**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC**

**Vấn đề 1. GIẢI TAM GIÁC**

**Câu 1.** Tam giác  có . Số đo góc  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 2.** Tam giác  có  và . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 3.** Tam giác  có đoạn thẳng nối trung điểm của  và  bằng , cạnh  và . Tính độ dài cạnh cạnh .

**A.**  **B.**  **C.** **D.** 

**Câu 4.** Tam giác  có  và . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5.** Tam giác  có  và . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 6.** Cho hình thoi  cạnh bằng  và có . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 7.** Tam giác  có . Điểm  thuộc đoạn  sao cho . Tính độ dài cạnh .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 8.** Tam giác  có . Gọi  là chân đường phân giác trong góc . Khi đó góc  bằng bao nhiêu độ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 9.** Tam giác  vuông tại , đường cao . Hai cạnh  và  tỉ lệ với  và . Cạnh nhỏ nhất của tam giác này có độ dài bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 10.** Tam giác  vuông tại . Trên cạnh  lấy hai điểm  sao cho các góc  bằng nhau. Đặt . Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 11.** Cho góc . Gọi  và  là hai điểm di động lần lượt trên  và  sao cho . Độ dài lớn nhất của đoạn  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12.** Cho góc . Gọi  và  là hai điểm di động lần lượt trên  và  sao cho . Khi  có độ dài lớn nhất thì độ dài của đoạn  bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

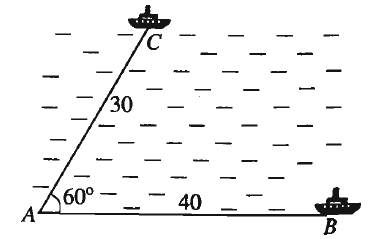
**Câu 13.** Tam giác  có . Các cạnh  liên hệ với nhau bởi đẳng thức . Khi đó góc  bằng bao nhiêu độ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 14.** Tam giác  vuông tại , có . Gọi  là độ dài đoạn phân giác trong góc . Tính  theo  và .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 15.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc . Tàu  chạy với tốc độ  hải lí một giờ. Tàu  chạy với tốc độ  hải lí một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí?

 Kết quả gần nhất với số nào sau đây?

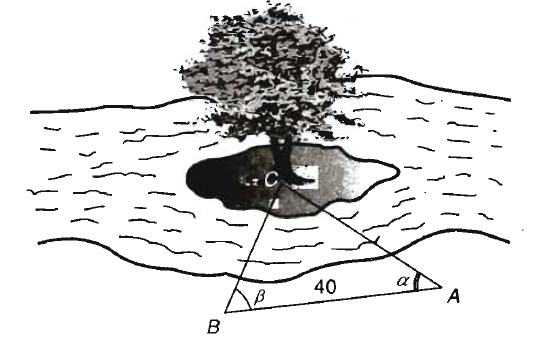
**A.**  hải lí.

**B.**  hải lí.

**C.**  hải lí.

**D.**  hải lí.

**Câu 16.** Để đo khoảng cách từ một điểm  trên bờ sông đến gốc cây  trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm  cùng ở trên bờ với  sao cho từ  và  có thể nhìn thấy điểm . Ta đo được khoảng cách ,  và .

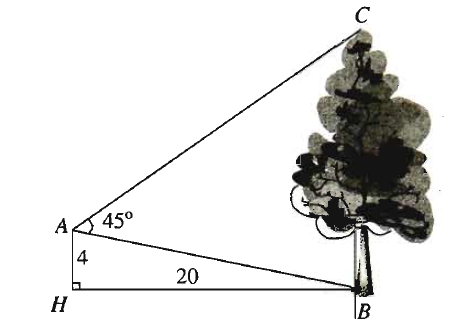
Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách  gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .



**Câu 17.** Từ vị trí  người ta quan sát một cây cao (hình vẽ).

Biết .

Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?

