) Ta có S = $\frac{-70}{12}<0$, $\forall k\in\mathbb{R}$ nên phong trình không thể có hai nghiệm dong

c) Thay x = 1 vào phong trình thấy thỏa mãn $\forall k\in\mathbb{R}$ => phong trình có một nghiệm bằng 1

Bài 66: Cho phong trình $x^2-(m-1)x-m^2+m-2=0$

a) Chứng minh rằng phong trình có hai nghiệm trái dấu với mọi m

b) Gọi hai nghiệm của phong trình là x_1, x_2. Tìm giá trị của m để $x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Hớng dẫn:

a) Tính ac = $-\left[\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\right]<0$, $\forall m$ nên phơng trình có hai nghiệm trái dấu với mọi m

b) Tính $x_1^2+x_2^2=(\sqrt{3}m-\frac{2}{\sqrt{3}})^2+\frac{11}{3}$ => $x_1^2+x_2^2\ge\frac{11}{3}$

Vậy $x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{11}{3}$ khi $\sqrt{3}m-\frac{2}{\sqrt{3}}$ = 0 <=> m = $\frac{2}{3}$

<u>Bài 67</u> Cho phơng trình $x^2 - 2(m - 4)x - 2m - 8 = 0$

a) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Cho A = $x_2(x_2 - 2) + x_1(x_1 - 2)$. Tìm m để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Hớng dẫn:

a) Tính $\Delta=(m-3)^2+15>0,\forall m\in\mathbb{R}$

b) MinA = 32 <=> m = 4

<u>Bài 68</u> Cho phơng trình $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 4 = 0$

a) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Cho B = $x_1^2+x_2^2$. Tìm m để B đạt giá trị nhỏ nhất.

Hớng dẫn:

a) $\Delta'=(m-2)^2+1>0$ => phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt

b) B = $x_1^2+x_2^2=(2m-3)^2+3\ge3$ => MinB = 3 <=> m = $\frac{3}{2}$

<u>Bài 69</u> Cho phơng trình bậc hai $x^2-2(m+1)x+2m+10=0$

a) Tìm m để phơng trình có nghiệm

b) Cho biểu thức P = $6x_1x_2+x_1^2+x_2^2$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính giá trị ấy.

Hớng dẫn:

a) $m\le-3$ hoặc $m\ge3$

b) Tính đợc P = $4(m+2)^2+28$

Khi $m\le-3 \Rightarrow m+2\le-1 \Rightarrow (m+2)^2\ge1 \Rightarrow P\ge32$

Khi $m\ge3 \Rightarrow m+2\ge5 \Rightarrow (m+2)^2\ge25 \Rightarrow P\ge128$

Vậy MinP = 32 <=> m = - 3

<u>Bài 70</u> Cho phơng trình $x^2 - 2(m - 6)x - 2m - 2 = 0$

a) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Cho P = $x_1^2 + x_2^2 - 26x_1x_2 - x_1^2.\ x_2^2$. Chứng minh giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào tham số m.

Kết quả: b) P = 196 => giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào tham số m.

<u>Bài 71</u> Cho phơng trình $x^2-2(m+1)x+m-4=0$

a) Giải phơng trình khi m = 1

b) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

c) Chứng minh biểu thức A = $x_1(1-x_2)+x_2(1-x_1)$ không phụ thuộc vào giá trị của tham số m

Kết quả:

a) $x_1=2+\sqrt{7}, x_2=2-\sqrt{7}$

b) $\Delta'=(m+\frac{1}{2})^2+\frac{19}{4}>0$, với mọi m

c) A = 10 => Giá trị biểu thức A không phụ thuộc vào giá trị của tham số m

Bài 72 Cho phơng trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$. Tìm m sao cho hai nghiệm của phơng trình thỏa mãn A = $10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hớng dẫn: Để phơng trình có hai nghiệm thì $m \le -3$ hoặc $m \ge 3$

$10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2 = 4(m+3)^2 + 48 \ge 48$

Khi m ≤ -3 => m $+3 \le 0$ => $(m+3)^2 \ge 0$ => A ≥ 48

Khi m ≥ 3 => m + 3 ≥ 6 => $(m+3)^2 \ge 36$ => A $\ge 4.36 + 48 = 192$

=> MinA = 48 <=> m = - 3

Bài 73 Tìm hai số x, y trong các trờng hợp sau:

a) x + y = 11 và xy = 28 b) x – y = 5 và xy = 66 c) $x^2 + y^2 = 25$ và $xy = 12$

