# GIẢI CHI TIẾT 40 CÂU HỎI MŨ – LOGARIT TRONG ĐỀ THI THPTQG 2017

Gv: Nguyễn Thanh Tùng Hocmai.vn

# ĐỀ BÀI

## MÃ ĐỀ 101

**Câu 1**. **(1)** Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2-3=0$. B. $t^2+t-3=0$. C. $4t-3=0$. D. $t^2+2t-3=0$.

**Câu 2**. **(6)** Cho $a$ là số thực dương khác $1$. Tính $I=\log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I=\dfrac{1}{2}$. B. $I=0$. C. $I=-2$. D. $I=2$.

**Câu 3**. **(15)** Với $a,b$ là các số thực dương tùy ý và $a$ khác $1$, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=9\log_a b$. B. $P=27\log_a b$. C. $P=15\log_a b$. D. $P=6\log_a b$.

**Câu 4**. **(16)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. B. $\mathscr{D}=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.

C. $\mathscr{D}=(-2;3)$. D. $\mathscr{D}=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

**Câu 5**. **(17)** Tìm tập nghiệm $S$ của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\ge 0$,

A. $S=(-\infty;-2]\cup[16;+\infty)$. B. $S=[2;16]$.

C. $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$. D. $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

**Câu 6**. **(24)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathscr{D}=(-\infty;1)$. B. $\mathscr{D}=(1;+\infty)$. C. $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. D. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Câu 7**. **(35)** Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi?. Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra. A. 13 năm. B. 14 năm. C. 12 năm. D. 11 năm.

**Câu 8**. **(39)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm $x_1,x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=81$.

A. $m=-4$. B. $m=4$. C. $m=81$. D. $m=44$.

**Câu 9**. **(42)** Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với $a, b$ là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

**A.** $P = \dfrac{7}{12}$. **B.** $P = \dfrac{1}{12}$. **C.** $P = 12$. **D.** $P = \dfrac{12}{7}$.

**Câu 10**. **(47)** Xét các số thực dương $x, y$ thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

**A.** $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$. **B.** $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$. **C.** $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$. **D.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

## MÃ ĐỀ 102

**Câu 11**. **(6)** Cho $a$ là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương $x, y$?

**A.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

**C.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a (x - y)$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

**Câu 12**. **(9)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

**A.** $x = -4$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 5$.

**Câu 13**. **(13)** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

**A.** $P = x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P = x^2$. **C.** $P = \sqrt{x}$. **D.** $P = x^{\frac{2}{9}}$.

**Câu 14**. **(28)** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

**A.** $y' = \dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y' = \dfrac{2}{2x+1}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2x+1}$.

**Câu 15**. **(29)** Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

**A.** $P = 31$. **B.** $P = 13$. **C.** $P = 30$. **D.** $P = 108$.

**Câu 16**. **(30)** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

**A.** $S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$. **B.** $S = \left\{2-\sqrt{5}; 2+\sqrt{5}\right\}$. **C.** $S = \left\{3\right\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

**Câu 17**. **(31)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m \in (-\infty; 1)$. **B.** $m \in (0; +\infty)$. **C.** $m \in (0; 1]$. **D.** $m \in (0; 1)$.

**Câu 18**.**(37)** Cho $x, y$ là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

**A.** $M = \dfrac{1}{4}$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = \dfrac{1}{2}$. **D.** $M = \dfrac{1}{3}$.

**Câu 19**. **(41)** Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm $15\%$ so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2023. B. Năm 2022. C. Năm 2021. D. Năm 2020.

**Câu 20**. **(46)** Xét các số thực dương $a, b$ thỏa mãn $\log_2 \dfrac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B. $P_{\min} = \dfrac{3\sqrt{10}-7}{2}$. C. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-1}{2}$. D. $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

## MÃ ĐỀ 103

**Câu 21**. **(4)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \dfrac{1}{2}$.

A. $x = -6$. B. $x = 6$. C. $x = 4$. D. $x = \dfrac{23}{2}$.

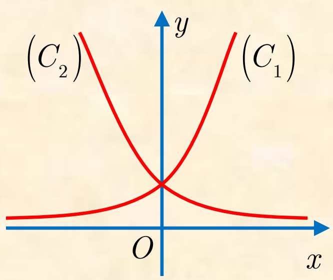
**Câu 22**. **(10)** Cho $a$ là số thực dương khác $2$. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\dfrac{a^2}{4}\right)$.