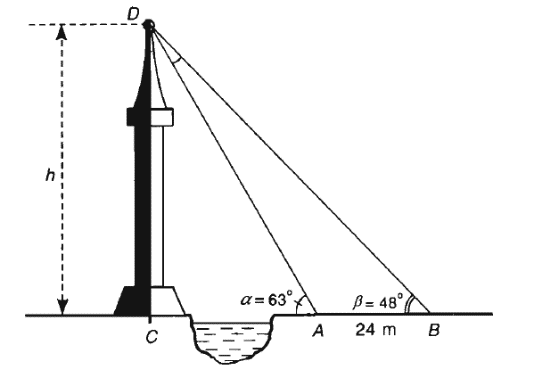
**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 18.** Giả sử  là chiều cao của tháp trong đó  là chân tháp. Chọn hai điểm  trên mặt đất sao cho ba điểm  và  thẳng hàng. Ta đo được , .

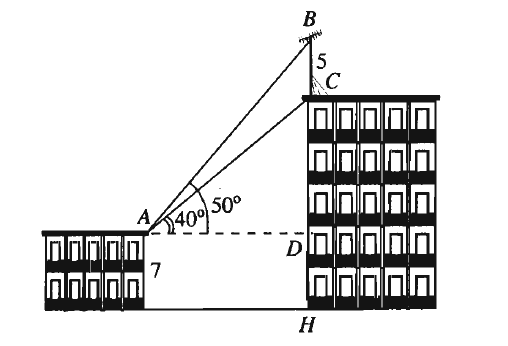
 Chiều cao  của tháp gần với giá trị nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 19.** Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao . Từ vị trí quan sát  cao  so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh  và chân  của cột ăng-ten dưới góc  và  so với phương nằm ngang.

Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 20.** **Xác** định **chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp.** Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng , giả sử chiều cao của giác kế là .

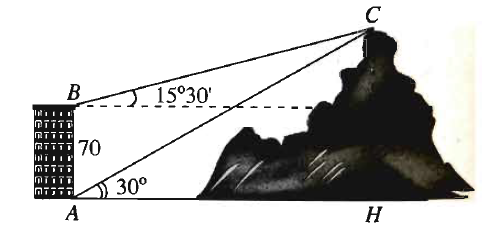
Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhình thấy đỉnh  của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc . Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào sau đây:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 21.** Từ hai vị trí  và  của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh  của ngọn núi. Biết rằng độ cao , phương nhìn  tạo với phương nằm ngang góc , phương nhìn  tạo với phương nằm ngang góc .

Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Vấn đề 2. ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN**

**Câu 22.** Tam giác  có  và . Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh  của tam giác bằng:

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 23.** Tam giác  vuông tại  và có . Tính độ dài đường trung tuyến  của tam giác đã cho.

**A. ** **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 24.** Tam giác  có cm, cm và cm. Tính độ dài đường trung tuyến  của tam giác đã cho.

**A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.

**Câu 25.** Tam giác  cân tại , có  và . Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Tính độ dài cạnh 

**A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.

**Câu 26.** Tam giác  có . Gọi  là trung điểm của . Biết  và . Tính độ dài cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 27\*.** Tam giác .. có trọng tâm . Hai trung tuyến ,  và . Tính độ dài cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 28\*\*.** Tam giác  có độ dài ba trung tuyến lần lượt là . Diện tích của tam giác  bằng:

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 29\*.** Cho tam giác  có . Nếu giữa  có liên hệ  thì độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh  của tam giác tính theo  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 30\*.** Cho hình bình hành  có  và . Trong các biểu thức sau, biểu thức nào đúng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 31\*\*.** Tam giác  có . Các cạnh  liên hệ với nhau bởi đẳng thức . Góc giữa hai trung tuyến  và  là góc nào?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 32\*\*.** Tam giác  có ba đường trung tuyến  thỏa mãn . Khi đó tam giác này là tam giác gì?