Hớng dẫn:

a) Hai số x, y là hai nghiệm của phơng trình bậc hai $X^2 - 11X + 28 = 0$

giải phơng trình ta đợc $X_1 = 4, X_2 = 7$

Do x, y có vai trò nh nhau nên có hai cặp số (x , y) thỏa mãn là $\begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}$

b) Đặt Y = - y, ta có x + Y = 5, xY = - 66. Giải nh câu a tìm đợc

$\begin{cases} x = 11 \\ Y = -6 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -6 \\ Y = 11 \end{cases}$ Hay $\begin{cases} x = 11 \\ y = 6 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -6 \\ y = -11 \end{cases}$

c) Tìm x + y = ± 7

Kết quả: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$

Bài 74: Tìm giá trị của tham số m để hai phơng trình bậc hai sau có ít nhất một nghiệm chung, tìm nghiệm chung đó : $x^2 + mx + 1 = 0$ và $x^2 + x + m = 0$

Giải:

Cách 1:

- Hai phơng trình có nghiệm chung khi và chỉ khi hệ $\begin{cases} x^2 + mx + 1 = 0 \\ x^2 + x + m = 0 \end{cases}$ có nghiệm
- Trừ vế với vế của hai phơng trình trong hệ ta có phơng trình: (m - 1)x = m - 1 (*)

+) Nếu m = 1. Thay trực tiếp vào hai phơng trình ta có:

$x^2 + x + 1 = 0$ và $x^2 + x + 1 = 0$. Hai phơng trình này đều vô nghiệm nên không có nghiệm chung

+) Nếu $m \ne 1$. Từ phơng trình (*) => x = 1, đây là nghiệm chung của hai phơng trình. Thay x = 1 vào một trong hai phơng trình ta đợc m = - 2 $\ne 1$

- Vậy m = - 2 thì hai phơng trình có nghiệm chung x = 1

Cách 2: Xét hai trờng hợp

- ✓ Nếu x = 0, ta thấy phơng trình thứ nhất <=> 1 = 0 (vô lí). Vậy x = 0 không là nghiệm của phơng trình thứ nhất => không là nghiệm chung của hai phơng trình.
- ✓ Nếu $x \ne 0$. Từ hai phơng trình rút ra $m = \frac{-x^2 - 1}{x}$, $m = -x^2 - x$

Ta có: $\frac{-x^2-1}{x}=-x^2-x$ <=> $x^2+1=x^3+x^2$ <=> $x^3=1$ <=> $x=1$, đây là nghiệm chung của hai phơng trình => m = - 2

Vậy m = - 2 thì hai phơng trình có nghiệm chung x = 1

Bài 75: Tìm giá trị của tham số k để hai phơng trình bậc hai sau có ít nhất một nghiệm chung, tìm nghiệm chung đó : $2x^2+(3k+1)x-9=0$ và $6x^2 + (7k - 1)x - 19 = 0$

Giải:

- Hai phơng trình có nghiệm chung khi và chỉ khi hệ

$$\begin{cases} 2x^2+(3k+1)x-9=0 & (1) \\ 6x^2 + (7k-1)x - 19 = 0 & (2) \end{cases}$$ có nghiệm

- Trừ vế với vế của hai phơng trình trong hệ ta có phơng trình: (k + 2)x = 4

+) Nếu k = - 2. Thay vào phơng trình (1), ta có: $2x^2-5x-9=0$

Giải phơng trình này ta đợc hai nghiệm là $x_1=\frac{5+\sqrt{97}}{4}, x_2=\frac{5-\sqrt{97}}{4}$

Thay k = - 2 vào phơng trình (2), ta có: $6x^2-15x-19=0$

Giải phơng trình này ta đợc hai nghiệm là $x_3=\frac{15+\sqrt{681}}{12}, x_4=\frac{15-\sqrt{681}}{12}$

=> k = - 2 thì hai phơng trình không có nghiệm chung

+) Nếu $k\neq-2$. Từ phơng trình (*) => x = $\frac{4}{k+2}$. Thay vào phơng trình (1), ta có:

$3k^2-8k+4=0$ => $k_1=2, k_2=\frac{2}{3}$ (thỏa mãn $k\neq-2$)