A. $I = \dfrac{1}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = -\dfrac{1}{2}$. D. $I = -2$.

**Câu 23**. **(11)** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

A. $S = \{4\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{1\}$.

**Câu 24**. **(22)** Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với $a, b$ là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là $(C_1)$ và $(C_2)$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




A. $0 < a < b < 1$. B. $0 < b < 1 < a$.
C. $0 < a < 1 < b$. D. $0 < b < a < 1$.

**Câu 25**. **(28)** Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \dfrac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3\left[\log_3(3a)\right] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \dfrac{5}{4}$. B. $I = 4$. C. $I = 0$. D. $I = \dfrac{3}{2}$.

**Câu 26**. **(29)** Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^2$. B. $Q = b^{\frac{5}{9}}$. C. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. D. $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

**Câu 27. (32)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ .

**A.** $m\ge 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m>2$.

**Câu 28. (42)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực .

**A.** $m<1$. **B.** $m<\frac{2}{3}$. **C.** $m<0$. **D.** $m\le 1$.

**Câu 29. (43)** Với mọi số thực dương $a$ và $b$ thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. **B.** $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.

**C.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$. **D.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

**Câu 30. (50)** Xét hàm số $f(t)=\frac{9^t}{9^t+m^2}$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị của $m$ sao cho $f(x)+f(y)=1$ với mọi số thực $x,y$ thỏa mãn $e^{x+y}\le e(x+y)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** vô số. **D.** $2$.

## MÃ ĐỀ 104

**Câu 31. (5)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

**A.** $x=21$. **B.** $x=3$. **C.** $x=11$. **D.** $x=13$.

**Câu 32. (8)** Cho $a$ là số thực dương khác $1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_2 a=\log_a 2$. **B.** $\log_2 a=\frac{1}{\log_2 a}$. **C.** $\log_2 a=\frac{1}{\log_a 2}$. **D.** $\log_2 a=-\log_a 2$.

**Câu 33. (11)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$.

**A.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathscr{D}=(0;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;2\right\}$.

**Câu 34. (19)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực.

**A.** $m\ge 1$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m\ne 0$.

**Câu 35. (26)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$.

**A.** $\mathscr{D}=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$. **B.** $\mathscr{D}=(1;3)$.

**C.** $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

**Câu 36. (29)** Với mọi $a,b,x$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $x=3a+5b$. **B.** $x=5a+3b$. **C.** $x=a^5+b^3$. **D.** $x=a^5b^3$.

Câu 37. **(31)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $9^x - 2.3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 6$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 38. **(40)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \ln\left(x^2 - 2x + m + 1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m = 0$. B. $0 < m < 3$. C. $m < -1$ hoặc $m > 0$. D. $m > 0$.

Câu 39. **(43)** Với các số thực dương $x, y$ tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)$. B. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$.

C. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right)$. D. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$.

Câu 40. **(46)** Xét các số nguyên dương $a, b$ sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_3, x_4$ thỏa mãn $x_1x_2 > x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 30$. B. $S_{\min} = 25$. C. $S_{\min} = 33$. D. $S_{\min} = 17$.

# LỜI GIẢI CHI TIẾT

## MÃ ĐỀ 101

Câu 1. **(1)** Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $2t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 + t - 3 = 0$. C. $4t - 3 = 0$. D. $t^2 + 2t - 3 = 0$.

*Giải*

Ta có $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0 \Leftrightarrow 4^x + 2.2^x - 3 = 0 \xrightarrow{t=2^x} t^2 + 2t - 3 = 0 \to$ **đáp án D**.

Câu 2. **(6)** Cho $a$ là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. D. $I = 2$.

*Giải*

*Cách 1*: Ta có $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2\log_a a = 2.1 = 2 \to$ **đáp án D**.

*Cách 2*: Chọn $a = 2 \Rightarrow I = \log_{\sqrt{2}} 2 \xrightarrow{Casio} = 2 \to$ **đáp án D**.

**Câu 3**. **(THPTQG – 2017 – 101 – 15)** Với $a,b$ là các số thực dương tùy ý và $a$ khác $1$, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $P=9\log_a b$. **B.** $P=27\log_a b$. **C.** $P=15\log_a b$. **D.** $P=6\log_a b$.

**Giải**

**Cách 1**: Ta có $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6=3\log_a b+\dfrac{6}{2}\log_a b=6\log_a b\to$ **đáp án D**.

**Cách 2**: Chọn $a=b=2\Rightarrow P=\log_2 2^3+\log_{2^2} 2^6\xrightarrow{Casio}=6\to$ **đáp án D**.

**Câu 4**. **(16)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

**A.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $\mathscr{D}=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.