**A.** Tam giác cân. **B.** Tam giác đều.

**C.** Tam giác vuông. **D.** Tam giác vuông cân.

**Câu 33\*\*.** Tam giác  có . Gọi  là độ dài ba đường trung tuyến,  trọng tâm. Xét các khẳng định sau:

. . . .

Trong các khẳng định đã cho có

**A.**  đúng. **B.** Chỉ  đúng. **C.** Cả hai cùng sai. **D.** Cả hai cùng đúng.

**Vấn đề 3. BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP**

**Câu 34.** Tam giác  có  và . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 35.** Tam giác  có  và . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 36.** Tam giác  có . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 37.** Tam giác đều cạnh  nội tiếp trong đường tròn bán kính . Khi đó bán kính  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 38.** Tam giác  vuông tại  có đường cao  và . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 39.** Cho tam giác  có  và . Gọi  là trung điểm . Tính bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 40\*\*.** Tam giác nhọn  có ,  là đường cao kẻ từ  và . Bán kính đường tròn ngoại tiếp  của tam giác  được tính theo  và  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Vấn đề 4. DIỆN TÍCH TAM GIÁC**

**Câu 41.** Tam giác  có . Tính diện tích tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 42.** Tam giác  có . Tính diện tích tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 43.** Tam giác  có . Diện tích của tam giác  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 44.** Tam giác  có . Tính độ dài đường cao  của tam giác.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 45.** Tam giác  có . Tính độ dài đường cao  uất phát từ đỉnh  của tam giác.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 46.** Tam giác  có . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên cạnh . Tính .

**A.** . **B. **. **C.** . **D.** .

**Câu 47.** Tam giác  có cm, cm và có diện tích bằng . Giá trị  ằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 48.** Hình bình hành  có  và . Khi đó hình bình hành có diện tích bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 49\*.** Tam giác  vuông tại  có cm. Hai đường trung tuyến  và  cắt nhau tại . Diện tích tam giác  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 50\*.** Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính  cm có diện tích bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** .

**Câu 51\*.** Tam giác  có  và độ dài đường cao . Tính độ dài cạnh .

**A**. . **B**. .

**C**.  hoặc . **D**.  hoặc .

**Câu 52\*.** Tam giác  có  và có diện tích . Nếu tăng cạnh  lên  lần đồng thời tăng cạnh  lên  lần và giữ nguyên độ lớn của góc  thì khi đó diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 53\*.** Tam giác  có  và . Tam giác  có diện tích lớn nhất khi góc  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 54\*.** Tam giác  có hai đường trung tuyến  vuông góc với nhau và có , góc . Tính diện tích tam giác .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Vấn đề 5. BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP**

**Câu 55.** Tam giác  có  và . Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 56.** Tam giác  có . Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A. **.  **B. **.  **C. **.  **D. **.

**Câu 57.** Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 58.** Tam giác  vuông tại  có cm, cm. Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A.**  cm. **B.**  cm. **C.**  cm. **D.**  cm.

**Câu 59.** Tam giác  vuông cân tại , có . Tính bán kính  của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 60.** Tam giác  vuông cân tại  và nội tiếp trong đường tròn tâm  bán kính . Gọi  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác . Khi đó tỉ số  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI**

**Câu 1.** Theo định lí hàm cosin, ta có .

Do đó, . **Chọn C.**

**Câu 2.** Theo định lí hàm cosin, ta có

. **Chọn D.**

**Câu 3.**

Gọi  lần lượt là trung điểm của .

 là đường trung bình của .

. Mà , suy ra .

Theo định lí hàm cosin, ta có



**Chọn A.**

**Câu 4.** Theo định lí hàm cosin, ta có



. **Chọn B.**

**Câu 5.** Theo định lí hàm sin, ta có .

**Chọn A.**

**Câu 6.**

Do  là hình thoi, có .

Theo định lí hàm cosin, ta có



**Chọn A.**

**Câu 7.**

Theo định lí hàm cosin, ta có : .

Do .

Theo định lí hàm cosin, ta có



**Chọn C.**

**Câu 8.**

Theo định lí hàm cosin, ta có:





Trong  có .

