GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG
ĐÁP ÁN

Giáo viên: Vũ Văn Ngọc, Nguyễn Tiến Đạt

Câu 1. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song với c (hoặc b trùng với c).

B. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c.

C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Hướng dẫn giải:

B sai do thiếu trường hợp b trùng với c.

C sai do góc giữa hai đường thẳng có thể là góc vuông.

D sai do góc giữa hai đường thẳng bằng hoặc bù với góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó

Câu 2. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a,b,c. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.

B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.

D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) song song với c thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Hướng dẫn giải:

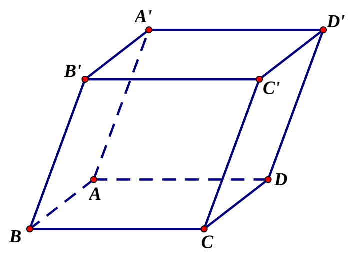
B sai do có thể b và c chéo nhau.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử tam giác $AB'C$ và $A'C'D$ đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ là góc nào sau đây?

A. $\widehat{AB'C}$. **B.** $\widehat{DA'C'}$. **C.** $\widehat{BB'D}$. **D.** $\widehat{BDB'}$.

Hướng dẫn giải:

$$AC \parallel A'C' \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'}$$



Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?

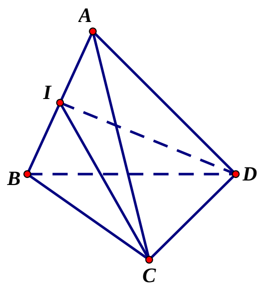
A. $120°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi I là trung điểm của AB.

Vì ABC và ABD là các tam giác đều nên

$$\begin{cases} CI \perp AB \\ DI \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CID) \Rightarrow AB \perp CD$$



Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

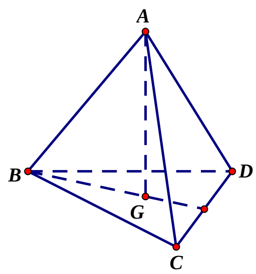
A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG \perp (BCD)$

$$\left.\begin{matrix} CD \perp AG \\ CD \perp BG \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (ABG) \Rightarrow CD \perp AB$$



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa SA và BC?

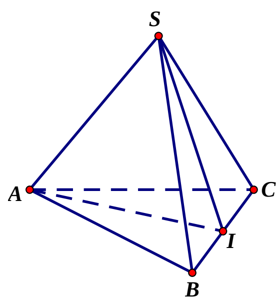
A. $120°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow SI \perp BC$

$\Delta SAB = \Delta SAC\,(c.g.c) \Rightarrow AC = AB \Rightarrow AI \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SA \Rightarrow (SA, BC) = 90°$



Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $(I, J$ lần lượt là trung điểm của BC và $AD)$. Góc giữa AB và CD là:

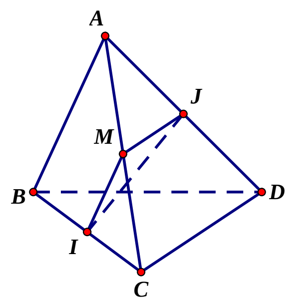
A. $120°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của AC.

$\Rightarrow (AB, CD) = (MI, MJ)$

$\cos \widehat{IMJ} = \frac{MI^2 + MJ^2 - IJ^2}{2MI.MJ} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (AB, CD) = 60°$



Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa SB và AC?

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải:

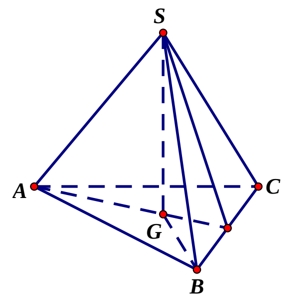
$\Delta SAB = \Delta SBC = \Delta SCA (c.g.c) \Rightarrow AB = BC = CA$

$\Rightarrow \Delta ABC$ đều.

Gọi G là trọng tâm tam tam giác ABC

$\Rightarrow SG \perp (ABC)$

$$\left.\begin{matrix} AC \perp BG \\ AC \perp SG \end{matrix}\right\} \Rightarrow AC \perp (SBG) \Rightarrow AC \perp SB$$



Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = \frac{3}{2}AD, \widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60°, CD = AD$. Gọi α là góc giữa AB và CD. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos\alpha = \frac{3}{4}$. **B.** $\alpha = 60°$. **C.** $\alpha = 30°$. **D.** $\cos\alpha = \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

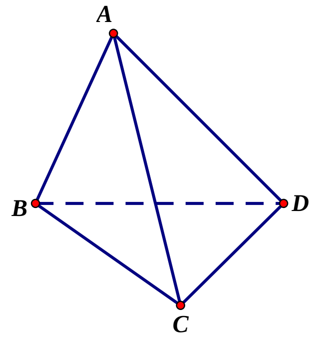
$$\cos(AB,CD)=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{AB.CD}$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=AB(AD-AC)=AB.AD-AB.AC$$

$$=AB.AD.\cos 60^\circ-AB.AC.\cos 60^\circ$$

$$=AB.AD.\frac{1}{2}-AB.\frac{3}{2}AD.\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}AB.AD=-\frac{1}{4}AB.CD$$

$$\Rightarrow \cos(AB,CD)=\frac{1}{4}$$



Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp AC, AB\perp BD$. Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Góc giữa PQ và AB là:

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

Hướng dẫn giải:

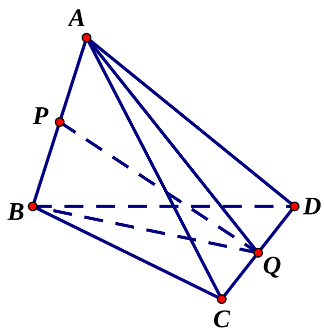
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CQ}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$$

$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{DB}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DB}=0$$

$$\Rightarrow (AB,PQ)=90^\circ$$



Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD=BC=BD=a, CD=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa AC và BD là:

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của CD.

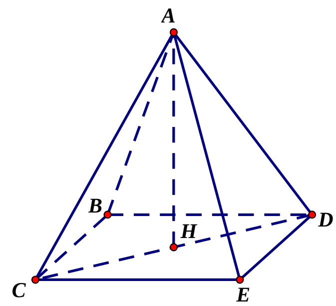
Ta có: $BC^2+BD^2=2a^2=CD^2\Rightarrow \Delta BCD$ vuông cân tại $B\Rightarrow AH\perp(BCD)$.

Trong (BCD), dựng điểm E sao cho tứ giác $BCED$ là hình vuông.

$$\Rightarrow BD\,//\,CE\Rightarrow (AC,BD)=(AC,CE)=\widehat{ACE}$$

$AC=AE=a, CE=BD=a\Rightarrow \Delta ACE$ đều

$$\Rightarrow (AC,BD)=\widehat{ACE}=60^\circ$$



Câu 12. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $\widehat{OCB} = 30°, \widehat{ABO} = 60°$ và $AC = a\sqrt{6}$. Điểm M nằm trên cạnh AB sao cho $AM = 2BM$. Tính góc giữa hai đường thẳng CM và OA.

A. $\arctan\frac{\sqrt{93}}{6}$. **B.** $\arctan\frac{\sqrt{31}}{3}$. **C.** $\arctan\frac{\sqrt{93}}{3}$. **D.** $\arctan\frac{\sqrt{31}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của M lên (OBC).

Vì $AM = 2BM$ nên $OH = 2HB$.

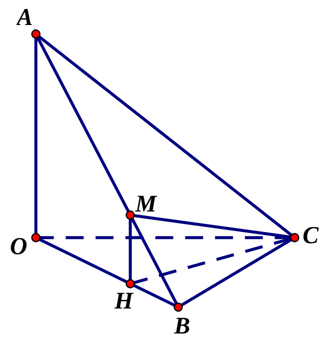
$\Rightarrow (OA, CM) = (MH, CM) = \widehat{CMH}$. Đặt $OB = x$.

Ta có: $OA = x\sqrt{3}, OC = x$.

$OA^2 + OC^2 = 6x^2 = AC^2 = 6a^2 \Leftrightarrow x = a$

Ta có $MH = \frac{1}{3}OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}, HC = \sqrt{OC^2 + OH^2} = \frac{a\sqrt{31}}{3}$

$\Rightarrow \tan\widehat{CMH} = \frac{HC}{HM} = \frac{\sqrt{93}}{3} \Rightarrow \widehat{CMH} = \arctan\frac{\sqrt{93}}{3}$



Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a, AB = a, BC = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính côsin góc tạo bởi hai đường thẳng AI và SC.

A. $-\sqrt{\frac{2}{3}}$. **B.** $\sqrt{\frac{2}{3}}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

Hướng dẫn giải:

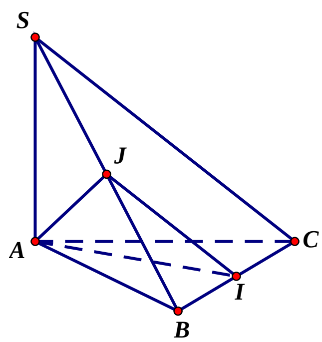
Gọi J là trung điểm của SB

$\Rightarrow IJ \parallel SC \Rightarrow (SC, AI) = (IJ, AI) = \widehat{AIJ}$

$AJ = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

$IJ = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = a$

$\Rightarrow \cos(SC, AI) = \cos\widehat{AIJ} = \frac{AI^2 + IJ^2 - AJ^2}{2AI.IJ} = \sqrt{\frac{2}{3}}$



Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AC = 2, BC = 4$. Cạnh bên $SA = 5$ vuông góc với mặt đáy. Gọi D là trung điểm của AB. Tính côsin góc giữa hai đường thẳng SD và AC.

A. $-\dfrac{1}{\sqrt{30}}$. **B**. $\dfrac{1}{\sqrt{30}}$. **C**. $-\dfrac{2}{\sqrt{30}}$. **D**. $\dfrac{2}{\sqrt{30}}$.

Hướng dẫn giải:

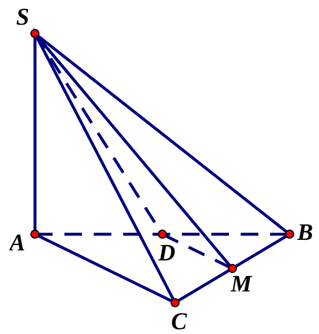
Gọi M là trung điểm của BC

$\Rightarrow MD\,//\,AC \Rightarrow (SD,AC)=(SD,MD)$

$AB=2\sqrt{5}, DM=\dfrac{1}{2}AB=1, SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=\sqrt{30}$

$SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{29}, SM=\sqrt{SC^2+CM^2}=\sqrt{33}$

$\Rightarrow \cos(SD,AC)=\left|\cos\widehat{SDM}\right|=\left|\dfrac{SD^2+MD^2-SM^2}{2SD.MD}\right|=\dfrac{1}{\sqrt{30}}$



Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$, M là trung điểm của AB. Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC.

A. $30°$. **B**. $60°$. **C**. $90°$. **D**. $120°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SG\perp(ABC)$

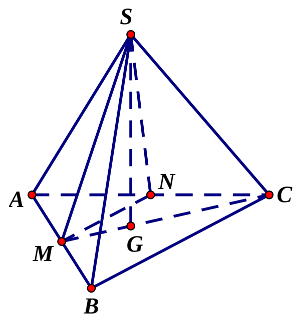
$SA=SB=SC \Rightarrow S.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

Gọi N là trung điểm của AC

$\Rightarrow MN\,//\,BC \Rightarrow (SM,BC)=(SM,MN)=\widehat{SMN}$

$AB=BC=AC=a\sqrt{2} \Rightarrow MN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$SM=SN=\sqrt{SB^2-MB^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (SM,BC)=\widehat{SMN}=60°$



Câu 16. Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$, I là trung điểm của BC. Tính góc giữa hai đường thẳng AI và OB.

A. $\arctan\sqrt{5}$. **B**. $\arctan 5$. **C**. $\arctan\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D**. $\arctan\dfrac{1}{5}$.

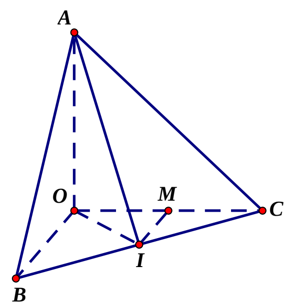
Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của OC.

Ta có $IM\,//\,OB \Rightarrow (AI,OB)=(AI,IM)=\widehat{AIM}$

Ta có : $\left.\begin{array}{l} OB\perp OC \\ OB\perp OA \end{array}\right\} \Rightarrow OB\perp(OAC)$.

mà $IM\,//\,OB$ nên $IM\perp(OAC)$.



Lại có $AM \parallel (OAC)$ nên $IM \perp AM$.