**C.** $\mathscr{D}=(-2;3)$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

**Giải**

Điều kiện: $\dfrac{x-3}{x+2}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>3\end{array}\right.\Rightarrow\mathscr{D}=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)\to$ **đáp án D**.

**Câu 5**. **(17)** Tìm tập nghiệm $S$ của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\ge 0$,

**A.** $S=(-\infty;-2]\cup[16;+\infty)$. **B.** $S=[2;16]$.

**C.** $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

**Giải**

Đặt $t=\log_2 x$, khi đó phương trình có dạng:

$$t^2-5t+4\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le 1\\t\ge 2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x\le 1\\\log_2 x\ge 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x\le 2\\x\ge 16\end{array}\right.\Rightarrow S=(0;2]\cup[16;+\infty)\to\text{ đáp án C.}$$

**Chú ý**: *Vì bất phương trình ở dạng đơn giản nên ta có thể bỏ qua bước đặt ẩn phụ mà biến đổi được luôn:*

$$\log_2^2 x-5\log_2 x+4\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x\le 1\\\log_2 x\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x\le 2\\x\ge 16\end{array}\right.\Rightarrow S=(0;2]\cup[16;+\infty).$$

**Câu 6**. **(24)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$.

**A.** $\mathscr{D}=(-\infty;1)$. **B.** $\mathscr{D}=(1;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Giải**

Do $\dfrac{1}{3}\notin\mathbb{Z}$, suy ra điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1\Rightarrow\mathscr{D}=(1;+\infty)\to$ **đáp án B**.

**Câu 7. (35)** Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi?. Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

**A.** 13 năm. **B.** 14 năm. **C.** 12 năm. **D.** 11 năm.

**Giải**

*Thông số đầu vào*: $T = 50$ triệu đồng, $r = 6\%$/năm, $T_n > 100$ triệu đồng.

*Thông số đầu ra*: $n = ?$

Áp dụng Mô Hình 1 (có thể xem lại bài giảng), ta có:

$$T_n = T(1+r)^n \Rightarrow (1+r)^n = \frac{T_n}{T} \Rightarrow n = \log_{1+r}\frac{T_n}{T} > \log_{1+6\%}\frac{100}{50} \approx 11,9 \Rightarrow n = 12 \text{ năm} \rightarrow \textbf{đáp án C}.$$

**Câu 8. (39)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1x_2 = 81$.

**A.** $m = -4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 81$. **D.** $m = 44$.

**Giải**

Đặt $t = \log_3 x$, khi đó phương trình có dạng: $t^2 - mt + 2m - 7 = 0$ $(*)$.

Ta có $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3(x_1x_2) = \log_3 81 = 4$ $(1)$

Mà theo Vi – ét phương trình $(*)$ có: $t_1 + t_2 = m$ $(2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$, suy ra: $m = 4 \rightarrow$ **đáp án B**.

**Chú ý**:

*Với những dạng toán như này, nếu tìm từ 2 giá trị $m$ trở lên ta cần kiểm tra thêm điều kiện có 2 nghiệm của $(*)$ (ở câu hỏi này do tìm được 1 giá trị của $m$, trong khi đáp án cũng chỉ có 1 nên ta không cần kiểm tra điều này – mặc dù thực tế phương trình $(*)$ trong câu hỏi này luôn có 2 nghiệm).*

**Câu 9. (42)** Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với $a, b$ là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

**A.** $P = \frac{7}{12}$. **B.** $P = \frac{1}{12}$. **C.** $P = 12$. **D.** $P = \frac{12}{7}$.

**Giải**

Ta có $\begin{cases}\log_a x = 3\\ \log_b x = 4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a^3 \\ x = b^4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x^{\frac{1}{3}} \\ b = x^{\frac{1}{4}}\end{cases} \Rightarrow ab = x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}} \Rightarrow P = \log_{x^{\frac{7}{12}}} x = \frac{12}{7} \rightarrow$ **đáp án D**.

**Câu 10**. **(47)** Xét các số thực dương $x,y$ thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

**A.** $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$. **B.** $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$. **C.** $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$. **D.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

***Giải***

**Phân tích hướng tư duy** (*xem trong bài giảng*)

Điều kiện: $0 < xy < 1$ .

Biến đổi: $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4 \Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3xy + x + 2y - 4$

$\Leftrightarrow \log_3\left[3(1-xy)\right] + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + x + 2y$

$\Leftrightarrow f\left(3(1-xy)\right) = f(x+2y)$ (*) (với $f(t) = \log_3 t + t$ ).

Xét $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$.