Với $k_1=2$, phơng trình (1) <=> $2x^2+7x-9=0$ có hai nghiệm

$$x_5=1, x_6=\frac{-9}{2}$$

và phơng trình (2) <=> $6x^2+13x-19=0$ có hai nghiệm

$$x_7=1, x_8=\frac{-19}{2}$$

=> $k_1=2$ thì hai phơng trình có nghiệm chung x = 1

Tơng tự với $k_2=\frac{2}{3}$, hai phơng trình có nghiệm chung x = $\frac{2}{3}$

- Kết luận:

k = 2 thì hai phơng trình có nghiệm chung x = 1

k = $\frac{2}{3}$ thì hai phơng trình có nghiệm chung x = $\frac{2}{3}$

Bài 76: Cho hai phơng trình sau: $x^2-(2m-3)x+6=0$ (1) và $2x^2 + x + m - 5 = 0$ (2)

Tìm m để hai phơng trình đã cho có đúng một nghiệm chung

Hớng dẫn:

- Hai phơng trình có nghiệm chung khi và chỉ khi hệ

$$\begin{cases} x^2-(2m-3)x+6=0 & (1) \\ 2x^2 + x + m - 5 = 0 & (2) \end{cases}$$ có nghiệm

- Rút m từ phơng trình (2) thay vào phơng trình (1), ta có

$$4x^3+3x^2-7x+6=0 <=> (x+2)(4x^2-5x+3)=0$$

Phơng trình $4x^2-5x+3=0$ vô nghiệm => Nghiệm chung là x = - 2, khi đó m = - 1

Bài 77 Tìm a để hai phơng trình sau có nghiệm chung

$$2x^2+(2-3a)x+4-a=0 \text{ và } 2x^2+3(1-a)x+5-2a=0$$

Hớng dẫn:

- Hai phơng trình có nghiệm chung khi và chỉ khi hệ

$$\begin{cases} 2x^2+(2-3a)x+4-a=0 \\ 2x^2+3(1-a)x+5-2a=0 \end{cases}$$ có nghiệm

- Trừ vế với vế của hai phơng trình, ta có: x = a — 1. Thay vào phơng trình thứ nhất, ta nhận đợc a = ± 2
- Thay a = 2 vào cả hai phơng trình, tìm nghiệm và kết luận về nghiệm chung là gì ?
- Thay a = - 2 vào cả hai phơng trình, tìm nghiệm và kết luận về nghiệm chung là gì ?
- Tóm lại: a = ± 2 thì hai phơng trình có nghiệm chung.

Bài 78 Tìm k để hai phơng trình sau có nghiệm chung. Tìm nghiệm chung đó

$$x^2-3x-k=0 \text{ và } x^2+kx+3=0$$

Hớng dẫn:

- Hai phơng trình có nghiệm chung khi và chỉ khi hệ $\begin{cases} x^2-3x-k=0 \\ x^2+kx+3=0 \end{cases}$ có nghiệm
- Trừ vế với vế của hai phơng trình, ta có: (k + 3)x = - (k + 3) (*)

+) Nếu k = - 3, thay vào hai phơng trình và nhận thấy hai phơng trình đều vô nghiệm nên không có nghiệm chung

+) Nếu k $\neq -3$ => x = - 1, đây là nghiệm chung của hai phơng trình

Thay vào một trong hai phơng trình thu đợc k = 4

Bài 79 : Chứng minh rằng hệ số của hai phơng trình bậc hai:

$x^2+a_1x+b_1=0,\quad x^2+a_2x+b_2=0$ liên lạc với nhau bởi hệ thức

$a_1a_2=2(b_1+b_2)$ thì có ít nhất một trong hai phơng trình trên có nghiệm

Giải:

Cách 1: Gọi Δ_1, Δ_2 lần lợt là biệt thức của hai phơng trình

Ta có: $\Delta_1+\Delta_2=a_1^2-4b_1+a_2^2-4b_2=a_1^2+a_2^2-4(b_1+b_2)=a_1^2+a_2^2-2a_1a_2$

$\Delta_1+\Delta_2=\left(a_1-a_2\right)^2\geq 0$ => $\Delta_1\geq 0$ hoặc $\Delta_2\geq 0$ hoặc $\Delta_1,\Delta_2\geq 0$

Vậy ít nhất một trong hai phơng trình trên có nghiệm

Cách 2: Giả sử cả hai phơng trình đều vô nghiệm. Khi đó $\Delta_1<0, \Delta_2<0$ hay:

$a_1^2<4b_1$ và $a_2^2<4b_2$ => $a_1^2+a_2^2<4(b_1+b_2)=2a_1a_2 <=> a_1^2-2a_1a_2+a_2^2<0$

$<=> \left(a_1-a_2\right)^2<0$ (vô lí), vì $\left(a_1-a_2\right)^2\geq 0$

=> Phải có ít nhất một trong hai biệt thức không âm. Vậy có ít nhất một trong hai phơng trình trên có nghiệm

Bài 80: Cho phơng trình $x^2-ax+a+1=0$

a) Giải phơng trình khi a = - 1

b) Xác định a biết phơng trình có một nghiệm là - $\frac{3}{2}$. Tìm nốt nghiệm kia

c) Chứng minh rằng với a + b ≥ 2 thì có ít nhất một trong hai phơng trình sau đây có nghiệm $x^2+2ax+b=0, \quad x^2+2bx+a=0$

Hớng dẫn:

a) x = 0 hoặc x = - 1

b) $a=\frac{-13}{10}; x_2=\frac{1}{5}$

c) Tính tổng:

$$\Delta_1'+\Delta_2'=(a^2-2a+1)+(b^2-2b+1)+(a+b-2)$$
$$\Delta_1'+\Delta_2'=(a-1)^2+(b-1)^2+(a+b-2)\geq 0$$

=> $\Delta_1'\geq 0$ hoặc $\Delta_2'\geq 0$ hoặc $\Delta_1',\Delta_2'\geq 0$

Vậy ít nhất một trong hai phơng trình trên có nghiệm

<u>Bài 81</u>: Tìm m để hai phơng trình tơng đơng

a) $(m+1)x-8=4x+m$ và $mx - 3x = 2$ với $m \neq 3$

b) $x^2+x+m=0$ và $x^2+mx+1=0$

Hớng dẫn:

a) $(m+1)x-8=4x+m$ và $mx - 3x = 2$ với $m \neq 3$

$(m+1)x-8=4x+m$ => x = $\frac{m+8}{m-3}(m\neq 3)$

$mx - 3x = 2$ => x = $\frac{2}{m-3}(m\neq 3)$

Hai phơng trình tơng đơng <=> $\frac{m+8}{m-3}=\frac{2}{m-3}$ => m = - 6

Vậy m = - 6 thì hai phơng trình tơng đơng

b) $x^2+x+m=0$ và $x^2+mx+1=0$

✓ <u>Trờng hợp 1</u>: Hai phơng trình có nghiệm chung

- Hai phơng trình có nghiệm chung khi và chỉ khi hệ $\begin{cases} x^2+mx+1=0 \\ x^2+x+m=0 \end{cases}$ có nghiệm

- Trừ vế với vế của hai phơng trình trong hệ ta có phơng trình: (m - 1)x = m - 1 (*)

+) Nếu m = 1. Thay trực tiếp vào hai phơng trình ta có:

$x^2+x+1=0$ và $x^2+x+1=0$. Hai phơng trình này đều vô nghiệm nên không có nghiệm chung

+) Nếu $m\neq 1$. Từ phơng trình (*) => x = 1, đây là nghiệm chung của hai phơng trình. Thay x = 1 vào một trong hai phơng trình ta đợc m = - 2 $\neq 1$

- Vậy m = - 2 thì hai phơng trình có nghiệm chung x = 1

- Với m = - 2, phơng trình thứ nhất là : $x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow x=1$. Tập nghiệm S = $\{1\}$

- Với m = - 2, phơng trình thứ hai là : $x^2+x-2=0 \Leftrightarrow x_1=1, x_2=-2$.

Tập nghiệm S' = $\{1;-2\}$

=> S $\neq S'$. Vậy m = - 2 thì hai phơng trình không tơng đơng

✓ <u>Trờng hợp 2</u>: Hai phơng trình cùng vô nghiệm <=> $\begin{cases} \Delta_1<0 \\ \Delta_2<0 \end{cases}$

<=> $\begin{cases} 1-4m<0 \\ m^2-4<0 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} m>\frac{1}{4} \\ -2<m<2 \end{cases}$ <=> $\frac{1}{4}<m<2$

Kết luận : $\frac{1}{4} < m < 2$ thì hai phơng trình tơng đơng

Bài 82: Tìm m và n để hai phơng trình sau tơng đơng

$$x^2 - (2m+n)x - 3m = 0 \text{ và } x^2 - (m + 3n)x - 6 = 0$$

Hớng dẫn:

- Nhận thấy phơng trình thứ hai có ac < 0 nên luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2
- Vậy để hai phơng trình tơng đơng thì nghiệm x_1 và x_2 của phơng trình thứ hai cũng là nghiệm của phơng trình thứ nhất
- Áp dụng vi - ét cho cả hai phơng trình, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + n = m + 3n \\ x_1x_2 = -3m = -6 \end{cases}$
- Kết quả: m = 2 và n = 1

Bài 83: Cho hai phơng trình $x^2 + bx + c = 0$ và $x^2 + cx + b = 0$. Biết rằng $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$

Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai phơng trình có nghiệm

Hớng dẫn: Tính $\Delta_1 + \Delta_2 = b^2 + c^2 - 4(b+c)$

Theo đề bài $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$ => b + c = $\frac{bc}{2}$. Từ đó => $\Delta_1 + \Delta_2 = (b-c)^2 \ge 0$ (đpcm)

Bài 84: Cho ba phơng trình sau:

$$x^2 + ax + b - 1 = 0 \quad (1); \qquad x^2 + bx + c - 1 = 0 \quad (2); \qquad x^2 + cx + a - 1 = 0 \quad (3)$$

Chứng minh rằng trong ba phơng trình có ít nhất một phơng trình có nghiệm

Hớng dẫn: Chứng minh $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 \ge 0$

Bài 85 Cho phơng trình: $x^2 - 2(m+1)x + n + 2 = 0$

Tìm m và n để phơng trình có hai nghiệm là $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$

Kết quả: m = $\frac{1}{2}$, n = 0

Bài 86: Lập phơng trình bậc hai có hai nghiệm là :

a) 1 và $\frac{1}{2}$ b) $1 - \sqrt{5}$ và $1 + \sqrt{5}$

Hớng dẫn:

a) Ta có: S = 1 + $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ và P = 1. $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Hai số 1 và $\frac{1}{2}$ là hai nghiệm của phơng trình:

$$x^2 - Sx + P = 0 <=> x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0 <=> 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

b) Tơng tự: $x^2 - 2x - 4 = 0$

Bài 87 Cho phơng trình $x^2 + 5x + 2 = 0$. Không giải phơng trình, hãy tính giá trị của biểu thức

a) $x_1^2 + x_2^2$ b) $x_1^3 + x_2^3$ c) $x_1^4 + x_2^4$

d) $x_1^2.x_2^3 + x_1^3.x_2^2$ e) $|x_1 - x_2|$

Hớng dẫn:

a) 21 b) - 9 5 c) 433 d) - 20 e) $\sqrt{17}$

Bài 88: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phơng trình: $2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3 = 0$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A = $\left|x_1x_2-2x_1-2x_2\right|$
Hớng dẫn:
ĐK: $-5\le m\le -1$
Tính đợc A = $\left|\dfrac{m^2+8m+7}{2}\right|=\left|\dfrac{(m+1)(m+7)}{2}\right|$
Với điều kiện trên thì $(m+1)(m+7)\le 0 \Rightarrow A=\dfrac{-m^2-8m-7}{2}=\dfrac{9-(m+4)^2}{2}\le\dfrac{9}{2}$
Vậy MaxA = $\dfrac{9}{2}$ <=> m = - 4

Bài 89 Cho phơng trình bậc hai $x^2-2mx+2m-1=0$

1. Chứng tỏ phơng trình luôn có hai nghiệm với mọi m
2. Đặt A = $2(x_1^2+x_2^2)-5x_1x_2$
   a) Chứng minh A = $8m^2-18m+9$
   b) Tìm m sao cho A = 27
3. Tìm m sao cho phơng trình có nghiệm này bằng hai nghiệm kia

Hớng dẫn:

1. $\Delta=(m-1)^2\ge 0,\forall m$
2. a) Theo vi — ét tính đợc A = $8m^2-18m+9$
   b) $m_1=3, m_2=\dfrac{-3}{4}$
3. Phơng trình có nghiệm này bằng hai nghiệm kia, giả sử $x_2=2x_1$
   => $m_1=\dfrac{3}{2}, m_2=\dfrac{3}{4}$