Xét tam giác AIM vuông tại M nên ta có:

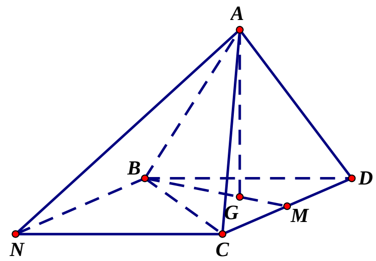
$$IM = \frac{1}{2}OB = a; AM = \sqrt{AO^2 + OM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\tan\widehat{AIM} = \frac{AM}{IM} = \sqrt{5} \Rightarrow \widehat{AIM} = \arctan\sqrt{5}$$

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm CD, α là góc giữa AC và BM. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\alpha = 60°$.

Hướng dẫn giải:



Gọi G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$

Trên đường thẳng d qua C và song song với BM, lấy N sao cho $BMCN$ là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow (AC, BM) = (AC, CN) = \widehat{ACN} = \alpha$$

$$CN = BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, BN = CN = \frac{a}{2}$$

$$AO^2 = AB^2 - BO^2 = \frac{2a^2}{3}, ON^2 = BN^2 + BO^2 = \frac{7a^2}{12}$$

$$AN^2 = AO^2 + ON^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{AC^2 + CN^2 - AN^2}{2AC.CN} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính góc φ tạo bởi hai đường thẳng SB và AC.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cắt nhau theo giao tuyến SA và cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên $SA \perp (ABC)$.

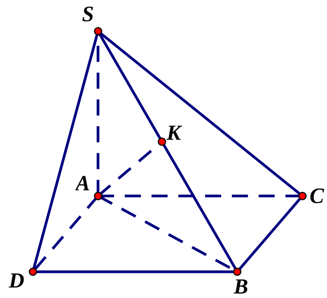
Dựng $AK \perp SB$.

$\left.\begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK$

$\Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow AK = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Tam giác SAB vuông tại A, đường cao AK nên ta có:

$\dfrac{1}{SA^2} = \dfrac{1}{AK^2} - \dfrac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$



Dựng hình bình hành $ACBD$ như hình vẽ, khi đó: $AC \,//\, BD \Rightarrow (AC, SB) = (BD, SB)$

Tính được $SD = a\sqrt{2}, SB = a\sqrt{2}, BD = a\sqrt{2}$ nên tam giác SBD đều.

Vậy $(AC, SB) = \widehat{SBD} = 60^\circ$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc giữa MN và SC bằng:

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

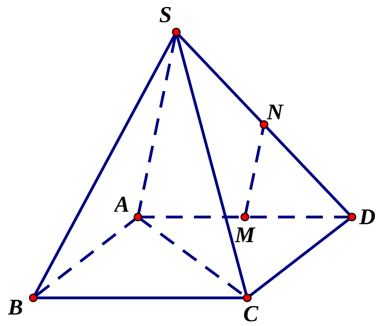
Hướng dẫn giải:

$MN \,//\, SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC) = \widehat{ASC}$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

$SA^2 + SC^2 = 2a^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S.

$SA \perp SC \Rightarrow (SA, SC) = 90^\circ \Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$



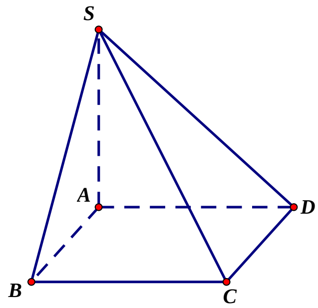
Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SD và BC.

A. 30°. **B**. 45°. **C**. 60°. **D**. 90°.

Hướng dẫn giải:

$AD \,//\, BC \Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = \widehat{SDA}$

$\tan \widehat{SDA} = \dfrac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow (SD, AD) = \widehat{SDA} = 60°$



Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $\widehat{SAD} = \widehat{SAB} = 90°, SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và AD.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

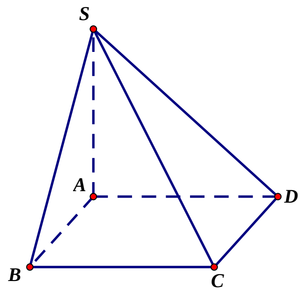
Hướng dẫn giải:

$\widehat{SAD} = \widehat{SAB} = 90° \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

$AD \,//\, BC \Rightarrow (SC, AD) = (SC, BC) = \widehat{SCB}$

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}, SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a$

$\cos \widehat{SCB} = \dfrac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2SC.BC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow (SC, BC) = \widehat{SCB} = 60°$



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi F là trung điểm của SC. Góc giữa BF và AC bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD.

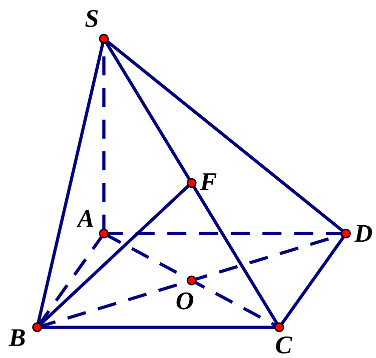
Khi đó $OF \,//\, SA \Rightarrow OF \perp (ABCD) \Rightarrow OF \perp AC$

.

Lại có $AC \perp BD$ nên $AC \perp (BDF) \Rightarrow AC \perp BF$

.

$\Rightarrow (AC, BF) = 90°$



Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD. Góc giữa hai đường thẳng SH và CK là:

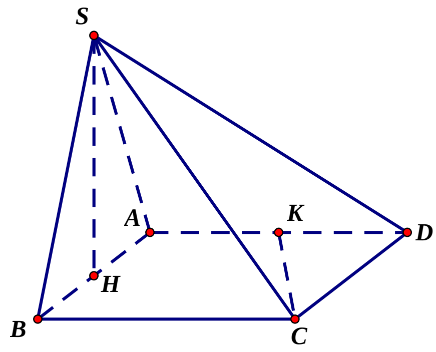
A. $30°$.	**B**. $60°$.	**C**. $90°$.	**D**. $120°$.

Hướng dẫn giải:

$SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow SH^2 + HC^2 = 2a^2 = SC^2 \Rightarrow SH \perp HC \\ SH \perp AB \end{array}\right\}$$

$\Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CK$



Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng a; SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó, côsin góc giữa SB và AC bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.	**B**. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.	**C**. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.	**D**. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi I là trung điểm của SD.

$\Rightarrow OI$ là đường trung bình của ΔSBD

$$\Rightarrow \begin{cases} OI \parallel SB \\ OI = \dfrac{SB}{2} = \dfrac{\sqrt{SA^2 + AB^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3a^2 + a^2}}{2} = a \end{cases}$$

Vì $OI \parallel SB \Rightarrow (SB, AC) = (OI, AC) = \widehat{AOI}$.

Ta có: $AI = \dfrac{SD}{2} = \dfrac{\sqrt{SA^2 + AD^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3a^2 + a^2}}{2} = a$

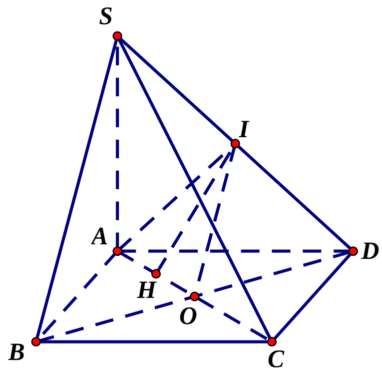
$\Rightarrow AI = OI \Rightarrow \Delta AOI$ cân tại I.

Gọi H là trung điểm của $OA \Rightarrow IH \perp OA$

Và $OH = \dfrac{OA}{2} = \dfrac{AC}{4} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

Xét ΔOHI, ta có: $\cos \widehat{HOI} = \dfrac{OH}{OI} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\cos\left(\widehat{SB, AC}\right) = \cos \widehat{HOI} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$



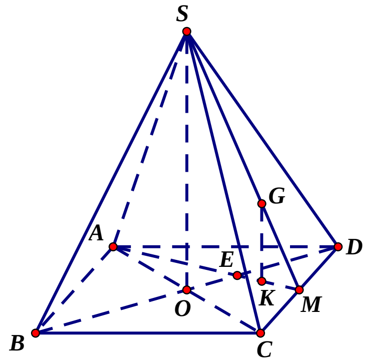
Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a, SA = a\sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

A. $\arccos\frac{\sqrt{330}}{110}$. **B.** $\arccos\frac{\sqrt{33}}{11}$. **C.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{11}$. **D.** $\arccos\frac{\sqrt{33}}{22}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm CD. Gọi $E = BD \cap AM$

$\Rightarrow GE \,//\, SA \Rightarrow (BG, SA) = (BG, GE)$



Vì G, E lần lượt là trọng tâm tam giác SCD và ACD

nên $GE = \frac{1}{3}SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Kẻ GK song song với SO và cắt OM tại K, suy ra K là hình chiếu của G trên $(ABCD)$.

Ta có:

$$AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = \frac{a\sqrt{10}}{2}, GK = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{10}}{6}, BE = \frac{2a\sqrt{2}}{3}.$$

Vì $OK = \frac{2}{3}OM$ nên $OK = \frac{a}{3}$, suy ra $BK = \frac{a\sqrt{34}}{6} \Rightarrow BG = \frac{a\sqrt{11}}{3}$.

Xét tam giác BEG, có $BE = \frac{2a\sqrt{2}}{3}, GE = \frac{a\sqrt{3}}{3}, BG = \frac{a\sqrt{11}}{3}$

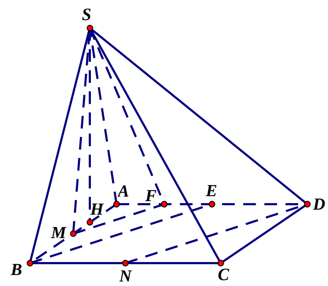
$OA^2 + OC^2 = 6x^2 = AC^2 = 6a^2 \Leftrightarrow x = a$

$$\Rightarrow \cos\widehat{BGE} = \frac{BG^2 + GE^2 - BE^2}{2.BG.GE} = \frac{\sqrt{33}}{11} \Rightarrow \widehat{BGE} = \arccos\frac{\sqrt{33}}{11}.$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a, SA = a, SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính côsin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN.

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi E là trung điểm AD, F là trung điểm AE.

Ta có $MF \parallel BE \parallel ND \Rightarrow (SM, DN) = (SM, MF)$.

Ta có $SM^2 = \dfrac{SB^2 + SA^2}{2} - \dfrac{AB^2}{4} = a^2 \Rightarrow SM = SA$

$\Rightarrow SH \perp MA$, với H là trung điểm $MA \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow MF = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$;

$HF = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}; SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$SF = \sqrt{SH^2 + HF^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ (ΔSHF vuông tại H)

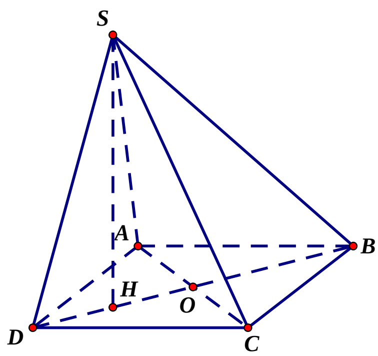
Định lí côsin trong ΔSHF: $SF^2 = SM^2 + MF^2 - 2SM.MF.\cos\widehat{SMF}$

$\Rightarrow \cos(SM, MF) = \cos\widehat{SMF} = \dfrac{SM^2 + MF^2 - SF^2}{2SM.MF} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD, $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của $OD, SH = 2a$. Tính côsin của góc giữa AB và SD.

A. $\dfrac{2}{\sqrt{17}}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{17}}{34}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{17}}{34}$. **D.** $\dfrac{1}{34}$.

Hướng dẫn giải:



$AB \parallel CD \Rightarrow (AB, SD) = (CD, SD) = \widehat{SDC}$

$SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \dfrac{a\sqrt{17}}{2}, AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$

$\Rightarrow OC = CD = OD = a \Rightarrow CH \perp OD \Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \dfrac{a\sqrt{19}}{2}$

$\cos(AB, SD) = \cos\widehat{SDC} = \dfrac{SD^2 + CD^2 - SC^2}{2SC.CD} = \dfrac{\sqrt{17}}{34}$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Các tam giác SAB, SAC, SAD là các tam giác vuông tại A. Tính côsin của góc giữa SC và BD, biết $SA = a\sqrt{3}, AB = a, AD = 3a$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{130}}$. **D.** $\frac{8}{\sqrt{130}}$.