Ta có: $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow 3(1-xy) = x + 2y \Rightarrow y = \dfrac{3-x}{3x+2} > 0 \Rightarrow x < 3$.

Suy ra: $P = x + y = x + \dfrac{3-x}{3x+2} = g(x)$ với $0 < x < 3$.

Ta có: $g'(x) = 1 - \dfrac{11}{(3x+2)^2}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x+2)^2 = 11 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{11}}{3} \xrightarrow{0<x<3} x = \dfrac{-2+\sqrt{11}}{3}$.

Lập bảng biến thiên, suy ra: $P_{\min} = g\left(\dfrac{-2+\sqrt{11}}{3}\right) = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3} \longrightarrow$ **đáp án D**.

# MÃ ĐỀ 102

**Câu 11**. **(6)** Cho $a$ là số thực dương khác $1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương $x,y$?

**A.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

**C.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a (x-y)$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

***Giải***

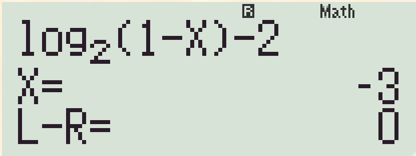
Ta có công thức $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \longrightarrow$ **đáp án A**.

**Câu 12**. **(9)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.

**A.** $x=-4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

***Giải***

*Cách 1*: Ta có $\log_2(1-x)=2 \Leftrightarrow 1-x=2^2 \Leftrightarrow x=-3 \to$ **đáp án B**.




*Cách 2*: Dùng Casio với chức năng **SHIFT SOLVE** (có thể chọn $X=0$). Ta được: $x=-3 \to$ **đáp án B**.

*Cách 3*: Dùng Casio với chức năng **CALC** để thử từng đáp án. Ta được: $x=-3 \to$ **đáp án B**.

**Câu 13**. **(13)** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

**A.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P=x^2$. **C.** $P=\sqrt{x}$. **D.** $P=x^{\frac{2}{9}}$.

***Giải***

Ta có: $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x} \to$ **đáp án C**.

**Câu 14**. **(28)** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

**A.** $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$.

***Giải***

Áp dụng công thức $\left(\log_a u\right)=\dfrac{u'}{u\ln a}$, suy ra: $y'=\left(\log_2(2x+1)\right)'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2} \to$ **đáp án B**.

**Câu 15**. **(29)** Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a(b^2c^3)$.

**A.** $P=31$. **B.** $P=13$. **C.** $P=30$. **D.** $P=108$.

***Giải***

*Cách 1*: Ta có $\begin{cases}\log_a b=2\\ \log_a c=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=a^2\\ c=a^3\end{cases} \Rightarrow b^2c^3=a^4.a^9=a^{13} \Rightarrow P=\log_a a^{13}=13 \to$ **đáp án B**.

*Cách 2*: Chọn $a=2 \Rightarrow \begin{cases}\log_2 b=2\\ \log_2 c=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2^2=4\\ c=2^3=8\end{cases} \Rightarrow P=\log_2\left(4^2.8^3\right)=13 \to$ **đáp án B**.

**Câu 16**. **(30)** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$.

**A.** $S=\left\{2+\sqrt{5}\right\}$. **B.** $S=\left\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\right\}$. **C.** $S=\left\{3\right\}$. **D.** $S=\left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

**_Giải_**

Điều kiện: $x > 1$, khi đó phương trình tương đương:

$$\log_{2^{\frac{1}{2}}}(x-1) + \log_{2^{-1}}(x+1) = 1 \Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2\left[2(x+1)\right] \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2(x+1) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{5}.$$

Đối chiếu điều kiện ta được: $x = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow S = \left\{2 + \sqrt{5}\right\} \rightarrow$ **đáp án A**.

**_Câu 17_. (31)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m \in (-\infty;1)$. **B.** $m \in (0;+\infty)$. **C.** $m \in (0;1]$. **D.** $m \in (0;1)$.

**_Giải_**

Đặt $t = 2^x$ $(t > 0)$, khi đó phương trình có dạng: $t^2 - 2t + m = 0$ $(*)$

**_Cách 1_**: Do $t = 2^x$ nên ứng với 1 giá trị $t > 0$ cho ta 1 nghiệm $x$. Do đó để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x$ thì $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1 \Rightarrow m \in (0;1) \rightarrow \textbf{đáp án D}.$$

**_Cách 2_**: $(*) \Leftrightarrow m = -t^2 + 2t$ $(2*)$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = -2t + 2$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

| $t$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $0$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-\infty$ |

$y = m$

Số nghiệm của $(2*)$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 + 2t$ và đường thẳng $y = m$ (có phương song song hoặc trùng với $Ox$).

