**Bài 4/1999 -** **Trò chơi bốc sỏi**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Trên mặt đất có một đống sỏi có 101 viên. Hai em học sinh Hoàng và Huy chơi trò chơi như sau: Mỗi em đến lượt đi phải bốc ra từ đống sỏi trên tối thiểu là 1 viên và tối đa là 4 viên. Người thua là người phải bốc viên sỏi cuối cùng. Giả sử Hoàng là người được bốc trước, Huy bốc sau. Các em thử nghĩ xem ai là người thắng cuộc, Hoàng hay Huy? Và người thắng cuộc phải suy nghĩ gì và thực hiện các bước đi của mình ra sao?

**Bài 8/1999 - Cân táo**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Mẹ đi chợ về mua cho Nga 27 quả táo giống hệt nhau về kích thước và khối lượng. Tuy nhiên người bán hàng nói rằng trong số các quả táo trên có đúng một quả có khối lượng nhẹ hơn. Em hãy dùng một chiếc cân bàn hai bên để tìm ra quả táo nhẹ đó. Yêu cầu số lần cân là nhỏ nhất.

Các em hãy giúp bạn Nga tìm ra quả táo nhẹ đó đi. Nếu các em tìm ra quả táo đó sau ít hơn 5 lần cân thì đã là tốt lắm rồi.

**Bài 9/1999 - Bốc diêm**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Trên bàn có 3 dãy que diêm, số lượng que diêm của các dãy này lần lượt là 3, 5 và 8. Hai bạn Nga và An chơi trò chơi sau: Mỗi bạn đến lượt mình được quyền (và phải) bốc một số que diêm bất kỳ từ một dãy trên. Người thắng là người bốc được que diêm cuối cùng.

Ai là người thắng cuộc trong trò chơi trên? Và bạn đó phải bốc diêm như thế nào? Các bạn hãy cùng suy nghĩ với Nga và An nhé.

**Bài 14/2000 - Tìm số trang sách của một quyển sách**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Để đánh số các trang sách của 1 quyển sách cần tất cả 1392 chữ số. Hỏi quyển sách có tất cả bao nhiêu trang?

**Bài 15/2000 - Hội nghị đội viên**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Trong một hội nghị liên chi đội có một số bạn nam và nữ. Biết rằng mỗi bạn trai đều quen với N các bạn gái và mỗi bạn gái đều quen với đúng N bạn trai. Hãy lập luận để chứng tỏ rằng trong hội nghị đó số các bạn trai và các bạn gái là như nhau.

**Bài 20/2000 - Bạn Lan ở căn hộ số mấy?**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Nhà Lan ở trong một ngôi nhà 8 tầng, mỗi tầng có 8 căn hộ. Một hôm, các bạn trong lớp hỏi Lan:

 "Nhà bạn ở căn hộ số mấy?".

 "Các bạn hãy thử hỏi một số câu, mình sẽ trả lời tất cả câu hỏi của các bạn, nhưng chỉ nói "đúng" hoặc "không" thôi. Qua các câu hỏi đó các bạn thử đoán xem mình ở căn hộ số bao nhiêu"- Lan trả lời.

Bạn Huy nói:

 "Mình sẽ hỏi, có phải bạn ở căn hộ số 1, số 2,..., số 63 không. Như vậy với nhiều nhất 63 câu hỏi mình sẽ biết được bạn căn hộ nào."

Bạn Nam nói:

 "Còn mình chỉ cần đến 14 câu, 7 câu đủ để biết bạn ở tầng mấy và 7 câu có thể biết chính xác bạn ở căn hộ số mấy ".

Còn em, em phải hỏi nhiều nhất mấy lần để biết được bạn Lan ở căn hộ số bao nhiêu?

**Bài 21/2000 - Những trang sách bị rơi**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Một cuốn sách bị rơi mất một mảng. Trang bị rơi thứ nhất có số 387, còn trang cuối cũng gồm 3 chữ số 3, 8, 7 nhưng được viết theo một thứ tự khác.

Hỏi có bao nhiêu trang sách bị rơi ra?