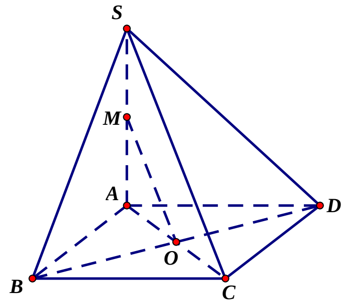
Hướng dẫn giải:

SAB, SAC, SAD là các tam giác vuông tại A $\Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của SA

$\Rightarrow MO \mathbin{//} SC \Rightarrow (SC, BD) = (MO, BD)$

$\Rightarrow \cos(SC, BD) = \left|\cos\widehat{MOB}\right|$



$BD = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{10} \Rightarrow OB = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

$MO = \sqrt{MA^2 + OA^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}, MB = \sqrt{MA^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

$\Rightarrow \cos(SC, BD) = \left|\cos\widehat{MOB}\right| = \frac{MO^2 + OB^2 - MB^2}{2MO.OB} = \frac{8}{\sqrt{130}}$

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có AB là đáy lớn. Biết $AD = CD = a, BC = a\sqrt{2}, SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}, SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SB và CD.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

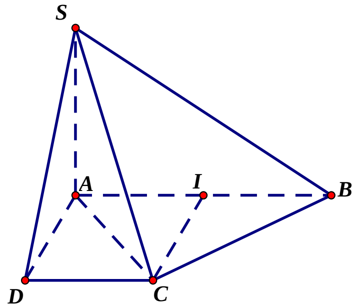
Hướng dẫn giải:

Kẻ $CI \perp AB\,(I \in AB)$. Khi đó tứ giác $BCDE$ là hình bình hành.

$\Rightarrow AI = CD = a, BI = \sqrt{BC^2 - CI^2} = a \Rightarrow AB = 2a$

$AB \mathbin{//} CD \Rightarrow (SB, CD) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$

$\tan\widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow (SB, AB) = \widehat{SBA} = 30°$



Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có AB là đáy lớn. Biết $AD = CD = a, BC = a\sqrt{2}, SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}, SA \perp (ABCD)$. Gọi α là góc giữa SD và BC. Khi đó, $\cos\alpha$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{42}}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{42}}{28}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{28}$.

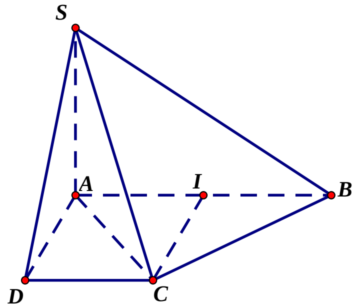
Hướng dẫn giải:

Kẻ $CI \perp AB\left(I \in AB\right)$. Khi đó tứ giác $BCDI$ là hình bình hành.

$\Rightarrow DI \parallel BC \Rightarrow \left(SC, BC\right) = \left(SD, DI\right) = \alpha$

$SI = SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}; DI = a\sqrt{2}$

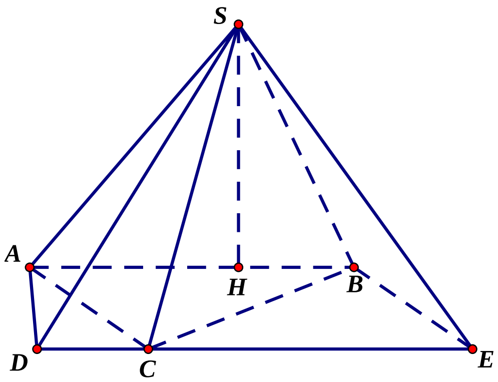
$\Rightarrow \cos\alpha = \cos\widehat{SDI} = \dfrac{SD^2 + DI^2 - SI^2}{2SD.DI} = \dfrac{\sqrt{42}}{14}$



Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D có $AB = 3a, AD = 2a, CD = a$. Hình chiếu vuông góc của S xuống $\left(ABCD\right)$ là điểm H nằm trên AB sao cho $AH = 2HB$. Biết $SH = 2a$. Côsin góc giữa SB và AC là:

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải:



Trên $\left(ABCD\right)$ dựng điểm E sao cho tứ giác $ABEC$ là hình bình hành.

$BE \parallel AC \Rightarrow \cos\left(SB, AC\right) = \cos\left(SB, BE\right) = \left|\cos\widehat{SBE}\right|$

$BE = AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{5}; SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = a\sqrt{5}$

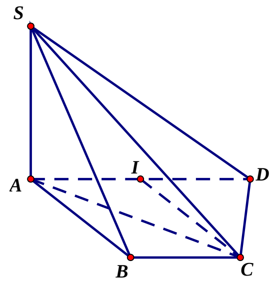
$SE = \sqrt{SH^2 + HE^2} = \sqrt{SH^2 + HB^2 + BE^2} = a\sqrt{10}$

$\cos\left(SB, AC\right) = \left|\cos\widehat{SBE}\right| = \dfrac{SB^2 + BE^2 - SE^2}{2SB.BE} = 0$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang cân $AD \parallel BC, AD = 2a$, $BC = CD = a$. Biết $SA \perp \left(ABCD\right), SA = 3a$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SC và AD.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:



Ta có $AD \,//\, BC$ nên góc giữa hai đường thẳng SC và AD là góc giữa hai đường thẳng SC và BC. Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $AB = CD = a$.

Gọi I là trung điểm của AD.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} AI = BC = \frac{1}{2}AD \\ AI \,//\, BC \end{array}\right\} \Rightarrow$ tứ giác $AICB$ là hình bình hành

$\Rightarrow CI = AB = a$.

Tam giác ACD có $CI = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C.

Tam giác ACD vuông tại C nên ta có: $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAC vuông tại A nên ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a\sqrt{3}$

Tam giác SAB vuông tại A nên ta có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{10}$

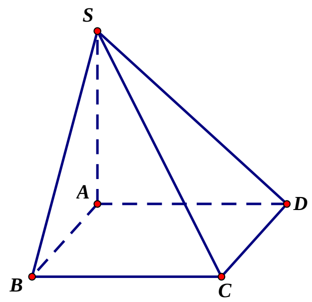
Áp dụng định lí côsin trong tam giác SBC:

$$\cos\widehat{SBC} = \frac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2SC.BC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos(SC, AD) = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $SA = a\sqrt{3}, SA \perp BC$. Tính góc giữa SD và BC.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:



$\left.\begin{array}{l} BC \,//\, AD \\ SA \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow SA \perp AD$

$BC \,//\, AD \Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = \widehat{SDA}$

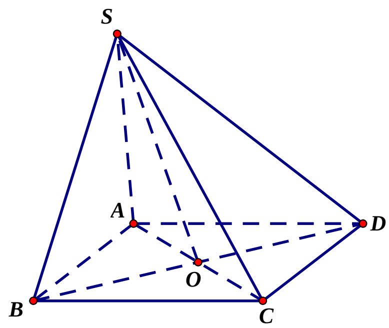
$\tan\widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow (SD, BC) = \widehat{SDA} = 60°$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $SA = a, SA \perp AD, SB = a\sqrt{3}$, $AC = a$. Tính côsin góc giữa SB và AD.

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD.



$AD \parallel BC \Rightarrow (SB, AD) = (SB, BC)$

$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}, BD = a\sqrt{3}, OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$SO = \sqrt{\frac{2(SB^2 + SD^2) - BD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

$SC = \sqrt{\frac{4SO^2 + AC^2 - 2SA^2}{2}} = a\sqrt{3}$

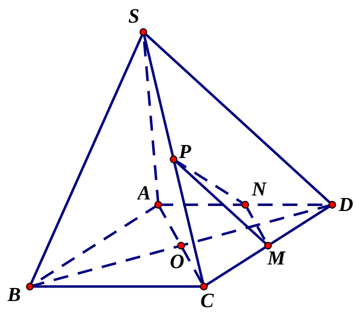
$\Rightarrow \cos(SB, AD) = \left|\cos\widehat{SBC}\right| = \left|\frac{SB^2 + BC^2 - SC^2}{2SB.BC}\right| = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $SA = a, SA \perp AD, SB = a\sqrt{3}$, $AC = a$. Tính côsin góc giữa SD và AC.

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CD, AD, SC



$SD \parallel MP, AC \parallel MN \Rightarrow (SD, AC) = (MP, MN)$

$MP = \frac{SD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}, CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$SN = \sqrt{\frac{2(SA^2 + SD^2) - AD^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

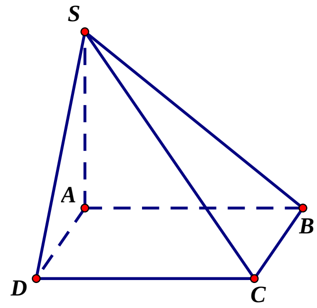
$NP = \sqrt{\frac{2(SN^2 + NC^2) - SC^2}{4}} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow \cos(SD, AC) = \left|\cos\widehat{PMN}\right| = \left|\frac{MP^2 + MN^2 - NP^2}{2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, SAB, SAC, SAD là các tam giác vuông cân tại A. Tính côsin góc giữa SC và AD.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

Hướng dẫn giải:



SAB, SAC, SAD là các tam giác vuông cân tại A

$\Rightarrow SA \perp (ABCD)$

$AD \,//\, BC \Rightarrow (SC, AD) = (SC, BC)$

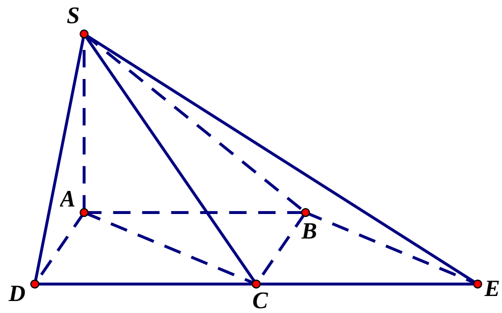
$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{2}, BC = a, SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$

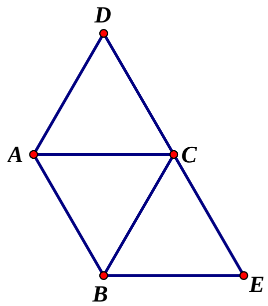
$\Rightarrow \cos(SC, AD) = \left|\cos \widehat{SCB}\right| = \left|\dfrac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2SC.BC}\right| = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, SAB, SAC, SAD là các tam giác vuông cân tại A. Tính côsin góc giữa SB và AC.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:





SAB, SAC, SAD là các tam giác vuông cân tại $A \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Dựng điểm E sao cho tứ giác $ABEC$ là hình bình hành.

$BE \,//\, AC \Rightarrow (SB, AC) = (SB, BE)$

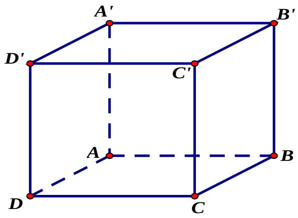
$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}, BE = AC = a, AE = a\sqrt{3}, SE = \sqrt{AE^2 + SA^2} = 2a$

$\Rightarrow \cos(SB, AC) = \left|\cos \widehat{SBE}\right| = \dfrac{SB^2 + BE^2 - SE^2}{2SB.BE} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $A'D'$ và AB là:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $135°$.

Hướng dẫn giải:

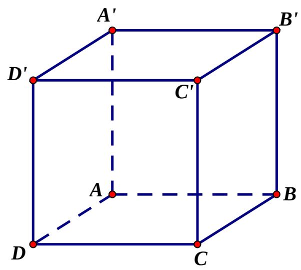


$A'D' \parallel AD \Rightarrow (A'D', AB) = (AD, AB) = \widehat{DAB} = 90°$

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa AB và DD' bằng:
A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải:

$$\left.\begin{matrix} AB \perp AA' \\ AA' \parallel DD' \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp DD' \Rightarrow (AB, DD') = 90°$$



Câu 40. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định sai.
A. Góc giữa AC và $B'D'$ bằng $90°$. **B.** Góc giữa AA' và $B'D'$ bằng $60°$.
C. Góc giữa AD và $B'C$ bằng $45°$. **D.** Góc giữa BD và $A'C'$ bằng $90°$.

Hướng dẫn giải:

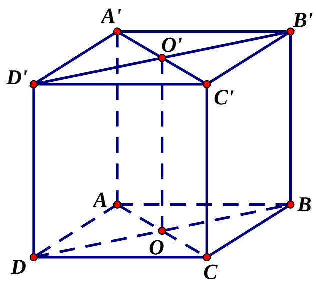
Gọi O và O' lần lượt là tâm hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

$AC \parallel A'C' \Rightarrow (AC, B'D') = (A'C', B'D') = 90°$

$AA' \parallel OO' \Rightarrow (AA', B'D') = (OO', B'D') = 90°$

$(AD, B'D) = \widehat{ADB'} = 45°$

$AC \parallel A'C' \Rightarrow (A'C', BD) = (AC, BD) = 90°$



Câu 41. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $BB', CD, A'D'$. Góc giữa MP và $C'N$ bằng:
A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi Q là trung điểm $CC' \Rightarrow MQ \,//\, BC$.