Do đó để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì $(2*)$ cần có 2 nghiệm phân biệt dương.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra: $0 < m < 1 \Rightarrow m \in (0;1) \rightarrow$ **đáp án D**.

**_Câu 18_.(37)** Cho $x, y$ là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

**A.** $M = \dfrac{1}{4}$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = \dfrac{1}{2}$. **D.** $M = \dfrac{1}{3}$.

**_Giải_**

Ta có: $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x+3y)^2 = 12xy \xleftrightarrow{x,y>1} \log_{12}(x+3y)^2 = \log_{12}(12xy)$

$$\Leftrightarrow 2\log_{12}(x+3y) = 1 + \log_{12} x + \log_{12} y \Rightarrow M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{1 + \log_{12} x + \log_{12} y} = 1 \rightarrow \textbf{đáp án B}.$$

**Câu 19**. **(41)** Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm $15\%$ so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A. Năm 2023. B. Năm 2022. C. Năm 2021. D. Năm 2020.

**Giải**

*Thông số đầu vào*: $T = 1$ tỷ đồng, $r = 15\%$/năm, $T_n > 2$ tỷ đồng. *Thông số đầu ra*: $n + 2016 = ?$

Áp dụng Mô Hình 1 (có thể xem lại bài giảng), ta có:

$$T_n = T(1+r)^n \Rightarrow (1+r)^n = \frac{T_n}{T} \Rightarrow n = \log_{1+r}\frac{T_n}{T} > \log_{1+15\%}\frac{2}{1} \approx 4,96 \Rightarrow n = 5 \text{ năm.}$$

Vậy tới năm: $2016 + 5 = 2021$ là kết quả của bài toán $\rightarrow$ **đáp án C**.

**Câu 20**. **(46)** Xét các số thực dương $a, b$ thỏa mãn $\log_2\frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

**Giải**

**Phân tích hướng tư duy** (*xem ví dụ tương tự trong bài giảng*)

Điều kiện: $0 < ab < 1$.

Biến đổi: $\log_2\frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2(1-ab) - \log_2(a+b) = 2ab + a + b - 3$

$$\Leftrightarrow \log_2\left[2(1-ab)\right] + 2(1-ab) = \log_2(a+b) + a + b$$

$$\Leftrightarrow f\left(2(1-ab)\right) = f(a+b) \quad (*) \quad (\text{với } f(t) = \log_2 t + t)$$

Xét $f(t) = \log_2 t + t$ với $t > 0$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t\ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow 2(1-ab) = a + b \Rightarrow b = \frac{2-a}{2a+1} > 0 \Rightarrow a < 2$.

Suy ra: $P = a + 2b = a + \frac{2(2-a)}{2a+1} = g(a)$ với $0 < a < 2$.

Ta có: $g'(a) = 1 - \frac{10}{(2a+1)^2}$; $g'(a) = 0 \Leftrightarrow (2a+1)^2 = 10 \Leftrightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{2} \xrightarrow{0<a<2} a = \frac{-1+\sqrt{10}}{2}$.

Lập bảng biến thiên, suy ra: $P_{\min} = g\left(\frac{-1+\sqrt{10}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{10}-3}{2} \rightarrow$ **đáp án A**.

# MÃ ĐỀ 103

**Câu 21**. **( 4)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

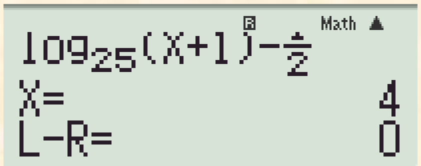
**A.** $x = -6$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \frac{23}{2}$.

***Giải***

*Cách 1*: Ta có $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 = 25^{\frac{1}{2}} = 5 \Leftrightarrow x = 4 \rightarrow$ **đáp án C**.

*Cách 2*: Dùng Casio với chức năng **SHIFT SOLVE**

(có thể chọn $X = 0$). Ta được: $x = -3 \rightarrow$ **đáp án C**.




*Cách 3*: Dùng Casio với chức năng **CALC** để thử từng đáp án.

Ta được: $x = -3 \rightarrow$ **đáp án C**.

**Câu 22**. **(10)** Cho $a$ là số thực dương khác $2$. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

**A.** $I = \frac{1}{2}$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = -\frac{1}{2}$. **D.** $I = -2$.

***Giải***

*Cách 1*: Ta có $I = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right) = \log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 2\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right) = 2 \rightarrow$ **đáp án B**.