# Bài 24/2000 - Sắp xếp dãy số

# (*Dành cho học sinh Tiểu học*)

# Cho dãy số: 3, 1, 7, 9, 5

Cho phép 3 lần đổi chỗ, mỗi, lần được đổi chỗ hai số bất kỳ. Em hãy sắp xếp lại dãy số trên theo thứ tự tăng dần.

# Bài 28/2000 - Đổi tiền

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Giả sử bạn có nhiều tờ tiền loại 1, 2 và 3 ngàn đồng. Hỏi với các tờ tiền đó bạn có bao nhiêu cách đổi tờ 10 ngàn đồng? Hãy liệt kê các cách đổi.

# Bài 32/2000 - Bài toán 8 hậu

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Trên bàn cờ vua hãy sẵp xếp đúng 8 quân Hậu sao cho không còn con nào có thể ăn được con nào. Hãy tìm ra nhiều cách sắp nhất?

# Bài 36/2000 - Anh chàng hà tiện

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Một chàng hà tiện ra hiệu may quần áo. Người chủ hiệu biết tính khách nên nói với anh ta: “Tôi tính tiền công theo 2 cách: cách thứ nhất là lấy đúng 11700 đồng. Cách thứ hai là lấy theo tiền cúc: chiếc cúc thứ nhất tôi lấy 1 đồng, chiếc cúc thứ 2 tôi lấy 2 đồng gấp đôi chiếc thứ nhất, chiếc cúc thứ 3 tôi lấy 4 đống gấp đôi lần chiếc cúc thứ 2 và cứ tiếp tục như thế cho đến hết. áo của anh có 18 chiếc cúc. Nếu anh thấy cách thứ nhất là đắt thì anh có thể trả tôi theo cách thứ hai.”

Sau một hồi suy nghĩ chàng hà tiện quyết định chọn theo cách thứ hai. Hỏi anh ta phải trả bao nhiêu tiền và anh ta có bị “hố” hay không?

# Bài 42/2000 - Một chút về tư duy số học

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khi chia cho 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 cho phần dư tương ứng là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

**Bài 43/2000 - Kim giờ và phút gặp nhau bao nhiêu lần trong ngày**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Đồng hồ quả lắc có 2 kim: giờ và phút. Tính xem trong vòng 1 ngày đêm (từ 0h - 24h) có bao nhiêu lần 2 kim gặp nhau và đó là những lúc nào.

### Bài 49/2001 - Một chút nhanh trí

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Số tự nhiên A có tính chất là khi chia A và lập phương của A cho một số lẻ bất kỳ thì nhận được số dư như nhau. Tìm tất cả các số tự nhiên như vậy.

**Bài 54/2001 - Bạn hãy gạch số**

(*Dành cho học sinh Tiểu học và THCS*)

Chúng ta viết liên tiếp 10 số nguyên tố đầu tiên theo thứ tự tăng để tạo thành một số có nhiều chữ số. Trong số này hãy gạch đi một nửa số chữ số để số còn lại là:

a. Nhỏ nhất

b. Lớn nhất

# Trong từng trường hợp phải nêu cụ thể thuật giải (tại sao lại gạch như vậy)?

# Bài 57/2001 - Chọn số

# (*Dành cho học sinh Tiểu học và THCS* )

Cho 2000 số a1, a2,..., a2000 mỗi số là +1 hoặc -1. Hỏi có thể hay không từ 2000 số đó chọn ra các số nào đó để tổng các số được chọn ra bằng tổng các số còn lại? Giả sử cho 2001 số, liệu có thể có cách chọn không? Nêu cách giải tổng quát.

**Bài 60/2001 - Tìm số dư của phép chia**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Một số nguyên khi chia cho 1976 và 1977 đều dư 76. Hỏi số đó khi chia cho 39 dư bao nhiêu?