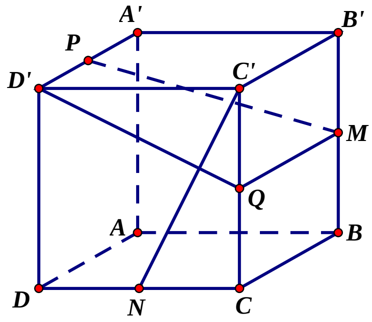
Mà

$BC \perp (CC'D'D) \Rightarrow MQ \perp (CC'D'D) \Rightarrow MQ \perp C'N$

Trong hình vuông $CC'D'D$, ta có: $CN \perp D'Q$.

Vì $\begin{cases} CN \perp D'Q \\ CN \perp MQ \end{cases} \Rightarrow CN \perp (MPD'Q)$

$\Rightarrow CN \perp MP \Rightarrow (CN, MP) = 90°$



Câu 42. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a, AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \widehat{BAD} = 60°$. Góc giữa hai đường thẳng AC' và BD là:

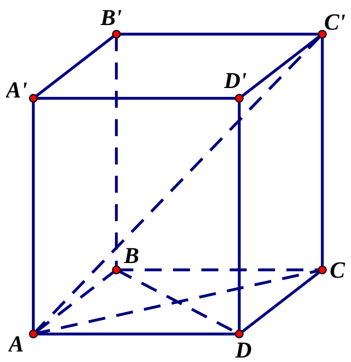
A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải:

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow AC \perp BD \\ CC' \perp (ABCD) \Rightarrow CC' \perp BD \end{array}\right\} \Rightarrow BD \perp (ACC')$$

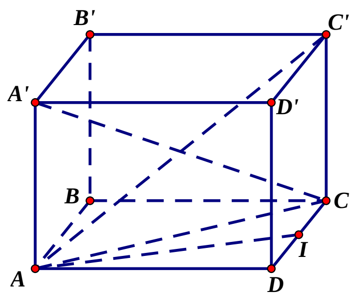
$\Rightarrow BD \perp AC'$



Câu 43. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{2}$, góc tạo bởi $A'C$ với mặt đáy bằng $60°$. Gọi I là trung điểm của CD. Tính góc giữa hai đường thẳng BD' và AI.

A. $\arccos\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\arccos\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:



$\left(A'C,(ABCD)\right)=\left(A'C,AC\right)=\widehat{ACA'}=60°$

$\Rightarrow AC=a\sqrt{3}, AA'=AC.\tan 60°=3a$

$\overrightarrow{BD'}.\overrightarrow{AI}=\left(\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DI}\right)$

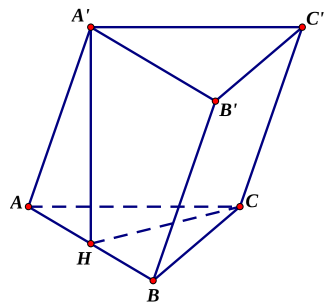
$=\left(\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)\left(\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}\right)=BC^2-\frac{1}{2}BA^2=\frac{3a^2}{2}$

$BD'=2a\sqrt{3}, AI=\frac{3a}{2}\Rightarrow \cos\left(BD',AI\right)=\frac{\left|\overrightarrow{BD'}.\overrightarrow{AI}\right|}{BD'.AI}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng AC và BB'. Khi đó $\cos\varphi$ bằng:

A. $\cos\varphi=\frac{1}{4}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{1}{3}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{2}{5}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:



$AA'\,//\,BB'\Rightarrow \cos\left(AC,BB'\right)=\cos\left(AC,AA'\right)=\left|\cos\widehat{AA'C}\right|$

Tính được: $AA'=2a, AC=2a, A'C=a\sqrt{6}$

Áp dụng định lý côsin trong tam giác $AA'C$ ta được:

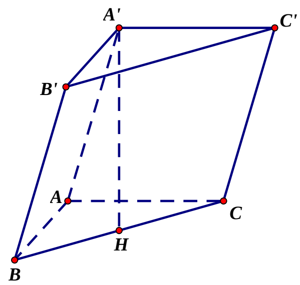
$A'C^2=AA'^2+AC^2-2AA'.AC.\cos\widehat{AA'C}$

$\Rightarrow \cos\widehat{AA'C}=\frac{1}{4}\Rightarrow \cos\varphi=\frac{1}{4}$

Câu 45. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC. Tính côsin góc giữa AA' và $B'C'$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi H là trung điểm của BC. Ta có:

$$\left.\begin{matrix} AA' \parallel BB' \\ B'C' \parallel BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow (AA', B'C') = (BB', BD)$$

$$\Rightarrow \cos(AA', B'C') = \cos(BB', BD) = \left|\cos\widehat{HBB'}\right|$$

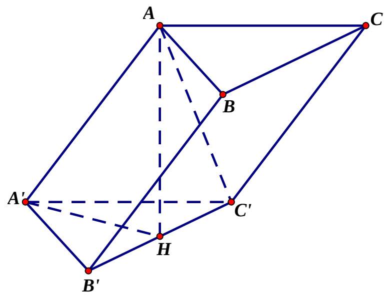
$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}, HB' = \sqrt{A'H^2 + A'B'^2} = 2a$$

$$\Rightarrow \cos(AA', B'C') = \left|\cos\widehat{HBB'}\right| = \left|\frac{BH^2 + BB'^2 - HB'^2}{2.BH.BB'}\right| = \frac{1}{4}$$

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đáy đều bằng a, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$ và hình chiếu H của đỉnh A lên $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của cạnh $B'C'$. Tính tan góc tạo bởi hai đường thẳng BC và AC'.

A. -3. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:



$$AH \perp (ABC) \Rightarrow (AA', (ABC)) = (AA', A'H) = 60°$$

$$A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = A'H.\tan 60° = \frac{3a}{2}$$

$$BC \parallel B'C' \Rightarrow (BC, AC') = (B'C', AC') = \widehat{A'CB'}$$

$$\Rightarrow \tan(BC, AC') = \tan\widehat{A'CB'} = \frac{AH}{HC'} = 3$$

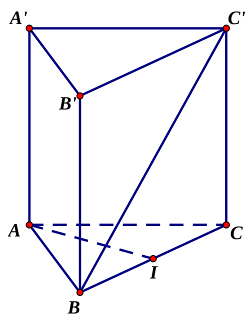
Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA' = a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính góc tạo bởi AI và BC'.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải:

$$\left.\begin{matrix} (ABC) \perp (BCC'B') \\ (ABC) \cap (BCC'B') = BC \\ AI \perp BC \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow AI \perp (BCC'B') \Rightarrow AI \perp BC'$$



Câu 48. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của AA'. Tính góc tạo bởi BM và $B'C$.

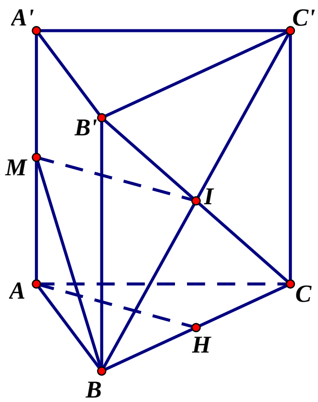
A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của BC, I là giao điểm của BC' và $B'C$.

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow MI \parallel AH \\ \left.\begin{array}{l} AH \perp BC \\ AH \perp BB'\end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (BCC'B')\end{array}\right\} \Rightarrow MI \perp (BCC'B')$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow MI \perp B'C \\ B'C \perp BC'\end{array}\right\} \Rightarrow B'C \perp (MBC) \Rightarrow B'C \perp MI$$



Câu 49. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc tạo bởi $A'B$ với mặt đáy bằng $60°$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính côsin góc tạo bởi hai đường thẳng $A'C$ và AM.

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

$AA' \perp (ABC) \Rightarrow (A'B,(ABC)) = \widehat{A'BA} = 60°$

$AB = \frac{AA'}{\tan 60°} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AM = a$ (Trung tuyến trong tam giác đều)

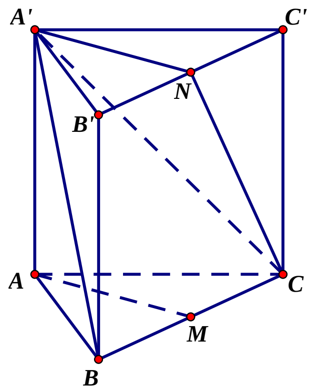
Gọi N là trung điểm của $B'C$

$\Rightarrow A'N \parallel AM \Rightarrow (A'C, AM) = (A'C, A'N)$

$\Rightarrow \cos(A'C, AM) = \cos(A'C, A'N) = \left|\cos\widehat{CA'N}\right|$

$A'N = AM = a, A'C = \frac{4a\sqrt{3}}{3}, CN = \sqrt{CC'^2 + C'N^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}$

$\Rightarrow \cos(A'C, AM) = \left|\cos\widehat{CA'N}\right| = \left|\frac{A'C^2 + A'N^2 - CN^2}{2A'C.A'N}\right| = \frac{\sqrt{3}}{4}$

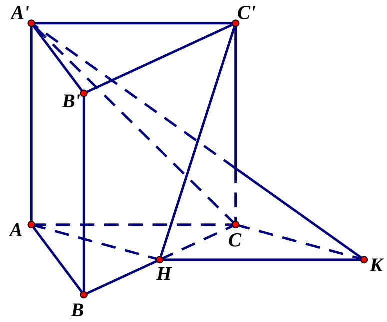


Câu 50. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc tạo bởi $A'C$ và đường cao AH của tam giác ABC.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải:

Dựng điểm K sao cho tứ giác $ACKH$ là hình bình hành.



$\Rightarrow CK \,//\, AH \Rightarrow (A'C, AH) = (A'C, CK), \widehat{ACK} = 150°$

$A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = a\sqrt{3}, CK = AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$AK^2 = AC^2 + CK^2 - 2AC.CK.\cos\widehat{ACK} = \dfrac{13}{4}$

$A'K = \sqrt{AA'^2 + AK^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{2}$

$\Rightarrow \cos(A'C, AH) = \left|\widehat{A'CK}\right| = \dfrac{A'C^2 + CK^2 - A'K^2}{2A'C.CK} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow (A'C, AH) = 60°$

GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG – ĐÁP ÁN

Giáo viên: Vũ Văn Ngọc, Nguyễn Tiến Đạt

Câu 1. Khẳng định nào sau đây ***sai*** ?

A. Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α).

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α).

D. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a \,/\!/\, (\alpha)$ thì $d \perp a$.

Hướng dẫn giải:

A đúng vì $d \perp (\alpha) \Rightarrow d \perp a, \forall a \subset (\alpha)$.

B sai vì Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

C đúng vì $\left.\begin{array}{l} d \perp a \\ d \perp b \\ a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = I \end{array}\right\} \Rightarrow d \perp (\alpha) \Rightarrow d \perp c, \forall c \subset (\alpha)$.

D đúng vì $\left.\begin{array}{l} a \,/\!/\, (\alpha) \\ d \perp (\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow d \perp a$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, BC, BD bằng nhau và đôi một vuông góc với nhau. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Góc giữa AC và (BCD) là góc $\widehat{ACD}$.

B. Góc giữa AD và (ABC) là góc $\widehat{ADB}$.

C. Góc giữa AC và (ABD) là góc $\widehat{CAB}$.

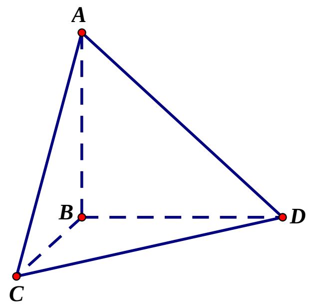
D. Góc giữa CD và (ABD) là góc $\widehat{CBD}$.

Hướng dẫn giải:

A sai vì $\left(AC,\left(BCD\right)\right)=\widehat{ACB}$

B sai vì $\left(AD,\left(ABC\right)\right)=\widehat{BAD}$

D sai vì $\left(CD,\left(ABD\right)\right)=\widehat{BDC}$



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy, M là trung điểm của BC. Góc giữa SM và $\left(ABC\right)$ bằng $60°$. Tính độ dài đoạn SA.

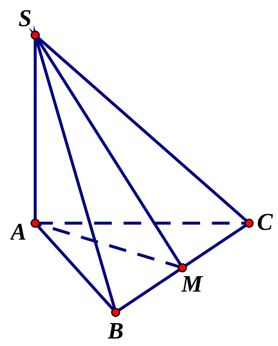
A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{3a}{4}$.