*Cách 2*: Chọn $a = 4 \Rightarrow I = \log_2 4 = 2 \rightarrow$ **đáp án B**.

**Câu 23**. **(11)** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

**A.** $S = \{4\}$. **B.** $S = \{3\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \{1\}$.

***Giải***

*Cách 1*: Điều kiện: $x > 1$, khi đó phương trình tương đương:

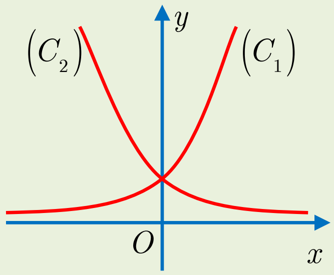
$$\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_3\frac{2x+1}{x-1} = \log_3 3 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 4 \rightarrow \textbf{đáp án A}.$$

*Cách 2*: Dùng Casio với chức năng **SHIFT SOLVE**

(có thể chọn $X = 0$). Ta được: $x = 4 \rightarrow$ **đáp án A**.

*Cách 3*: Dùng Casio với chức năng **CALC** để thử từng đáp án. Ta được: $x = 4 \rightarrow$ **đáp án A**.

**Câu 24**. **(22)** Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với $a, b$ là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là $(C_1)$ và $(C_2)$ như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $0 < a < b < 1$. **B.** $0 < b < 1 < a$.
**C.** $0 < a < 1 < b$. **D.** $0 < b < a < 1$.

**Giải**

Do $y = a^x$ có đồ thị $(C_1)$ đang có hướng đi lên khi $x$ tăng (đồng biến trên $\mathbb{R}$) nên $a > 1$.

và $y = a^x$ có đồ thị $(C_2)$ đang có hướng đi xuống khi $x$ tăng (nghịch biến trên $\mathbb{R}$) nên $0 < b < 1$.

Suy ra $0 < b < 1 < a \rightarrow$ **đáp án B**.

**Câu 25**. **(28)** Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3\left[\log_3(3a)\right] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

**A.** $I = \frac{5}{4}$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = \frac{3}{2}$.

**Giải**

*Cách 1*: Biến đổi $I = 2\log_3\left(1 + \log_3 a\right) - \log_2 b = 2\log_3(1+2) - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow$ **đáp án D**.

*Cách 2*: Ta có $\begin{cases} \log_3 a = 2 \\ \log_2 b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3^2 = 9 \\ b = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow I = 2\log_3\left[\log_3(3.9)\right] + \log_{\frac{1}{4}}\left(\sqrt{2}\right)^2 \overset{Casio}{=} \frac{3}{2} \rightarrow$ **đáp án D**.

**Câu 26**. **(29)** Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

**A.** $Q = b^2$. **B.** $Q = b^{\frac{5}{9}}$. **C.** $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

**Giải**

Ta có: $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = Q = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}} \rightarrow$ **đáp án D**.

**Câu 27**. **(32)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \log\left(x^2 - 2x - m + 1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. **A.** $m \geq 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m > 2$.

**Giải**

Yêu cầu bài toán tương đương: $x^2 - 2x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1 - (-m+1) < 0 \Leftrightarrow m < 0$ $\rightarrow$ **đáp án B**.

**Câu 28**. **(42)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực .

**A.** $m < 1$. **B.** $m < \frac{2}{3}$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \le 1$.

**Giải**

Đặt $t = \log_2 x \xrightarrow{x>0} t \in \mathbb{R}$, khi đó bất phương trình có dạng:

$$t^2 - 2t + 3m - 2 < 0 \Leftrightarrow 3m < -t^2 + 2t + 2 = f(t) \quad (*)$$

Ta có $f(t) = -t^2 + 2t + 2 = -(t-1)^2 + 3 \le 3 \Rightarrow \max\limits_{t\in\mathbb{R}} f(t) = 3$.

Để $(*)$ có nghiệm thì $3m < \max\limits_{t\in\mathbb{R}} f(t) = 3 \Leftrightarrow m < 1 \rightarrow$ **đáp án A**.

**Câu 29**. **(43)** Với mọi số thực dương $a$ và $b$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. **B.** $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

**C.** $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$. **D.** $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

**Giải**

Ta có: $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab)$

$$\Leftrightarrow 2\log(a+b) = 1 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log(a+b) = \frac{1}{2}\left(1 + \log a + \log b\right)$$ $\rightarrow$ **đáp án C**.