**Bài 63/2001 - Tìm số nhỏ nhất**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Hãy viết ra số nhỏ nhất bao gồm tất cả các chữ số 0, 1, 2, 3, ... 9 mà nó:

a. Chia hết cho 9

b. Chia hết cho 5

c. Chia hết cho 20

# Có giải thích cho từng trường hợp?

# Bài 66/2001 - Bảng số 9 x 9

# (*Dành cho học sinh Tiểu họcvà THCS*)

Hãy xếp các số 1, 2, 3, ..., 81 vào bảng 9 x 9 sao cho:

a) Trên mỗi hàng các số được xếp theo thứ tự tăng dần (từ trái qua phải).

b) Tổng các số ở cột 5 là lớn nhất.

# *Yêu cầu*:

# + Đối với các bạn học sinh khối Tiểu học chỉ cần viết ra bảng số thoả mãn tính chất trên.

**Bài 69/2001 - Bội của 36**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia hết cho 36 mà trong dạng viết thập phân của nó có chứa tất cả các chữ số từ 1 tới 9.

**Bài 77/2001 -** **Xoá số trên bảng**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Trên bảng đen cô giáo ghi lên 23 số tự nhiên: 1, 2, 3, ..., 23

Các bạn được phép xoá đi 2 số bất kỳ trên bảng và thay vào đó một số mới là hiệu của chúng.

1. Hỏi có thể thực hiện sau một số bước trên bảng còn lại toàn số 0 hay không? Nếu được hãy chỉ ra một cách làm cụ thể.

2. Bài toán còn đúng không nếu thay số 23 bằng 25.

**Bài 78/2001 -** **Cà rốt và những chú thỏ**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Các số ở mỗi ô trong hình thoi dưới đây biểu thị số lượng củ cà rốt. Chú thỏ đi từ góc dưới với 14 củ cà rốt và đi lên đỉnh trên với 13 củ cà rốt, chỉ được đi theo đường chéo, đi đến đâu ăn hết tổng số cà rốt trong ô đó. Hỏi rằng chú thỏ có thể ăn được nhiều nhất bao nhiêu củ cà rốt?



# Bài 86/2001 - Dãy số tự nhiên logic

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Đây là một chuỗi các số tự nhiên được sắp xếp theo một logic nào đó. Hãy tìm con số đầu tiên và cuối cùng của dãy số để thay thế cho dấu ?

**? 12 14 15 16 18 20 21 22 ?**

**Bài 90/2002 - Thay số trong bảng 9 ô**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Cho một bảng vuông gồm 9 ô. Đầu tiên các ô được điền bởi các chữ cái I, S, M. Bạn hãy thay những số thích hợp vào các ô sao cho tổng các số trong các ô điền cùng chữ cái ban đầu là bằng nhau và là một số chia hết cho 4.

*Chú ý*: các ô cùng chữ cái phải thay bởi những số như nhau.



**Phần II: LỜI GIẢI**

**Bài 1/1999 -** **Trò chơi cùng nhau qua cầu**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

*Đáp số*: 17 phút. Cách đi như sau:

*Lượt 1*: 2 + 1 sang, 1 quay về thời gian: 3 phút

*Lượt 2*: 10 + 5 sang, 2 quay về thời gian: 12 phút

*Lượt 3*: 2 + 1 sang thời gian: 2 phút

 Tổng thời gian: 17 phút

**Bài 4/1999 -** **Trò chơi bốc sỏi**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Huy sẽ là người thắng cuộc. Thật vậy số sỏi ban đầu là 101 là một số có dạng 5k+1, nghĩa là số nếu chia 5 sẽ còn dư 1. Hoàng phải bốc trước, do số sỏi của Hoàng phải lấy là từ 1 đến 4 do đó sau lượt đi đầu tiên, số sỏi còn lại sẽ lớn hơn 96. Huy sẽ bốc tiếp theo sao cho số sỏi còn lại phải là 96, nghĩa là số dạng 5k+1. Tương tự như vậy, Huy luôn luôn chủ động được để sau lần bốc của mình số sỏi còn lại là 5k+1. Lần cuối cùng số sỏi còn lại chỉ là 1 và Hoàng bắt buộc phải bốc viên cuối cùng và ... thua.

*Bài toán tổng quát*: có thể cho số viên bi là 5k+1 viên.