Hướng dẫn giải:

$SA\perp\left(ABC\right)$

$\Rightarrow\left(SM,\left(ABC\right)\right)=\left(SM,AM\right)=\widehat{SMA}=60°$

$AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SA=AM.\tan\widehat{SMA}=\dfrac{3a}{2}$



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔSAB là tam giác đều cạnh a, ΔABC cân tại C. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt $\left(ABC\right)$ là trung điểm của AB. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $30°$. Tính độ dài đoạn SC.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

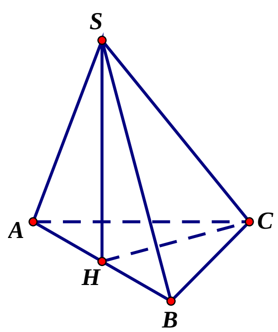
Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của AB

$\Rightarrow SH\perp\left(ABC\right)\Rightarrow SH\perp HC$

$\Rightarrow\left(SC,\left(ABC\right)\right)=\left(SC,CH\right)=\widehat{SCH}=30°$

$SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SC=\dfrac{SH}{\sin\widehat{SCH}}=a\sqrt{3}$



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Tính độ dài đoạn SA.

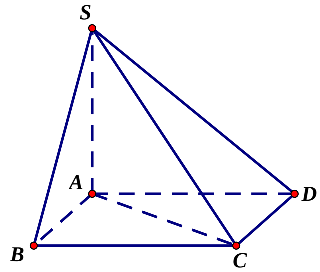
A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

$SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 45°$

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{2}$



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và đáy là $45°$. Tính độ dài đoạn SD.

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $a\sqrt{\dfrac{9}{2}}$. **D.** a.

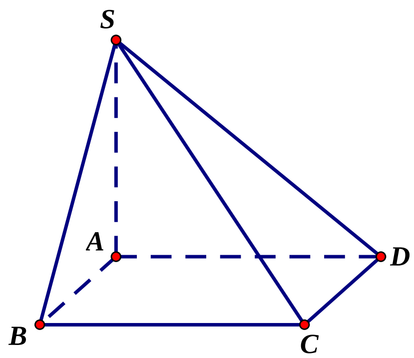
Hướng dẫn giải:

$SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SB,(ABCD)) = (SB, AB) = \widehat{SBA} = 45°$

$\Rightarrow SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a$

$\Rightarrow SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$



Câu 7. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh bằng $2a$. Trên đường thẳng qua O và vuông góc với $(ABCD)$ lấy điểm S. Nếu góc giữa SA và $(ABCD)$ có số đo bằng $45°$ thì độ dài đoạn SO bằng:

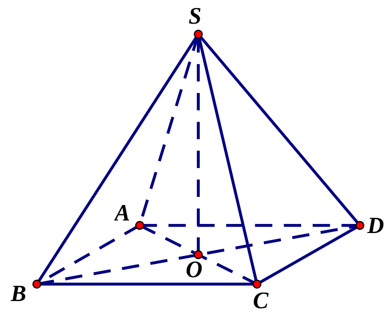
A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

$AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \dfrac{AC}{2} = a\sqrt{2}$

$\left(SA,\left(ABCD\right)\right) = \widehat{SAO} = 45°$

$\Rightarrow SO = OA = a\sqrt{2}$



Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên tạo với đáy góc $30°$. Tính độ dài đoạn SA.

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

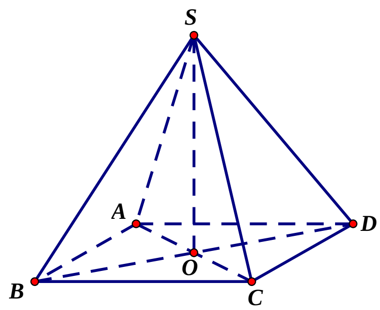
Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo.

$\Rightarrow SO \perp \left(ABCD\right)$

$\Rightarrow \left(SA,\left(ABCD\right)\right) = \left(SA,SO\right) = \widehat{SAO} = 30°$

$AO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SA = \dfrac{AO}{\cos\widehat{SAO}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$



Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy là $45°$. Tính độ dài đoạn SA.

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $a\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của CD

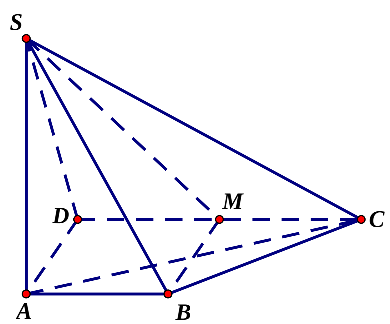
$\Rightarrow MC = a \Rightarrow CD = 2a$

$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{5}$

$SA \perp \left(ABCD\right)$

$\Rightarrow \left(SC,\left(ABCD\right)\right) = \left(SC,AC\right) = \widehat{SCA} = 45°$

$\Rightarrow AD = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{5}$



Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh a. Điểm M là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết góc giữa $A'C$ và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đoạn $A'M$.

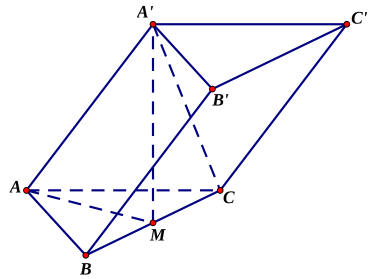
A. a. **B.** $\frac{3a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

$A'M \perp (ABC)$

$\Rightarrow (A'C,(ABC)) = (A'C,CM) = \widehat{A'CM} = 60°$

$CM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2} \Rightarrow A'M = CM.\tan\widehat{A'CM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh a. Đỉnh A' cách đều các đỉnh A,B,C. Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đường cao của lăng trụ.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{12}$.

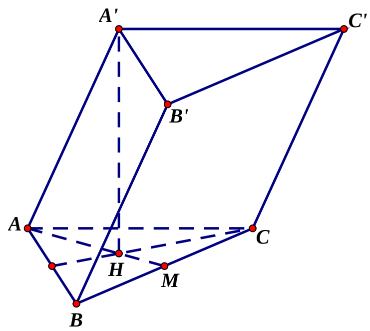
Hướng dẫn giải:

Gọi H là trọng tâm ΔABC

$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$\Rightarrow (AA',(ABC)) = (AA',AH) = \widehat{A'AH} = 60°$

$AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = AH.\tan\widehat{A'AH} = a$



Câu 12. Cho $S.ABC$ có (SAC) và (SAB) cùng vuông góc với đáy, ΔABC đều cạnh a, $SA = 2a$. Tính góc α giữa SB và mặt phẳng (SAC)?

A. $\alpha \approx 22°47'$. **B.** $\alpha \approx 22°79'$. **C.** $\alpha \approx 37°45'$. **D.** $\alpha \approx 67°12'$.

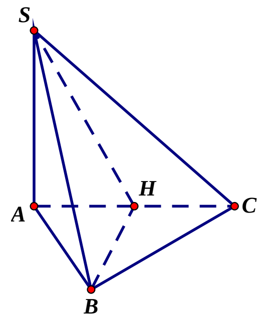
Hướng dẫn giải:

Lấy H là trung điểm của AC.

$BH \perp (SAC) \Rightarrow (SB,(SAC)) = (SB,SH) = \widehat{BSH}$

$SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \dfrac{a\sqrt{17}}{2}; BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \tan \widehat{BSH} = \dfrac{BH}{SH} = \sqrt{\dfrac{3}{17}} \Rightarrow \alpha \approx 22°47'$



Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính sin của góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAB).

A. $\dfrac{\sqrt{85}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{51}}{17}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$.

Hướng dẫn giải:

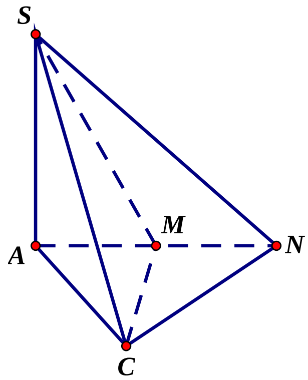
Gọi M là trung điểm AB

$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow CM \perp AB \\ SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CM\end{array}\right\} \Rightarrow CM \perp (SAB)$

$\Rightarrow (SC,(SAB)) = (SC,SM) = \widehat{CSM}$

$CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; AM = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a}{2}; SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{5}$

$\Rightarrow \sin(SC,(SAB)) = \sin \widehat{CSM} = \dfrac{CM}{SC} = \dfrac{\sqrt{15}}{10}$



Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a; SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi α là góc giữa SC và mặt phẳng (SAB). Khi đó $\tan\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau:

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{17}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{51}}{17}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{17}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{17}$.

Hướng dẫn giải:

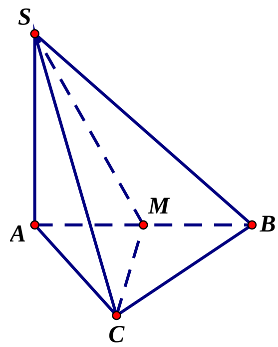
Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow CM \perp AB$

$$\left.\begin{matrix} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SM$$

$$\Rightarrow \alpha = (SC,(SAB)) = (SC,SM) = \widehat{CSM}$$

$$CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$$

$$\tan\alpha = \tan\widehat{CSM} = \frac{CM}{SM} = \frac{\sqrt{51}}{17}$$



Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔSAB đều cạnh a, ΔABC vuông cân tại B và $(SAB) \perp (ABC)$. Tính góc giữa SC và (ABC)?

A. $\alpha \approx 37°45'$. **B.** $\alpha \approx 39°12'$. **C.** $\alpha \approx 46°73'$. **D.** $\alpha \approx 52°67'$.

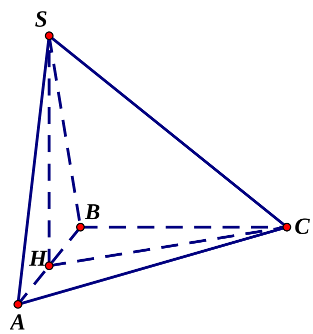
Hướng dẫn giải:

Lấy H là trung điểm của AB.

$$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC,(ABC)) = \widehat{SCH}$$

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; CH = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan\widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \sqrt{\frac{3}{5}} \Rightarrow \alpha \approx 37°45'$$



Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 60^o$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy (ABC).

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

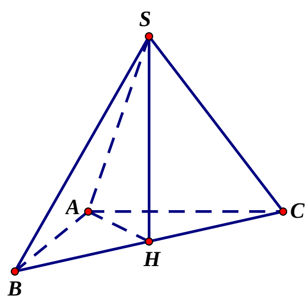
Gọi H là trung điểm của BC.

$$\Rightarrow SH \perp (ABC)$$

$$\Rightarrow (SA,(ABC)) = (SA,AH) = \widehat{SAH}$$

$$SH = a\sqrt{3}; AH = \frac{1}{2}BC = a$$

$$\tan\widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} = \sqrt{3} \Rightarrow (SA,(ABC)) = \widehat{SAH} = 60°$$



Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A; $BC = a$, $SA = SB = SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

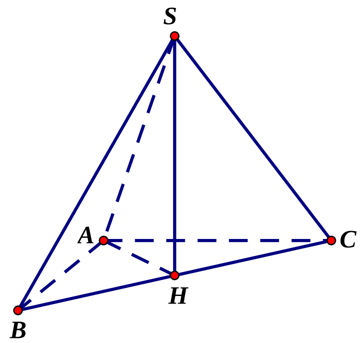
Gọi H là trung điểm của BC

ΔABC vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow (SA,(ABC)) = (SA,HA) = \widehat{SAH}$

$AH = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$

$\cos\widehat{SAH} = \dfrac{AH}{SA} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (SA,(ABC)) = 30°$



Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết tam giác SBC là tam giác đều. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

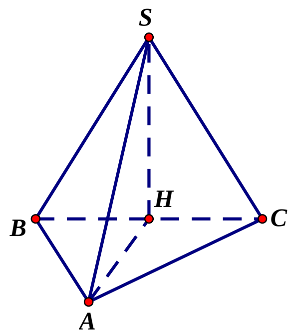
Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của BC.

$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow (SA,(ABC)) = (SA,HA) = \widehat{SAH}$

$\left.\begin{array}{l} \Delta ABC = \Delta SBC\,(c.c.c) \Rightarrow SH = AH \\ SH \perp AH \end{array}\right\}$

$\Rightarrow (SA,(ABC)) = \widehat{SAH} = 45°$



Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cạnh huyền $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Biết $SB = a$. Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

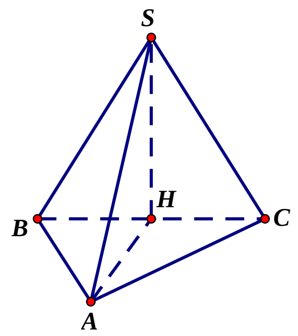
Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của BC.