**Chọn C.**

**Câu 9.** Do tam giác  vuông tại , có tỉ lệ 2 cạnh góc vuông  là  nên  là cạnh nhỏ nhất trong tam giác.

Ta có .

Trong  có  là đường cao

. **Chọn B.**

**Câu 10.**

Ta có .

Theo định lí hàm cosin, ta có





**. Chọn C.**

**Câu 11.** Theo định lí hàm sin, ta có:



Do đó, độ dài  lớn nhất khi và chỉ khi

.

Khi đó .

**Chọn D.**

**Câu 12.** Theo định lí hàm sin, ta có



Do đó, độ dài  lớn nhất khi và chỉ khi

.

Khi đó .

Tam giác  vuông tại .

**Chọn B**

**Câu 13.** Theo định lí hàm cosin, ta có .

Mà 

 (do )



Khi đó, . **Chọn C.**

**Câu 14.**

Ta có .

Do  là phân giác trong của 

.

Theo định lí hàm cosin, ta có



.

 hay . **Chọn A.**

**Câu 15.** Sau  giờ tàu  đi được  hải lí, tàu  đi được  hải lí. Vậy tam giác  có  và 

Áp dụng định lí côsin vào tam giác  ta có



Vậy  (hải lí).

Sau  giờ, hai tàu cách nhau khoảng  hải lí. **Chọn B.**

**Câu 16.** Áp dụng định lí sin vào tam giác  ta có 

Vì  nên  **Chọn C.**

**Câu 17.** Trong tam giác , ta có .

Suy ra .

Suy ra .

Áp dụng định lý sin trong tam giác , ta được

 **Chọn B.**

**Câu 18.** Áp dụng định lí sin vào tam giác  ta có 

Ta có  nên 

Do đó 

Trong tam giác vuông  có  **Chọn D.**

**Câu 19.** Từ hình vẽ, suy ra  và

.

Áp dụng định lí sin trong tam giác , ta có

.

Trong tam giác vuông , ta có 

Vậy  **Chọn B.**

**Câu 20.** Tam giác  vuông tại  có 

Vậy chiếu cao của ngọn tháp là  **Chọn C.**

**Câu 21.** Từ giả thiết, ta suy ra tam giác  có  và 

Khi đó 

Theo định lí sin, ta có  hay 

Do đó 

Gọi  là khoảng cách từ  đến mặt đất. Tam giác vuông  có cạnh  đối diện với góc  nên 

Vậy ngọn núi cao khoảng  **Chọn A.**

**Câu 22.**

Áp dụng công thức đường trung tuyến  ta được:



 **Chọn D.**

**Câu 23.**

 là trung điểm của 

Tam giác  vuông tại 

 **Chọn D.**

**Câu 24.**

Áp dụng hệ thức đường trung tuyến  ta được:



 **Chọn A.**

**Câu 25.**

Ta có:  là điểm đối xứng của  qua  là trung điểm của 

  là trung tuyến của tam giác 



Theo hệ thức trung tuyến ta có:

  **Chọn C.**

**Câu 26.**

Ta có:  là trung điểm của 

Trong tam giác  ta có: 







Ta có:  và  là hai góc kề bù.



Trong tam giác  ta có:



 **Chọn D.**

**Câu 27\*.**

Ta có:  và  là hai góc kề bù mà 

 là trọng tâm của tam giác 



Trong tam giác  ta có:





 là trung điểm của  **Chọn D.**

**Câu 28\*\*.** Ta có:  

Ta có: 

 **Chọn C.**

Diện tích tam giác 

**Câu 29\*.** Hệ thức trung tuyến xuất phát từ đỉnh  của tam giác: 

Mà:  **Chọn A.**

**Câu 30\*.** Gọi  là giao điểm của  và  Ta có: 

 là trung tuyến của tam giác 

 . **Chọn B.**

**Câu 31\*\*.** Gọi  là trọng tâm tam giác 

Ta có:  