**Bài 8/1999 - Cân táo**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Số lần cân ít nhất là 3. Cách cân như sau:

*Lần 1*: Chia 27 quả táo thành 3 phần, mỗi phần 9 quả. Đặt 2 phần lên 2 đĩa cân. Nếu cân thăng bằng thì quả táo nhẹ nằm ở phần chưa cân, nếu cân lệch thì quả táo nhẹ nằm ở đĩa cân nhẹ hơn. Sau lần cân thứ nhất, ta chọn ra được 9 quả táo trong đó có quả táo nhẹ.

*Lần 2*: Chia 9 quả táo, chọn được ra thành 3 phần, mỗi phần 3 quả. Đặt 2 phần lên 2 đĩa cân. Nếu cân thăng bằng thì quả táo nhẹ nằm ở phần chưa cân, nếu cân lệch thì quả táo nhẹ nằm ở đĩa cân nhẹ hơn. Sau lần cân thứ 2, ta chọn ra được 3 quả táo trong đó có quả táo nhẹ.

*Lần 3*: Lấy 2 trong số 3 quả táo chọn đặt lên 2 đĩa cân. Nếu cân thăng bằng thì quả táo nhẹ là quả táo còn lại, nếu cân lệch thì quả táo nhẹ nằm ở đĩa cân nhẹ hơn. Sau ba lần cân ta chọn ra được quả táo nhẹ.

**Bài 9/1999 - Bốc diêm**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Nếu số lượng que diêm của mỗi dãy là: 3, 5, 8 thì hai bạn Nga và An bạn nào bốc trước sẽ thắng. Có nhiều cách để người bốc trước sẽ thắng. Giả sử:

- Dãy thứ nhất cso 8 que diêm.

- Dãy thứ hai có 5 que diêm.

- Dãy thứ hai có 3 que diêm.

Nếu Nga là người bốc trước để thắng, Nga sẽ làm như sau:

1. Bốc hết 8 que diêm ở dãy đầu tiên. Như vậy còn 2 dãy tổng cộng 8 que. An sẽ phải bốc một số que ở một trong hai dãy này.

2. Trong trường hợp sau khi An bốc số diêm chỉ còn ở trên một dãy, Nga sẽ bốc tất cả số diêm còn lại và sẽ thắng. Nếu sau khi An bốc mà số diêm vẫn còn ở trên hai dãy thì Nga cũng sẽ phải bốc sao cho đưa An vào thế bất lợi: mỗi dãy trong 2 dãy cuối cùng còn đúng một que diêm. Nếu chưa đưa An được vào thế bất lợi thì phải bốc sao cho mình không phải ở thế bất lợi. Chẳng hạn như:

- An bốc 3 que diêm ở dãy thứ 2. Nga sẽ bốc 1 que ở dãy cuối cùng.

- An bốc 1 que diêm tiếp theo cũng ở dãy đó. Nga cũng sẽ bốc 1 que ở dãy thứ 3.

- An bốc 1 que tiếp theo. Khi đó, Nga bốc que diêm cuối cùng và thắng cuộc.

Các bạn cũng có thể thử cho các trường hợp khác.

**Bài 14/2000 - Tìm số trang sách của một quyển sách**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Để tiện tính toán, ta sẽ đánh số lại quyển sách bằng các số 001, 002, 003,..., 009, 010, 011, 012, 013,..., 098, 099, 100, 101,... tức là mỗi số ghi bằng đúng 3 chữ số. Như vậy ta phải cần thêm 9x2=18 chữ số cho các số trước đây chỉ có 1 chữ số và 90 chữ số cho các số trước đây chỉ có 2 chữ số, tổng cộng ta phải dùng thêm 108 chữ số. Với cách đánh số mới này, ta phải cần tới 1392+108=1500 chữ số. Vì mỗi số có đúng 3 chữ số nên có tất cả 1500:3=500 số, bắt đầu từ 001. Vậy quyển sách có 500 trang.