$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow (SA,(ABC)) = (SA, HA) = \widehat{SAH}$

$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow \tan\widehat{SAH} = \dfrac{SH}{AH} = \sqrt{3} \Rightarrow (SA,(ABC)) = \widehat{SAH} = 60°$



Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết SC tạo với đáy một góc $60°$, M là trung điểm của BC. Côsin góc giữa SM và mặt đáy là:

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của AB

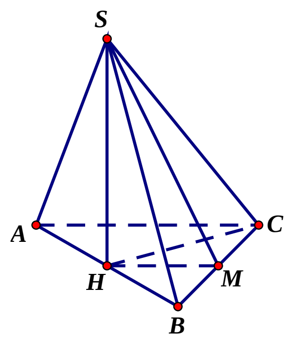
$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow (SM,(ABC)) = (SM, HM) = \widehat{SMH}$

$(SC,(ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} = 60°$

$CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SH = CH.\tan 60° = \dfrac{3a}{2}$

$HM = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

$\Rightarrow \cos(SM,(ABC)) = \cos\widehat{SMH} = \dfrac{HM}{SM} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$



Câu 21. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và đường cao SH bằng cạnh đáy. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

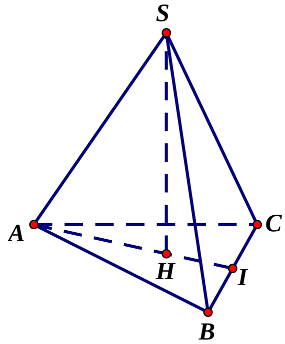
Hướng dẫn giải:

$SH \perp (ABC) \Rightarrow (SA,(ABC)) = (SA, HA) = \widehat{SAH}$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow AH = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$\tan\widehat{SAH} = \dfrac{SH}{HA} = \sqrt{3} \Rightarrow (SA,(ABC)) = \widehat{SAH} = 60°$



Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB = AC = 4a, \widehat{BAC} = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AB, ΔSAM là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa SN và (ABC) là:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của $AM \Rightarrow SH \perp (ABC)$

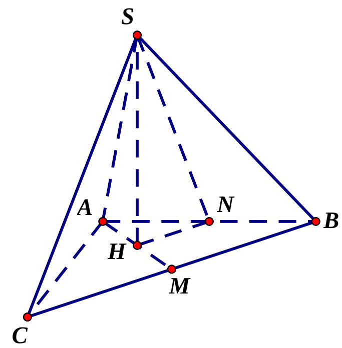
$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\widehat{BAC}} = 4a\sqrt{3}$

$AH = \dfrac{1}{2}AM = \dfrac{1}{2}.\sqrt{\dfrac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4}} = a$

$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a, HN = \dfrac{1}{4}BC = a\sqrt{3}$

$SH \perp (ABC) \Rightarrow (SN,(ABC)) = (SN, NH) = \widehat{SNH}$

$\tan\widehat{SNH} = \dfrac{HN}{SH} = \sqrt{3} \Rightarrow (SN,(ABC)) = \widehat{SNH} = 60°$



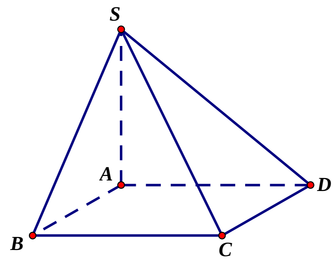
Câu 23. Cho chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{6}$. Tính góc α giữa SC và mặt phẳng (SAD)?

A. $\alpha \approx 20°42'$. **B.** $\alpha \approx 20°70'$. **C.** $\alpha \approx 69°17'$. **D.** $\alpha \approx 69°30'$.

Hướng dẫn giải:

$\left.\begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SC,(SAD)) = \widehat{CSD}$

$\tan\widehat{CSD} = \dfrac{CD}{SD} = \dfrac{1}{\sqrt{7}} \Rightarrow \widehat{CSD} \approx 20°42'$



Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$ .Tính góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABD).

A. $90°$. **B**. $60°$. **C**. $45°$. **D**. $30°$.

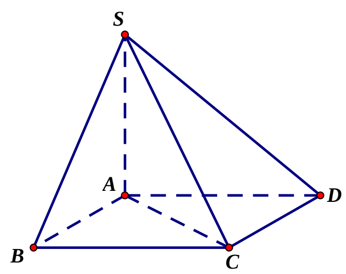
Hướng dẫn giải:

$SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SC,(ABD)) = (SC,(ABCD)) = (SC,AC) = \widehat{SCA}$

$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{SA}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow (SC,(ABD)) = \widehat{SCA} = 60°$



Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính tan của góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$.

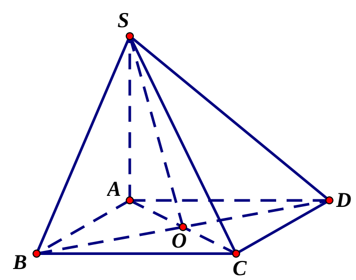
A. $2\sqrt{2}$. **B**. $\sqrt{3}$. **C**. 2. **D**. 1.

Hướng dẫn giải:

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SO,(ABCD)) = (SO,OA) = \widehat{SOA}$

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \tan(SO,(ABCD)) = \tan\widehat{SOA} = \dfrac{SA}{OA} = 2\sqrt{2}$



Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên $SA = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC. Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $90°$. **B**. $60°$. **C**. $45°$. **D**. $30°$.

Hướng dẫn giải:

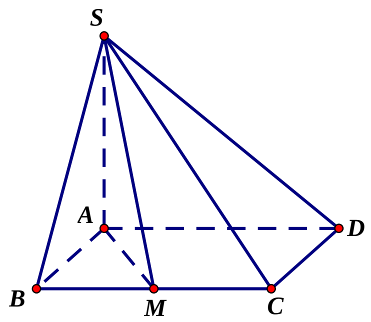
$SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SM,(ABCD)) = (SM, AM) = \widehat{SMA}$

$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

$\tan \widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow (SM,(ABCD)) = \widehat{SMA} = 60°$



Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính côsin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD).

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

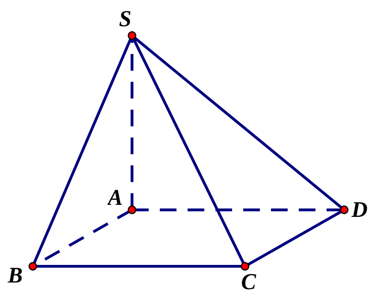
Hướng dẫn giải:

$\left.\begin{matrix} BA \perp AD \\ BA \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BA \perp (SAD)$

$\Rightarrow (SB,(SAD)) = (SB, SA) = \widehat{BSA}$

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$

$\Rightarrow \cos(SB,(SAD)) = \cos \widehat{BSA} = \dfrac{SA}{SB} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$



Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; SA vuông góc với đáy và $SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và $(ABCD)$, khi đó số đo góc α bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

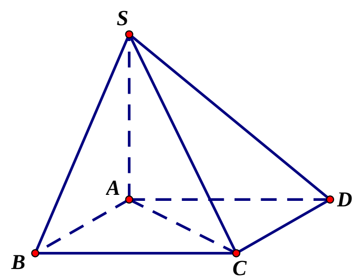
Hướng dẫn giải:

$SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \alpha = (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$

$AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = \widehat{SCA} = 30°$



Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$, $SA=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Tính sin góc giữa AC và (SCD).

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{2}{5}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

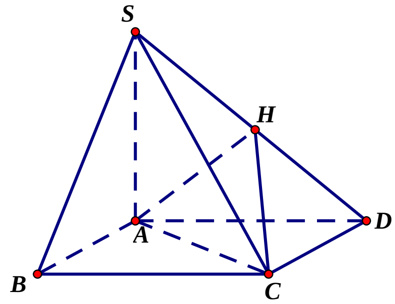
Hướng dẫn giải:

Kẻ $AH\perp SD\Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow AH\perp HC$

$\Rightarrow(AC,(SCD))=(AC,CH)=\widehat{ACH}$

$AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AH=\dfrac{SA.SD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$

$\Rightarrow\sin(AC,(SCD))=\sin\widehat{ACH}=\dfrac{AH}{AC}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$



Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{6}$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng:

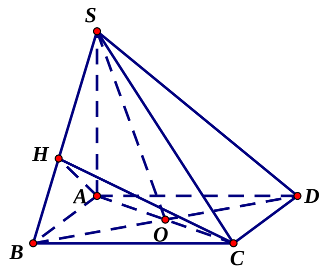
A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Hướng dẫn giải:

$SA\perp(ABCD)\Rightarrow(SC,(ABCD))=(SC,AC)=\widehat{SCA}$

$AC=a\sqrt{2}\Rightarrow\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow(SC,(ABCD))=60^\circ$



Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Góc giữa SC và (SAB) bằng α. Khi đó $\tan\alpha$ nhận giá trị nào sau đây?

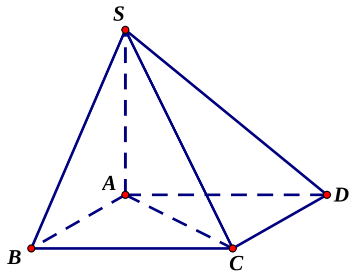
A. $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\tan\alpha=\sqrt{2}$. **C.** $\tan\alpha=1$. **D.** $\tan\alpha=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

$SC \perp (SAB) \Rightarrow (SC,(SAB)) = (SC,SB) = \widehat{BSC}$

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow \tan(SC,(SAB)) = \tan\widehat{BSC} = \dfrac{BC}{SB} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$



Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc α giữa SB và (SAC) thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{14}$. **D.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{14}$.

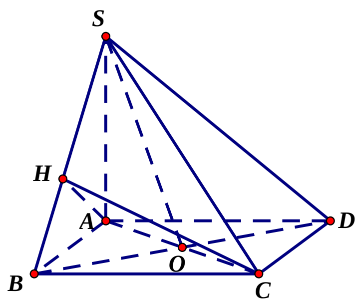
Hướng dẫn giải:

$\left.\begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

$\Rightarrow \alpha = (SB,(SAC)) = (SB,SO) = \widehat{BSO}$

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{7}, BO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \sin(SB,(SAC)) = \sin\widehat{BSO} = \dfrac{BO}{SB} = \dfrac{\sqrt{14}}{14}$



Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc α giữa AC và (SBC) thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Hướng dẫn giải:

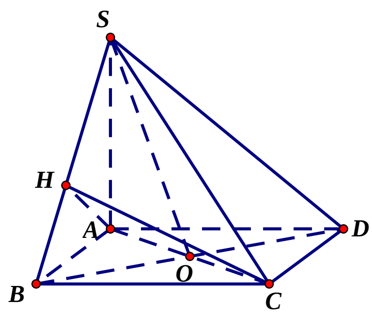
Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow BC \perp AH$

$\left.\begin{array}{l} BC \perp AH \\ AH \perp SB \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow \alpha = (AC,(SBC)) = (AC,HC) = \widehat{ACH}$

$AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{a\sqrt{42}}{7}$

$\Rightarrow \sin(AC,(SBC)) = \sin\widehat{ACH} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$



Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc gữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính tan của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

$45° = (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$

$\Rightarrow SA = AC = 2a\sqrt{2}$

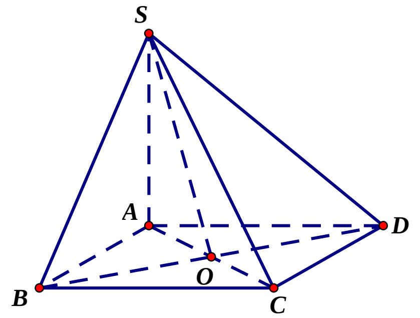
Gọi $O = AC \cap BD$

$\left.\begin{matrix} DO \perp AC \\ DO \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow DO \perp (SAC)$

$\Rightarrow (SD,(SAC)) = (SD, SO) = \widehat{DSO}$

$DO = \frac{1}{2}BD = a\sqrt{2}; SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = a\sqrt{10}$

$\Rightarrow \tan(SD,(SAC)) = \tan\widehat{DSO} = \frac{OD}{OS} = \frac{\sqrt{5}}{5}$



Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $B, AD = 2a$, $AB = BC = a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Tính góc giữa SD và mặt phẳng (SAC)?

A. $\alpha \approx 24°5'$. **B.** $\alpha \approx 34°15'$. **C.** $\alpha \approx 62°8'$. **D.** $\alpha \approx 73°12'$.

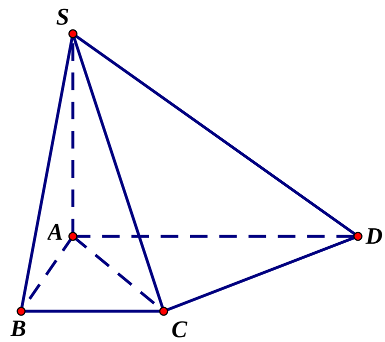
Hướng dẫn giải:

$\left.\begin{matrix} DC \perp AC \\ DC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow (SD,(SAC)) = \widehat{DSC}$

$(SC,(ABCD)) = \widehat{SCA} = 60°$

$SA = a\sqrt{6}, SD = a\sqrt{10}, CD = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow \tan\widehat{DSC} = \frac{CD}{SD} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha \approx 24°5'$



Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAD).