Bài 90 Cho phơng trình $x^2-(2m+1)x+m^2+m-6=0$
a) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm đều âm
b) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm thỏa mãn $\left|x_1^3-x_2^3\right|=50$
Hớng dẫn:
a) ĐK: $\begin{cases}\Delta'\ge 0\\ P>0\\ S<0\end{cases}$ => m < - 3
b) $\Delta=25>0$. Tính đợc $x_1=m+3, x_2=m-2$
$\left|x_1^3-x_2^3\right|=50$ <=> $\left|(m+3)^3-(m-2)^3\right|=50$
<=> $\left|3m^2+3m+7\right|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3m^2+3m+7=10\\ 3m^2+3m+7=-10\end{array}\right.$
Giải hai phơng trình trên ta đợc $m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$

Bài 91 Cho phơng trình $x^2-2(m+2)x+m+1=0$

a) Giải phơng trình khi m = $-\frac{3}{2}$

b) Tìm m để phơng trình có hai nghiệm trái dấu

c) Tìm m để phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức

$$x_1(1-2x_2)+x_2(1-2x_1)=m^2$$

Hớng dẫn:

a) $x_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}, x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

b) m < - 1

c) m = 0 hoặc m = - 2

Bài 92 Cho phơng trình $mx^2+2mx+m^2+3m-3=0 \quad (1)$

a) Xác định m để phơng trình vô nghiệm

b) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn hệ thức $|x_1-x_2|=1$

Hớng dẫn:

a) Xét hai trờng hợp m = 0 và m $\neq 0$.

Phơng trình vô nghiệm <=> m > 1 hoặc $-3<m\leq 0$

b) Để phơng trình có hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \end{cases}$ => m < - 3 hoặc 0 < m < 1 .

$|x_1-x_2|=1$ <=> $(x_1-x_2)^2=1$ => $m_1=\frac{-9+\sqrt{273}}{8}, m_2=\frac{-9-\sqrt{273}}{8}$ (thỏa mãn)

Bài 8: Cho phơng trình $x^2-3x+1=0$. Không giải phơng trình, hãy tính:

a) x_1+x_2 b) $x_1.x_2$; $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ c) $x_1{}^2+x_2{}^2$ d) $x_1-x_2 (x_1>x_2)$

e) $x_1{}^2-x_2{}^2$ f) $x_1\sqrt{x_1}+x_2\sqrt{x_2}$ g) $x_1\sqrt{x_2}+x_2\sqrt{x_1}$ h) $x_1{}^3-x_2{}^3$

i) $x_1{}^3+x_2{}^3$ k) $x_1{}^4+x_2{}^4$ m) $\frac{x_1{}^2}{x_2{}^2}+\frac{x_2{}^2}{x_1{}^2}$ n) $x_1{}^2x_2{}^3+x_1{}^3x_2{}^2$

o) $\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+x_1x_2(x_1+x_2)}{x_1{}^2(x_1{}^2-1)+x_2{}^2(x_2{}^2-1)}$ p) $x_1{}^4-x_2{}^4$ q) $\frac{6x_1{}^2+5x_1x_2+6x_2{}^2}{8x_1{}^3x_2+8x_1x_2{}^3}$

Kết quả:

a) 3 b) 1 và $\sqrt{5}$ c) 7 d) $\sqrt{5}$ e) $3\sqrt{5}$ f) $2\sqrt{5}$

g) $\sqrt{5}$ h) $8\sqrt{5}$ i) 18 k) 47 m) 47 n) 3

o) $\frac{1}{4}$ p) $21\sqrt{5}$ q)

Bài 93 a) Cho phơng trình $x^2-(m+3)x+2(m+2)=0 \quad (1)$. Tìm giá trị của m để (1) có nghiệm thỏa mãn $x_1=2x_2$

b) Lập phơng trình bậc hai có hai nghiệm là: $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ và $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Kết quả:

a) ĐK để phơng trình có hai nghiệm là : $m \le -2\sqrt{2}+1$ hoặc $m \ge 2\sqrt{2}+1$

Tìm đợc $m_1 = \dfrac{3-3\sqrt{5}}{2}, m_2 = \dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}$

b) Phơng trình : $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

<u>Bài 94</u> Cho phơng trình $(m-1)x^2 - 2mx + +m + 1 = 0$

a) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m $\neq 1$

b) Tìm m để phơng trình có tích hai nghiệm bằng 5, từ đó tính tổng hai nghiệm của phơng trình

c) Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

d) Tìm m để phơng trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\dfrac{x_1}{x_2} + \dfrac{x_2}{x_1} + \dfrac{5}{2} = 0$