**Bài 15/2000 - Hội nghị đội viên**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Để tiện tính toán, cứ mỗi một cặp bạn trai-bạn gái quen nhau ta sẽ nối lại bằng một sợi dây. Như vậy mỗi bạn sẽ bị "buộc" bởi đúng N sợi dây vì quen với N bạn khác giới. Gọi số bạn trai là T thì tính được số dây nối là TxN. Gọi số bạn gái là G thì tính được số dây nối là GxN. Nhưng vì 2 cách tính cho cùng kết quả là số dây nối nên TxN=GxN, suy ra T=G. Vậy trong hội nghị đó số các bạn trai và các bạn gái là như nhau.

**Bài 20/2000 - Bạn Lan ở căn hộ số mấy?**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Ta coi như các căn hộ được đánh số từ 1 đến 64 (vì ngôi nhà có 8 tầng, mỗi tầng có 8 căn hộ). Ta có thể hỏi như sau:

- Có phải số nhà bạn lớn hơn 32?

Sau khi Lan trả lời, dù "đúng" hay "không" ta cũng biết chính xác căn hộ của Lan ở trong số 32 căn hộ nào. Giả sử câu trả lời là "không" ta cũng biết chính xác căn hộ của Lan ở trong số 32 căn hộ nào. Giả sử câu trả lời là "không", ta hỏi tiếp:

-  Có phải số nhà bạn lớn hơn 16?

Sau câu hỏi này ta biết được 16 căn hộ trong đó có căn hộ Lan đang ở.

Tiếp tục hỏi như vậy đối với số đứng giữa trong các số còn lại. Sau mỗi câu trả lời khoảng cách giữa các số giảm đi một nửa. Cứ như vậy, chỉ cần 6 câu hỏi, ta sẽ biết được căn hộ Lan ở.

**Bài 21/2000 - Những trang sách bị rơi**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Nếu trang bị rơi đầu tiên đánh số 387 thì trang cuối cùng sẽ phải đánh số lớn hơn và phải là số chẵn. Do vậy trang cuối cùng phải là 738.

Như vậy, có 738 - 378 + 1= 352 trang sách (176 tờ ) bị   rơi.

# Bài 24/2000 - Sắp xếp dãy số

# (*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Có thể sắp xếp dãy số đã cho theo cách sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Lần thứ** | **Cách đổi chỗ** | **Kết quả** |
| 0 |  Dãy ban đầu |  3, 1, 7, 9, 5 |
| 1 |  Đổi chỗ 1 và 3 |  1, 3, 7, 9, 5 |
| 2 |  Đổi chỗ 5 và 7 |  1, 3, 5, 9, 7 |
| 3 |  Đổi chỗ 7 và 9 |  1, 3, 5, 7, 9 |

# Bài 28/2000 - Đổi tiền

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Có 10 cách đổi tờ 10 ngàn đồng bằng các đồng tiền 1, 2 và 5 ngàn đồng.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Số tờ 1 ngàn | Số tờ 2 ngàn | Số tờ 5 ngàn |
| 0 | 0 | 2 |
| 1 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 1 |
| 0 | 5 | 0 |
| 2 | 4 | 0 |
| 4 | 3 | 0 |
| 6 | 2 | 0 |
| 8 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 0 |

**Bài 42/2000 - Một chút về tư duy số học**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Giả sử A là số phải tìm, khi đó A phải có dạng:

A = 2k1 + 1 = 3k2 +2 = ... = 10k9 + 9 (k1, k2, ..., k9 - là các số tự nhiên).

Khi đó A + 1 = 2(k1 + 1) = 3(k2 +1 ) = ... = 10(k9+ 1).

Vậy A+1 phải là BSCNN (bội số chung nhỏ nhất) của (2, 3, ..., 10) = 2520.

Do đó số phải tìm là A = 2519.

**Bài 43/2000 - Kim giờ và kim phút gặp nhau bao nhiêu lần trong ngày**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Ta có các nhận xét sau:

+ Kim phút chạy nhanh gấp 12 lần kim giờ. Giả sử gọi v là vận tốc chạy của kim giờ, khi đó vận tốc của kim phút là 12v.