**Câu 30**. **(50)** Xét hàm số $f(t) = \dfrac{9^t}{9^t + m^2}$ với $m$ là tham số thực. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị của $m$ sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực $x, y$ thỏa mãn $e^{x+y} \le e(x+y)$. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** vô số. **D.** $2$.

**Giải**

**Phân tích hướng tư duy** (*xem ví dụ trong bài giảng*)

Do $e^{x+y} > 0, \forall x, y \in \mathbb{R}$ nên từ $e^{x+y} \le e(x+y) \Rightarrow x + y > 0$.

Đặt $t = x + y$ với $t > 0$, khi đó bất phương trình có dạng:

$$e^t \le et \Leftrightarrow g(t) = e^t - et \le 0 \quad (1)$$

Xét $g(t) = e^t - et$ với $t > 0$ .

Ta có: $f'(t) = e^t - e$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow e^t = e \Leftrightarrow t = 1$.

| $t$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(t)$ | $1$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra: $g(t) \ge 0 \quad (2)$

Từ $(1)$ và $(2)$, suy ra: $g(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow x + y = 1 \quad (*)$

Ta có $1 = f(x) + f(y) = \dfrac{9^x}{9^x + m^2} + \dfrac{9^y}{9^y + m^2} = \dfrac{9^x\left(9^y + m^2\right) + 9^y\left(9^x + m^2\right)}{\left(9^x + m^2\right)\left(9^y + m^2\right)} = \dfrac{2.9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y)}{9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y) + m^4}$

$2.9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y) = 9^{x+y} + m^2(9^x + 9^y) + m^4 \Leftrightarrow m^4 = 9^{x+y} \overset{(*)}{=} 9 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$

$\Rightarrow S = \left\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right\}$: có 2 phần tử $\longrightarrow$ **đáp án D**.

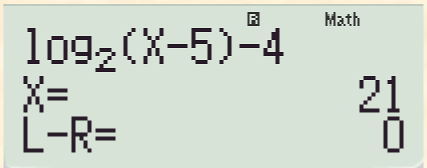
## MÃ ĐỀ 104

***Câu 31***. **(5)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

A. $x = 21$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. D. $x = 13$.

***Giải***

***Cách 1***: Ta có $\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x - 5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21 \longrightarrow$ **đáp án A**.




***Cách 2***: Dùng Casio với chức năng **SHIFT SOLVE**
(có thể chọn $X = 0$). Ta được: $x = 21 \longrightarrow$ **đáp án A**.

***Cách 3***: Dùng Casio với chức năng **CALC** để thử từng đáp án.
Ta được: $x = -3 \longrightarrow$ **đáp án A**.

***Câu 32***. **(8)** Cho $a$ là số thực dương khác $1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a = \log_a 2$. B. $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_2 a}$. C. $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_a 2}$. D. $\log_2 a = -\log_a 2$.

***Giải***

Ta có công thức $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_a 2} \longrightarrow$ **đáp án C**.

***Câu 33***. **(11)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$.

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathscr{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathscr{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-1; 2\right\}$.

***Giải***

Do $\begin{cases} -3 \notin \mathbb{Z} \\ -3 < 0 \end{cases}$, suy ra điều kiện: $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow \mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-1; 2\right\} \longrightarrow$ **đáp án D**.

***Câu 34***. **(19)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 1$. B. $m \geq 0$. C. $m > 0$. D. $m \neq 0$.

***Giải***

Với $x \in \mathbb{R} \Rightarrow 3^x \in (0;+\infty)$. Mà số nghiệm của phương trình $3^x = m$ chính là số giao điểm của đồ thị $y = 3^x$ và đường thẳng $y = m$ song song hoặc trùng với trục $Ox$. Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \in (0;+\infty)$ hay $m > 0 \rightarrow$ **đáp án C**.

***Chú ý***: *Nếu hàm số $y = f(x)$ có tập giá trị là $D$ thì phương trình $f(x) = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m \in D$.*

***Câu 35***. **(26)** Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

**A.** $\mathscr{D} = \left(2-\sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2+\sqrt{2}\right)$.
**B.** $\mathscr{D} = (1;3)$.
**C.** $\mathscr{D} = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.
**D.** $\mathscr{D} = \left(-\infty;2-\sqrt{2}\right) \cup \left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

***Giải***

Điều kiện $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 3 \end{array}\right. \Rightarrow \mathscr{D} = (-\infty;1) \cup (3;+\infty) \rightarrow$ **đáp án C**.

***Câu 36***. **(29)** Với mọi $a, b, x$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $x = 3a + 5b$.
**B.** $x = 5a + 3b$.
**C.** $x = a^5 + b^3$.
**D.** $x = a^5 b^3$.