Trong tam giác  ta có:



 **Chọn D.**

**Câu 32\*\*.** Ta có: 

Mà: 



 tam giác  vuông. **Chọn C.**

**Câu 33\*\*.** Ta có: 

. **Chọn D.**

**Câu 34.** Áp dụng định lí sin, ta có 

**Chọn B.**

**Câu 35.** Áp dụng định lí Cosin, ta có 



Suy ra tam giác  vuông tại  do đó bán kính  **Chọn A.**

**Câu 36.** Đặt  Áp dụng công thức Hê – rông, ta có



Vậy bán kính cần tìm là 

**Chọn C.**

**Câu 37.** Xét tam giác  đều cạnh  gọi  là trung điểm của 

Ta có  suy ra 

Vậy bán kính cần tính là 

**Chọn C.**

**Câu 38.** Tam giác  vuông tại  có đường cao 

Mặt khác  thế vào  ta được 

Suy ra 

Vậy bán kính cần tìm là 

**Câu 39.** Vì  là trung điểm của 

Tam giác  có  tam giác  đều.

Nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp là  **Chọn B.**

**Câu 40\*\*.** Xét tam giác  vuông tại  có 

Mà  và 

Tam giác  vuông tại  có 



Bán kính đường tròn ngoại tiếp cần tính là



**Câu 41.** Ta có . **Chọn B.**

**Câu 42.** Ta có .

Suy ra tam giác  cân tại  nên .

Diện tích tam giác  là  **Chọn C.**

**Câu 43.** Ta có .

Do đó . **Chọn D.**

**Câu 44.** Áp dụng định lý hàm số côsin, ta có

.

Ta có .

Lại có  **Chọn C.**

**Câu 45.** Gọi  là chân đường cao xuất phát từ đỉnh .

Tam giác vuông , có 

**Chọn A.**

**Câu 46.** Ta có .

Suy ra .

Lại có . **Chọn C.**

**Câu 47.** Ta có  **Chọn D.**

**Câu 48.** Diện tích tam giác  là 

Vậy diện tích hình bình hành  là  **Chọn C.**

**Câu 49\*.** Vì  là trung điểm của 

Đường thẳng  cắt  tại  suy ra  là trọng tâm tam giác 

Khi đó 

Vậy diện tích tam giác  là:

 **Chọn C.**

**Câu 50\*.** Xét tam giác  đều, có độ dài cạnh bằng 

Theo định lí sin, ta có 

Vậy diện tích cần tính là 

**Chọn C.**

**Câu 51\*.** Ta có .

Suy ra .

Lại có 

Từ đó ta có 

 **Chọn C.**

**Câu 52\*.** Diện tích tam giác  ban đầu là 

Khi tăng cạnh  lên  lần và cạnh  lên  lần thì diện tích tam giác  lúc này là  **Chọn D.**

**Câu 53\*.** Diện tích tam giác  là 

Vì  không đổi và  nên suy ra 

Dấu  xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tam giác  là  **Chọn B.**

**Câu 54\*.** Vì . (Áp dụng hệ quả đã có trước)

Trong tam giác , ta có 

Khi đó . **Chọn A.**

**Câu 55.** Áp dụng định lý hàm số côsin, ta có

.

Diện tích .

Lại có . **Chọn C.**

**Câu 56.** Ta có .

Suy ra .

Lại có  **Chọn C.**

**Câu 57.** Diện tích tam giác đều cạnh  bằng: .

Lại có . **Chọn C.**

**Câu 58.** Dùng Pitago tính được , suy ra .

Diện tích tam giác vuông .Lại có 

**Chọn C.**

**Câu 59.** Từ giả thiết, ta có  và .

Suy ra .

Diện tích tam giác vuông .

Lại có  **Chọn C.**

**Câu 60.** Giả sử . Suy ra .

Ta có .

Diện tích tam giác vuông .

Lại có  Vậy . **Chọn A.**