+ Mỗi giờ kim phút chạy một vòng và gặp kim giờ một lần. Như vậy trong 24 giờ, kim giờ và kim phút sẽ gặp nhau 24 lần. Tất nhiên những lần gặp nhau trong 12 giờ đầu cũng như các lần gặp nhau trong 12 giờ sau. Và các lần gặp nhau lúc 0 giờ, 12 giờ và 24 giờ là trùng nhau và gặp nhau vào chính xác các giờ đó.

Do đó, ở đây ta chỉ xét trong chu kì một vòng của kim giờ (tức là từ 0 giờ đến 12 giờ).

Giả sử kim giờ và kim phút gặp nhau lúc h giờ (h = 0, 1, 2, 3, ..., 10, 11) và s phút. Và giả sử xét quãng đường được đo theo đơn vị là phút. Do thời gian chạy là như nhau nên ta có:



60h = 11s s = .

Thay lần lượt h = 0, 1, 2, 3, ..., 10, 11 vào ta sẽ tính được s.

Ví dụ:

Với h = 0, s = 0 Kim giờ và kim phút gặp nhau đúng vào lúc 0 giờ.

h = 1, s =  =  Kim giờ và kim phút gặp nhau lúc 1 giờ phút.

h = 2, s =  Kim giờ và kim phút gặp nhau lúc 2 giờ phút.

 ....

h = 11, s = 60; 11 giờ 60 phút = 12 giờ  Kim giờ và kim phút gặp nhau đúng vào lúc 12 giờ.

**Bài 49/2001 - Một chút nhanh trí**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Theo giả thiết khi chia A và lập phương của A cho một số lẻ bất kỳ thì nhận được số dư như nhau, tức là: A3 (mod N) = A (mod N), ở đây N số lẻ bất kỳ, chọn N lẻ sao cho N > A3 thì ta phải có A3= A suy ra A=1.

Vậy chỉ có số 1 thoả mãn điều kiện của bài toán.

**Bài 54/2001 - Bạn hãy gạch số**

(*Dành cho học sinh Tiểu học và THCS*)

Chúng ta viết ra 10 số nguyên tố đầu tiên:

 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29

là số có 16 chữ số, có thể chứng minh không khó khăn lắm rằng sau khi gạch đi 8 chữ số thì số nhỏ nhất có thể được là: 11111229; còn số lớn nhất có thể được là: 77192329. Thật vậy:

# a. Gạch đi 8 chữ số, để số còn lại là một số có 8 chữ số là nhỏ nhất (giữ nguyên thứ tự ban đầu). Nhìn vào dãy số ở trên ta thấy số 1 là nhỏ nhất, có năm chữ số 1 và sau chữ số 1 thứ năm này lại còn nhiều hơn 3 chữ số khác nữa. Do đó, 5 chữ số đầu của số cần tìm chắc chắn phải là 5 chữ số 1. Lí luận tương tự, để tìm được 3 chữ số còn lại.

# b. Tương tự như thế: chữ số 9 là lớn nhất, nhưng sau chữ số 9 đầu tiên lại chỉ còn lại 4 chữ số (mà ta cần giữ lại số có 8 chữ số), nên ta không thể chọn số 9 là chữ số đứng đầu trong 8 chữ số cần tìm. Chữ số lớn thứ hai là 7, có hai chữ số 7, tất nhiên ta chọn chữ số 7 đầu tiên (vì sau chữ số 7 thứ 2 chỉ còn lại 6 chữ số). Lí luận tương tự, ta tìm được chữ số thứ hai trong 8 chữ số cần tìm cũng là chữ số 7, và 6 chữ số còn lại phải tìm tất nhiên là 6 chữ số sau chữ số 7 này.

# Bài 57/2001 - Chọn số

# (*Dành cho học sinh Tiểu học và THCS* )

Giả sử có m số 1, n số -1 (m, n nguyên dương) theo giả thiết:

a) m + n = 2000, suy ra m, n cùng tính chẵn lẻ.

+ Nếu m chẵn, do đó n cũng chẵn, ta chọn ra m/2 số 1 và n/2 số -1.