***Giải***

Ta có $5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2\left(a^5 b^3\right)$.

Khi đó $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2\left(a^5 b^3\right) \Leftrightarrow x = a^5 b^3 \rightarrow$ **đáp án D**.

***Câu 37***. **(31)** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $9^x - 2.3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

**A.** $m = 6$.
**B.** $m = -3$.
**C.** $m = 3$.
**D.** $m = 1$.

***Giải***

Đặt $t = 3^x$ với $t > 0$, khi đó phương trình có dạng: $t^2 - 4t + m = 0 \quad (*)$.

Ta có $t_1 t_2 = 3^{x_1}.3^{x_2} = 3^{x_1 + x_2} = 3^1 = 3 \quad (1)$

Mà theo Vi – ét phương trình $(*)$ có: $t_1 t_2 = m \quad (2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$, suy ra: $m = 3 \rightarrow$ **đáp án C**.

***Chú ý***:

*Với những dạng toán như này, nếu tìm từ 2 giá trị $m$ trở lên ta cần kiểm tra thêm điều kiện có 2 nghiệm dương của $(*)$ (ở câu hỏi này do tìm được 1 giá trị của $m$, trong khi đáp án cũng chỉ có 1 nên ta không cần kiểm tra điều này).*

**Câu 38. (40)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. **A.** $m=0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m<-1$ hoặc $m>0$. **D.** $m>0$.

**Giải**

Yêu cầu bài toán tương đương: $x^2-2x+m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=1-(m+1)<0\Leftrightarrow m>0$

$\rightarrow$ **đáp án D**.

**Câu 39. (43)** Với các số thực dương $x,y$ tùy ý, đặt $\log_3 x=\alpha,\log_3 y=\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)$. **B.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}+\beta$.

**C.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}+\beta\right)$. **D.** $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}-\beta$.

**Giải**

Ta có: $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\log_{3^3}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\log_3\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)=\log_3 x^{\frac12}-\log_3 y=\dfrac12\log_3 x-\log_3 y=\dfrac{\alpha}{2}-\beta\rightarrow$ **đáp án D**.

**Câu 40. (46)** Xét các số nguyên dương $a,b$ sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_3,x_4$ thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S=2a+3b$.

**A.** $S_{\min}=30$. **B.** $S_{\min}=25$. **C.** $S_{\min}=33$. **D.** $S_{\min}=17$.

**Giải**

Đặt $t=\ln x$, khi đó phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có dạng: $at^2+bt+5=0$ (1).

Đặt $u=\log x$, khi đó phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có dạng: $5u^2+bu+a=0$ (2).

Điều kiện để (1), (2) có 2 nghiệm phân biệt $t_1,t_2$ và $u_3,u_4$ là: $\Delta=b^2-20a>0$ (*).

Áp dụng Vi – et cho (1) và (2), ta có: $\begin{cases}t_1+t_2=\ln x_1+\ln x_2=\ln(x_1x_2)=-\dfrac{b}{a}\\ u_3+u_4=\log x_3+\log x_4=\log(x_3x_4)=-\dfrac{b}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1x_2=e^{-\frac{b}{a}}\\ x_3x_4=10^{-\frac{b}{5}}\end{cases}$

Theo giả thiết $x_1x_2>x_3x_4$ và kết hợp điều kiện $a,b\in\mathbb{N}^*$, ta có:

$$e^{-\frac{b}{a}}>10^{-\frac{b}{5}}\Leftrightarrow -\frac{b}{a}>\ln 10^{-\frac{b}{5}}\Leftrightarrow -\frac{b}{a}>-\frac{b}{5}\ln 10\xrightarrow{a,b\in\mathbb{N}^*}a>\frac{5}{\ln 10}\approx 2{,}17\xrightarrow{a\in\mathbb{N}^*}a\ge 3\quad (2^*)$$

Từ (*) và (2*), suy ra: $b^2>20a\ge 60\xrightarrow{b\in\mathbb{N}^*}b\ge 8$.

Khi đó $S=2a+3b\ge 2.3+3.8=30$, suy ra $S_{\min}=30$ (khi $a=3;b=8$) $\rightarrow$ **đáp án A**.

**CHÚC CÁC BẠN TỰ TIN – ÔN LUYỆN THẬT TỐT**
**ĐẠT KẾT QUẢ THẬT CAO TRONG KÌ THI SẮP TỚI !**

**Giáo viên : Nguyễn Thanh Tùng**
**Hocmai.vn**