A. $30°$.	**B**. $45°$.	**C**. $60°$.	**D**. $90°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm AD

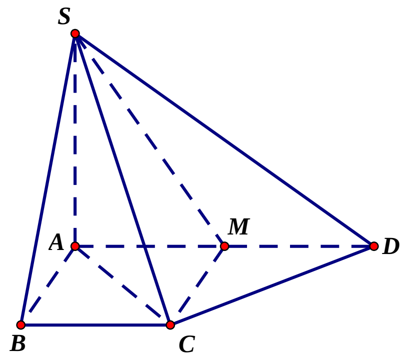
$\Rightarrow ABCM$ là hình vuông $\Rightarrow CM \perp AD$.

$\left.\begin{matrix} CM \perp AD \\ CM \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow CM \perp (SAD)$

$\Rightarrow (SC,(SAD)) = (SC, SM) = \widehat{CSM}$

$\tan \widehat{CSM} = \dfrac{CM}{SM} = \dfrac{AB}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow (SC,(SAD)) = \widehat{CSM} = 30°$



Câu 37. Cho ΔSAB đều và hình vuông $ABCD$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$?

A. $\alpha \approx 15°62'$.	**B.** $\alpha \approx 18°35'$.	**C.** $\alpha \approx 37°45'$.	**D.** $\alpha \approx 63°72'$.

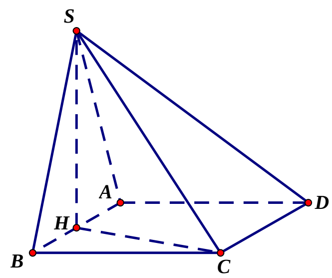
Hướng dẫn giải:

Lấy H là trung điểm của AB.

$SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = \widehat{SCH}$

$SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; CH = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

$\tan \widehat{SCH} = \dfrac{SH}{CH} = \sqrt{\dfrac{3}{5}} \Rightarrow \alpha \approx 37°45'$



Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\sqrt{3}$.	**B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.	**C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.	**D.** $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải:

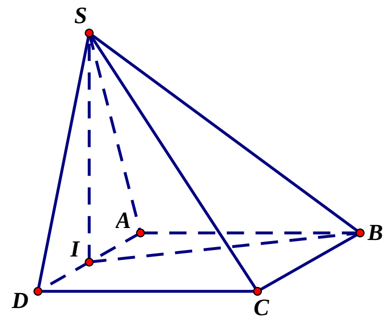
Gọi I là trung điểm của AD.

$\Rightarrow SI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SB,(ABCD)) = (SB, IB) = \widehat{SBI}$

$SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; IB = \sqrt{AI^2 + AB^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow \tan(SB,(ABCD)) = \tan\widehat{SBI} = \dfrac{SI}{IB} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$



Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD. Tính tan của góc tạo bởi giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SHK).

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I = HK \cap AC$.

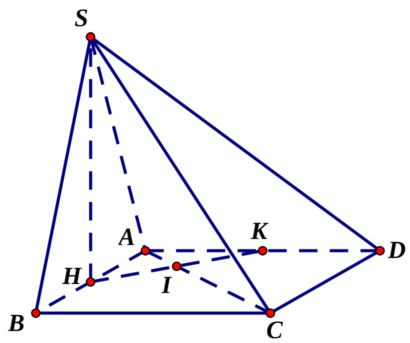
Do H, K lần lượt là trung điểm của AB và AD nên $HK \,//\, BD$.

$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow HK \perp AC \\ AC \perp SH\end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp (SHK)$

$\Rightarrow (SA,(SHK)) = (SA, SI) = \widehat{ASI}$

$AI = \dfrac{1}{4}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}; SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{4}$

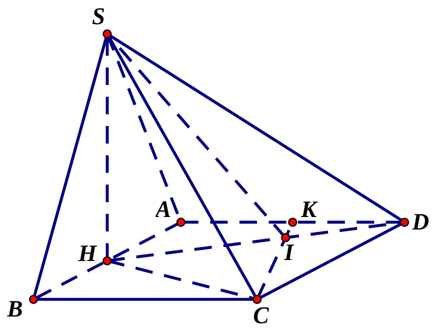
$\Rightarrow \tan(SA,(SHK)) = \tan\widehat{ASI} = \dfrac{AI}{SI} = \dfrac{\sqrt{7}}{7}$

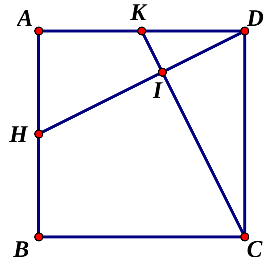


Câu 40. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H là trung điểm của AB. Côsin góc giữa SC và (SHD) là:

A. $\sqrt{\dfrac{3}{5}}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{5}{3}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{2}{5}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

Hướng dẫn giải:





Gọi K là trung điểm của $AD \Rightarrow CK \perp HD$

$SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}, HC = HD = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}, SC = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SHC$ vuông tại H

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CK \\ CK \perp HD \end{array}\right\} \Rightarrow CK \perp (SHD) \Rightarrow (SC,(SHD)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$$

$$CI = \frac{CD^2}{CK} = \frac{CD^2}{\sqrt{DK^2 + CD^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos(SC,(SHD)) = \cos\widehat{CSI} = \frac{CI}{SC} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

Câu 41. Cho chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Tính tan của góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

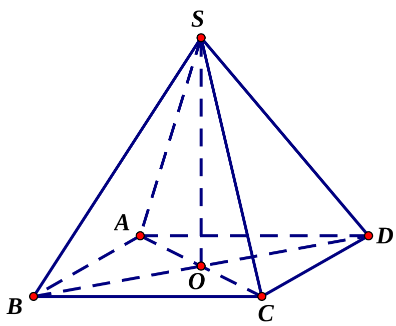
Gọi O là tâm mặt đáy $(ABCD)$.

$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SA,(ABCD)) = (SA, AO) = \widehat{SAO}$

$OA = OB = \dfrac{1}{2}AC = \sqrt{2}; SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{7}$

$\Rightarrow \tan(SA,(ABCD)) = \tan\widehat{SAO} = \dfrac{SO}{AO} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$



Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của H của đoạn thẳng AO. Tính tan của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

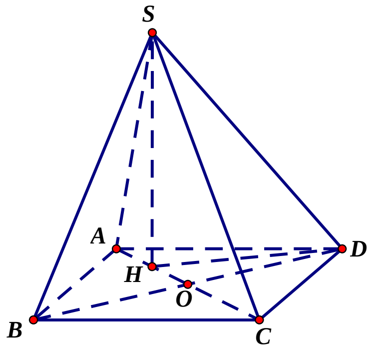
$SH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow (SD,(ABCD)) = (SD,HD) = \widehat{SDH}$

$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$

$DH = \sqrt{AH^2 + AD^2 - 2AH.AD.\cos 45^0} = a\sqrt{10}$

$\Rightarrow \tan(SD,(ABCD)) = \tan\widehat{SDH} = \dfrac{SH}{HD} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$



Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a,\ AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác ABC và $SH = \dfrac{a}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và SC. Tính tan của góc giữa đường thẳng MN với mặt đáy $(ABCD)$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

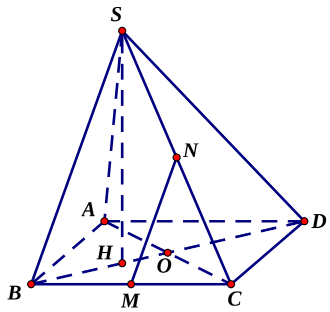
Hướng dẫn giải:

$MN /\!/ SB \Rightarrow (MN,(ABCD)) = (SB,(ABCD))$

$SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SB,(ABCD)) = (SB,HB) = \widehat{SBH}$

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a;\ BH = \dfrac{BD}{3} = \dfrac{2a}{3}$

$\Rightarrow \tan(MN,(ABCD)) = \tan\widehat{SBH} = \dfrac{SH}{BH} = \dfrac{3}{4}$



Câu 44. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là trọng tâm G của ΔABD. Biết $SG = 2a$. Côsin góc giữa SD và $(ABCD)$ là:

A. $\sqrt{\dfrac{5}{21}}$. **B.** $-\sqrt{\dfrac{5}{21}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{5}{41}}$. **D.** $-\sqrt{\dfrac{5}{41}}$.

Hướng dẫn giải:

$SG \perp (ABCD)$

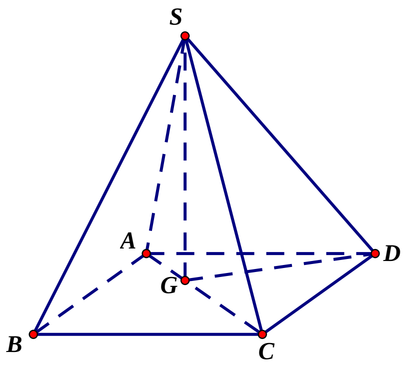
$\Rightarrow (SD,(ABCD)) = (SD,DG) = \widehat{SDG}$

$AG = \dfrac{1}{3}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

$GD = \sqrt{AG^2 + AD^2 - 2AG.AD.\cos 45^\circ} = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow SD = \sqrt{SG^2 + DG^2} = \dfrac{a\sqrt{41}}{3}$

$\Rightarrow \cos(SD,(ABCD)) = \cos\widehat{SDG} = \dfrac{GD}{SD} = \sqrt{\dfrac{5}{41}}$



Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a, SO vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và BC. Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng $(ABCD)$, biết $MN = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 120°.

Hướng dẫn giải:

Kẻ $MK \,//\, SO$

$SO \perp (ABCD) \Rightarrow MK \perp (ABCD)$

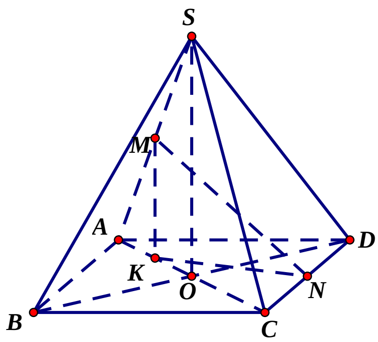
$\Rightarrow (MN,(ABCD)) = (MN,NK) = \widehat{MNK}$

$CK = \dfrac{3}{4}CA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$

$\cos 45^\circ = \dfrac{CN^2 + CK^2 - KN^2}{2CN.CK} \Rightarrow KN = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$

$\cos\widehat{MNK} = \dfrac{NK}{MN} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow (MN,(ABCD)) = \widehat{MNK} = 60^\circ$



Câu 46. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

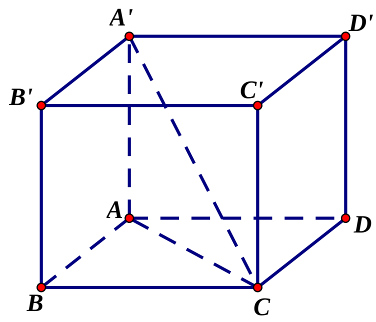
Hướng dẫn giải:

$AA'\perp(ABCD)$

$\Rightarrow(A'C,(ABCD))=(A'C,AC)=\widehat{A'CA}$

$\tan\widehat{A'CA}=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{2a}{2a}=1$

$\Rightarrow(A'C,(ABCD))=\widehat{A'CA}=45°$



Câu 47. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA'=4$. Tính góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

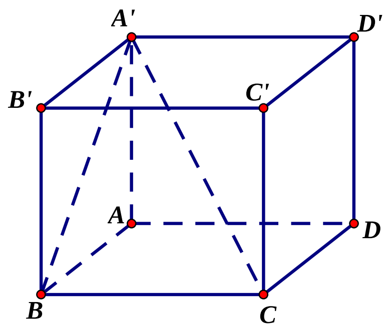
$\left.\begin{array}{l}BC\perp AB\\BC\perp AA'\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(AA'B'B)$

$\Rightarrow(A'C,(AA'B'B))=(A'C,A'B)=\widehat{CA'B}$

$BC\perp(AA'B'B)\Rightarrow BC\perp BA'$

$\Rightarrow\tan\widehat{CA'B}=\dfrac{BC}{A'B}=\dfrac{BC}{\sqrt{AA'^2+AB^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow(A'C,(AA'B'B))=\widehat{CA'B}=30°$



Câu 48. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^0$. Hình chiếu vuông góc của B' xuống mặt đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy và cạnh bên $BB'=a$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $O=AC\cap BD$.