+ Nếu m lẻ, n lẻ:

 m = 2k +1 = k + (k + 1)

 n = 2q +1 = q + (q + 1)

Luôn có: k - q = (k+1) - (q+1), do đó ta sẽ chọn k số 1 và q số -1.

Vậy ta luôn có thể chọn ra các số thỏa mãn điều kiện của bài toán.

b) m + n = 2001 -> m và n không cùng tính chẵn lẻ.

+ Nếu m chẵn -> n phải là lẻ:

 m = 2k = i + j (giả sử chọn i số 1, giữ lại j số 1)

 n = 2q +1 = t + s (giả sử chọn t số -1, giữ lại s số -1)

Theo cách chọn này -> i, j phải cùng tính chẵn lẻ; t, s không cùng tính chẵn lẻ.

Giả sử i chẵn, j chẵn, t lẻ, s chẵn, do đó: i + t ≠ j + s, như vậy cách chọn này không thỏa mãn. Các trường hợp còn lại xét tương tự.

Do đó, với trường hợp này không thể có cách chọn nào thỏa mãn điều kiện của bài toán

**Bài 60/2001 - Tìm số dư của phép chia**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Vì 1976 và 1977 là 2 số nguyên liên tiếp nên nguyên tố cùng nhau, do đó số thoả mãn điều kiện của bài toán phải có dạng:

 n = 1976\*1977\*k +76 (k là số nguyên)

nhưng 1976\*1977 lại chia hết cho 39 nên phần dư của n khi chia cho 39 sẽ là 37 (= 76 - 39).

**Bài 63/2001 - Tìm số nhỏ nhất**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

a. Số đó chia hết cho 9 nên tổng các chữ số của nó phải chia hết cho 9. Ta thấy tổng 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 chia hết cho 9. Vậy số nhỏ nhất bao gồm tất cả các chữ số 0, 1, 2, ..., 9 mà chia hết cho 9 là: 1023456789.

b. Số này chia hết cho 5 nên tận cùng phải là 0 hoặc 5. Nếu tận cùng là 5 thì số nhỏ nhất sẽ là 1023467895 còn nếu số đó tận cùng là 0 thì số nhỏ nhất sẽ là123457890.

So sánh hai số trên, suy ra số nhỏ nhất phải tìm là: 1023467895

c. Một số chia hết cho 20, do đó phải chia hết cho 10. Suy ra số đó phải là số nhỏ nhất tận cùng là 0. Mặt khác, chữ số hàng chục của số đó phải là một số chẵn. Vì vậy ta tìm được số phải tìm là 1234567980.

# Bài 66/2001 - Bảng số 9 x 9

# (*Dành cho học sinh Tiểu họcvà THCS*)

Ta sẽ điền vào các ô ở cột thứ năm các số lớn nhất có thể được. Nếu số lớn nhất trong các cột còn lại (chưa điền vào bảng) là *a*, thì số lớn nhất có thể điền vào cột thứ năm là *a- 4* vì các số phải điền theo thứ tự tăng dần theo hàng mà sau cột thứ 5 còn có 4 cột nữa. Ta thực hiện điền các số giảm dần từ 81 vào nửa phải của bảng trước, sau đó dễ dàng điền vào nửa còn lại với nhiều cách khác nhau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | **77** | **78** | **79** | **80** | **81** |
| 5 | 6 | 7 | 8 | **72** | **73** | **74** | **75** | **76** |
| 9 | 10 | 11 | 12 | **67** | **68** | **69** | **70** | **71** |
| 13 | 14 | 15 | 16 | **62** | **63** | **64** | **65** | **66** |
| 17 | 18 | 19 | 20 | **57** | **58** | **59** | **60** | **61** |
| 21 | 22 | 23 | 24 | **52** | **53** | **54** | **55** | **56** |
| 25 | 26 | 27 | 28 | **47** | **48** | **49** | **50** | **51** |
| 29 | 30 | 31 | 32 | **42** | **43** | **44** | **45** | **46** |
| 33 | 34 | 35 | 36 | **37** | **38** | **39** | **40** | **41** |

 Program bai66;

 Uses ctr ;

 Var i,j : integer ;

 Begin

 Clsscr;

 for i:= 1 to do

 begin

 for j:= 1to 4 do write (4\*(i-1) + j :3);

 for j:= 0 to 4 do write (81-4\*i-(i-1)+j :3) ;

 Writeln;

 end ;

 Write (‘tong cac so o cot 5: ‘,(37+77)\*9div2);

 Readln

 End.