Kết quả:

a) $\Delta' = 1 > 0$ => phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m $\neq 1$

b) m = $\dfrac{3}{2}, x_1 + x_2 = 6$

c) $x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = 0$

d) m = $\pm\dfrac{1}{3}$

<u>Bài 95</u> Tìm giá trị của m để phơng trình $x^2 - mx + m + 1 = 0$ có hai nghiệm thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) - 19 = 0$

Kết quả: m = 6

<u>Bài 4</u>: Xác định k để phơng trình $(k+1)x^2 - 2(k+2)x + k - 3 = 0$ có hai nghiệm thỏa mãn $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18$

Kết quả: k = 7

<u>Bài 96</u> Cho phơng trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$

a) Chứng minh phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

c) Xác định m sao cho phơng trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Kết quả:

b) $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 4$

c) Phơng trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau

ĐK: $\begin{cases} \Delta' > 0, \forall m \\ x_1x_2 < 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ <=> m = 1

(Lu ý HS: Phơng trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau không phải hai nghiệm là hai số đối nhau)

<u>Bài 97</u> Cho phơng trình bậc hai $mx^2 - 2(m+2)x + m = 0$

a) Xác định m để phơng trình có nghiệm

b) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm phân biệt đều âm

Kết quả:

a) Xét hai trờng hợp m = 0 và m $\neq 0$ => kết quả là: $m \ge -1$

b) - 1 < m < 0

<u>Bài 98</u> Cho phơng trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 4m + 5 = 0$

a) Xác định m để phơng trình có nghiệm

b) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm phân biệt đều dơng

Kết quả:

a) $m \ge \frac{2}{3}$ b) $m > \frac{2}{3}$

Bài 99 Cho phơng trình $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$. Không giải phơng trình, hãy tính giá trị của các biểu thức sau: a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ b) $x_1^2 + x_2^2$ c) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ d) $x_1^3 + x_2^3$

Kết quả: a) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ b) $3 + 2\sqrt{5}$ c) $\frac{3 + 2\sqrt{5}}{5}$ d) $-3\sqrt{3}(1 + \sqrt{5})$

Bài 100 Cho phơng trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$

a) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm phân biệt

b) Xác định m để phơng trình có một nghiệm bằng 2 và tính nghiệm kia

c) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{4}$

Kết quả: a) $-1 \ne m < 3$ b) m = - 6 và $x_2 = \frac{4}{5}$ c) m = - 6

Bài 10: Cho phơng trình $2x^2 - 6x + m = 0$

a) Tìm m để phơng trình có hai nghiệm dơng

b) Tìm m để phơng trình có hai nghiệm thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3$

Kết quả: a) $0 < m \le \frac{9}{2}$ b) $m = \frac{18}{5}$

Bài101 : Cho phơng trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0 \quad (1) \quad (m \ne -1)$

a) Chứng minh rằng phơng trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \ne -1$

b) Tìm m để $x_1x_2 > 0$ và $x_1 = 2x_2$

Hớng dẫn: b) Kết hợp vi — ét $x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1}$ với $x_1 = 2x_2$, tìm đợc x_1 và x_2 => m = ?

$x_1x_2 > 0$ => m < - 1 hoặc m > 3

Kết quả bài toán: m = 7 hoặc m = - 5

Bài 102 Cho phơng trình $x^2 + mx + n - 3 = 0$

1) Cho n = 0

a) Chứng tỏ phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Tìm m để phơng trình có một nghiệm là 1

2) Tìm m và n để hai nghiệm x_1, x_2 của phơng trình (1) thỏa mãn : $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 7 \end{cases}$

Kết quả: 1) a. Thay n = 0 vào phơng trình, ta có $x^2 + mx - 3 = 0$ => $\Delta > 0, \forall m$

b. m = 2

2) Từ điều kiện đề bài $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 7 \end{cases}$ => $x_1 = 4$ và $x_2 = 3$

Viết hệ thức vi — ét và suy ra m = - 7 ; n = 15

<u>Bài 103</u> Cho phơng trình $x^2 - (2m+3)x + m - 3 = 0$

a) Chứng tỏ phơng trình luôn có nghiệm

b) Tìm m để A = $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó

Kết quả:

a) Phơng trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) A = $(x_1 - x_2)^2 = (2m+2)^2 + 17 \geq 17$ => $|x_1 - x_2| \geq \sqrt{17}$

Vậy MinA = 17 <=> m = - 1