(*Lời giải của bạn Nguyễn Chí Thức - Lớp 11A1 - Khối PTCTT - ĐHSPHN - Thôn Đại Đồng - xã Thuỵ Phương - Từ Liêm -* ***Hà***

**Bài 69/2001 - Bội số của 36**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Một số đồng thời chia hết cho 4 và 9 thì sẽ chia hết cho 36 (vì 4 và 9 nguyên tố cùng nhau: (4, 9) = 1).

Ta thấy, tổng của tất cả các số từ 1 đến 9 = 1 + 2 + ... + 9 = 45 chia hết cho 9.

Một số chia hết cho 4 khi và chỉ khi hai chữ số cuối cùng của nó chia hết cho 4. Mà ta cần tìm số nhỏ nhất chia hết cho 36, do đó số đó phải là ***số nhỏ nhất*** có đầy đủ các chữ số từ 1 đến 9 và ***hai số cuối cùng*** của nó phải là một số chia hết cho 4. Vậy số phải tìm là: 123457896

**Bài 77/2001 -** **Xoá số trên bảng**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

1. Có thể thực hiện được.

Sau đây là một cách làm cụ thể: ta lần lượt xoá từng nhóm hai số một từ cuối lên: (23 - 22); (21 - 20); ....; (5 - 4); (3 - 2). Như vậy, sau 11 bước này trên bảng sẽ còn lại 12 số 1. Do đó, ta chỉ việc nhóm 12 số 1 này thành 6 nhóm có hiệu bằng 0. Khi đó, trên bảng sẽ chỉ còn lại toàn số 0.

2. Nếu thay 23 số bằng 25 số thì bài toán trên sẽ không thực hiện được.

*Giải thích*:

Ta có tổng các số từ 1 đến 25 = (1 + 25) x 25 : 2 sẽ là một số lẻ.

Giả sử, khi xoá đi hai số bất kỳ thì tổng các số trên bảng sẽ giảm đi là: (a + b) - (a - b) = 2b = một số chẵn.

Như vậy, sau một số bước xoá hai số bất kỳ thì tổng các số trên bảng vẫn còn lại là một số lẻ (số lẻ - số chẵn = số lẻ) và do đó trên bảng sẽ không phải là còn toàn số 0.

**Bài 78/2001 -** **Cà rốt và những chú thỏ**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Chú thỏ có thể ăn được nhiều nhất 120 củ cà rốt. Đường đi của chú thỏ như sau:

 **14->12->13->14->13->16->15->10->13**

Do đó, số củ cà rốt chú thỏ ăn được khi đi theo đường này là:

 14 + 12 + 13 + 14 + 13 + 16 + 15 + 10 + 13 = 120 (củ)

**Bài 86/2001 - Dãy số tự nhiên logic**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Số đầu và số cuối cần tìm của dãy số logic đã cho là: 10 và 24.

*Giải thích*: dãy số đó là dãy các số tự nhiên liên tiếp không nguyên tố.

**Bài 90/2002 - Thay số trong bảng 9 ô**

(*Dành cho học sinh Tiểu học*)

Do tổng các số trong các ô điền cùng chữ cái ban đầu là bằng nhau nên ta suy ra: 2M = 3I = 4S. Vì 4S chia hết cho 4, do đó 2M và 3I cũng chia hết cho 4.

Suy ra: I chia hết cho 4; M = 2S; 3I = 4S.

Đặt I = 4k (k = 1, 2,...), ta suy ra tương ứng: S = 3k, và M = 6k.

Ví dụ, với k = 1 ta có đáp số sau: I = 4, S = 3, M = 6;

Với k = 2, ta có: I = 8, S = 6, M = 12; ...