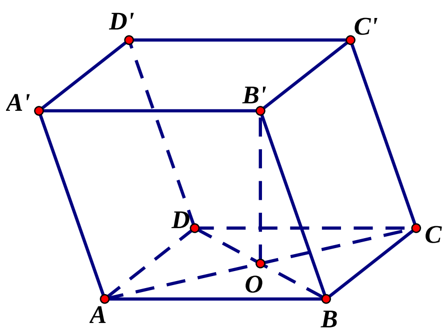
$\Rightarrow B'O\perp(ABCD)$

$\Rightarrow(BB',(ABCD))=(BB',BO)=\widehat{B'BO}$

$BO=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{a}{2}$

$\cos\widehat{B'BO}=\dfrac{BO}{BB'}=\dfrac{1}{2}$

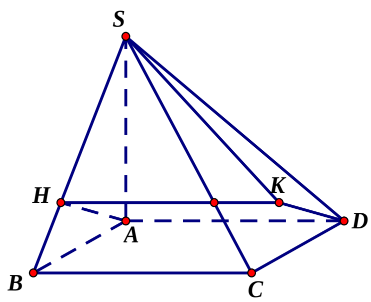
$\Rightarrow(BB',(ABCD))=\widehat{B'BO}=60^0$



Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $4a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tam giác SAB có diện tích bằng $\frac{8a^2\sqrt{6}}{3}$. Côsin góc giữa SD và (SBC) là:

A. $\frac{\sqrt{19}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{5}$. **C.** $\frac{6}{25}$. **D.** $\frac{19}{25}$.

Hướng dẫn giải:



$$\left.\begin{matrix}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\end{matrix}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$$

Kẻ $AH\perp SB\Rightarrow AH\perp(SBC)$

Dựng điểm K sao cho $AHKD$ là hình bình hành

$\Rightarrow K\in(SBC), DK\perp(SBC)$

$$SB=SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=\frac{4a\sqrt{15}}{3}$$

$$SA=\frac{2S_{SAB}}{AB}=\frac{4a\sqrt{6}}{3}; SH=\frac{SA^2}{SB}=\frac{8a}{\sqrt{15}}; HK=AD=4a$$

$$SK=\sqrt{SH^2+HK^2}=\frac{4a\sqrt{285}}{15}$$

$$DK\perp(SBC)\Rightarrow(SD,(SBC))=(SD,SK)=\widehat{DSK}$$

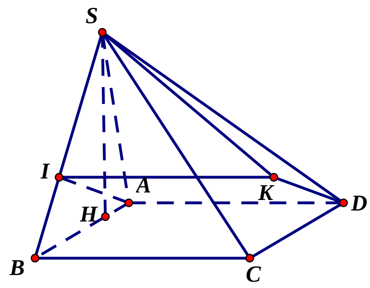
$$\Rightarrow\cos(SD,(SBC))=\cos\widehat{DSK}=\frac{SK}{SD}=\frac{\sqrt{19}}{5}$$

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=4a, AD=a\sqrt{3}$. Điểm H nằm trên AB thỏa mãn $AH=\frac{1}{3}HB$. Hai mặt phẳng (SHC) và (SHD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA=a\sqrt{5}$. Côsin góc giữa SD và (SBC) là:

A. $\sqrt{\frac{5}{12}}$. **B.** $\sqrt{\frac{5}{13}}$. **C.** $\sqrt{\frac{4}{13}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải:

$$\left.\begin{matrix}(SHC)\perp(ABCD)\\(SHD)\perp(ABCD)\end{matrix}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$$



Kẻ $AI\perp SB\Rightarrow AI\perp(SBC)$

Dựng điểm K sao cho $AIKD$ là hình bình hành

$\Rightarrow K\in(SBC), DK\perp(SBC)$

$$BH=\frac{3}{4}AB=3a; AH=\frac{1}{4}AB=a; IK=AD=a\sqrt{3}$$

$$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=2a; SB=\sqrt{SH^2+BH^2}=a\sqrt{13}$$

$$\Delta BIA\backsim\Delta BHS\,(g.g)\Rightarrow\frac{BI}{BH}=\frac{IA}{HS}=\frac{BA}{BS}\Rightarrow BI=\frac{BH.BA}{BS}=\frac{12a}{\sqrt{13}}$$

$$SI=SB-BI=\frac{a}{\sqrt{13}}; SK=\sqrt{SI^2+IK^2}=\frac{2a\sqrt{10}}{\sqrt{13}}$$

$$HD=\sqrt{AH^2+AD^2}=2a; SD=\sqrt{SH^2+HD^2}=2a\sqrt{2}$$

$$KD\perp(SBC)\Rightarrow(SD,(SBC))=(SD,SK)=\widehat{DSK}$$

$$\Rightarrow\cos(SD,(SBC))=\cos\widehat{DSK}=\frac{SK}{SD}=\sqrt{\frac{5}{13}}$$

HOC24H.VN

GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

Giáo viên: **Vũ Văn Ngọc**

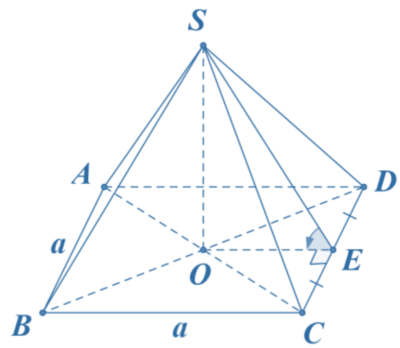
ĐÁP ÁN

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 75°

Lời giải

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và E là trung điểm của CD.



$\Rightarrow OE$ là đường trung bình của ΔACD.

$\Rightarrow \begin{cases} OE \parallel AD \\ OE = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2} \end{cases}$. Vì $OE \parallel AD \Rightarrow OE \perp CD$.

Vì $\begin{cases} CD \perp OE \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOE) \Rightarrow CD \perp SE$

Vì $\begin{cases} (ABCD) \cap (SCD) = CD \\ SE \perp CD \\ OE \perp CD \end{cases} \Rightarrow \left((ABCD),(SCD)\right) = (SE,OE) = SEO$

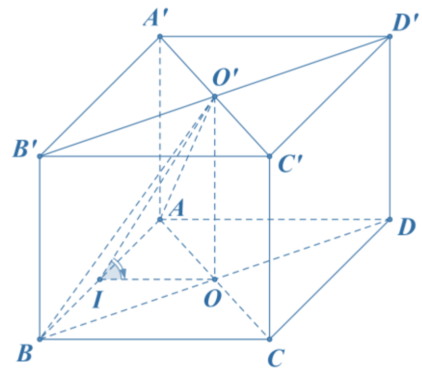
Xét ΔSEO vuông tại O, ta có: $\tan SEO = \frac{SO}{OE} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow SEO = 60^\circ$

Vậy $\left((ABCD),(SCD)\right) = SEO = 60^\circ \Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và α là góc giữa hai mặt phẳng $(O'AB)$ và $(ABCD)$. Góc α thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\tan\alpha = 2$. **C.** $\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$

Lời giải



Kẻ $OI \perp AB$. Nối $O'I$

$\Rightarrow \left((O'AB),(ABCD)\right) = (OI, O'I) = O'IO = \alpha$.

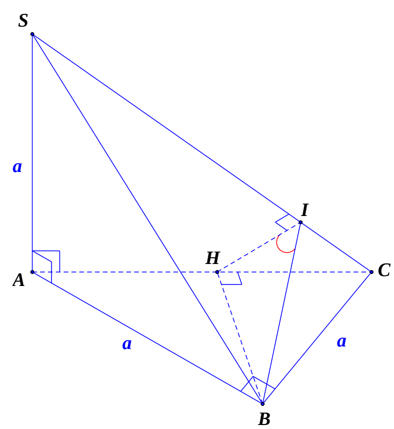
Có: $OI = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$; $OO' = a \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{OO'}{OI} = \dfrac{a}{\frac{a}{2}} = 2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B***

Câu 3: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$; SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Góc α giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 75°.

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC$, mà $BH \perp SA \Rightarrow BH \perp (SAC)$

Khi đó ta coi B là đỉnh, mp (SAC) là đáy và H là chân đường cao.

Từ H kẻ $HI \perp SC$, nối BI.

$\Rightarrow \left((BSC),(SAC)\right) = (HI, IB) = HIB = \alpha$

Có: $BH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Do $\begin{cases} BC \perp SB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

Mà ΔSAB vuông cân tại $A \Rightarrow SB = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = a\sqrt{3}$. Lại có $\begin{cases} SC \perp HI \\ SC \perp BH \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BHI) \Rightarrow SC \perp BI$

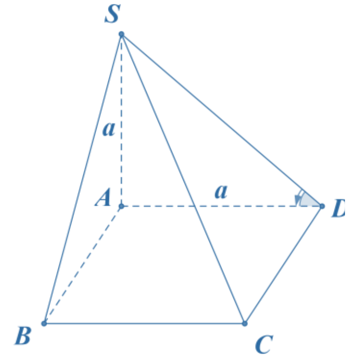
$\Rightarrow BI=\dfrac{SB.BC}{SC}=\dfrac{a\sqrt{2}.a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Mà ΔBHI vuông tại $H \Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{HB}{BI}=\dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \alpha=60^\circ$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáylà hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là φ, khi đó $\tan\varphi$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\tan\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\tan\varphi=1$. **C.** $\tan\varphi=\sqrt{2}$. **D.** $\tan\varphi=\sqrt{3}$

Lời giải



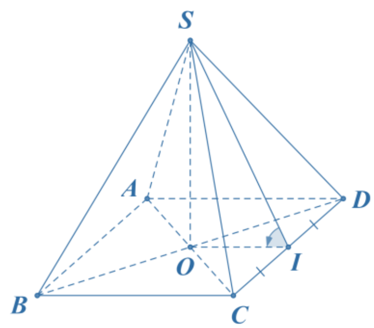
Theo chú ý ta có: $\left((SCD),(ABCD)\right)=SDA=\varphi$

Mà ΔSAD vuông tại A nên $\tan\varphi=\dfrac{SA}{AD}=1\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B***

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Biết $SO\perp(ABCD)$, $SO=a\sqrt{3}$ và đường tròn nội tiếp đáy $ABCD$ có bán kính bằng a. Góc hợp bởi mỗi mặt bên với đáy bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 75°.

Lời giải



Kẻ $OI\perp CD$, nối $SI \Rightarrow \left((SCD),(ABCD)\right)=(OI,SI)=SIO=\alpha$

Đường tròn nội tiếp đáy $ABCD$ có bán kính bằng $a \Rightarrow OI=a$

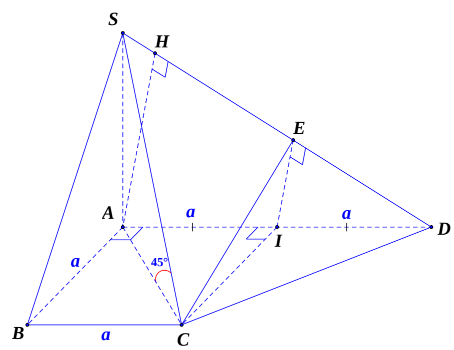
ΔSIO vuông tại $O \Rightarrow \tan\alpha=\dfrac{SO}{OI}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^\circ$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, SA vuông góc với $(ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Nếu góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° thì góc giữa mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** $\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** 45°.

Lời giải



Kẻ $CI \perp AD$, lại có $CI \perp SA \Rightarrow CI \perp (SAD)$

Khi đó ta coi mặt phẳng (SAD) là đáy, C là đỉnh và I là chân đường cao

Theo chú ý, từ chân đường cao I kẻ $IE \perp SD$, nối EC

$$\Rightarrow ((SCD),(SAD)) = (CE, IE) = CEI = \alpha$$

Hình chiếu vuông góc của SC lên mp$(ABCD)$ là $AC \Rightarrow (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = SCA = 45^\circ$

$$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$$

Theo tính chất, dễ dàng có I là trung điểm AD và $CI = AB = a$.

Kẻ $AH \perp SD \Rightarrow IE$ là đường trung bình trong tam giác SAD, mà $AH = \frac{SA.AD}{SD} = \frac{a\sqrt{2}.2a}{\sqrt{2a^2 + 4a^2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow IE = \frac{AH}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Do $CI \perp (SAD) \Rightarrow CI \perp IE \Rightarrow \Delta CIE$ vuông tại $I \Rightarrow \tan\alpha = \frac{CI}{IE} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow$

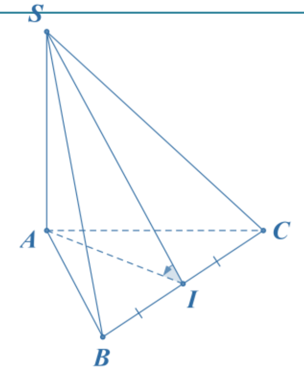
Chọn đáp án A

Câu 7: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$ và SA vuông góc với đáy. Để thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $a^3\sqrt{3}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Từ chân đường cao A kẻ $AI \perp BC$, nối $SI \Rightarrow ((SBC),(ABC)) = (SI, AI) = SIA = \alpha$



Đáy là tam giác đều $\Rightarrow AI$ là đường trung tuyến đồng thời đường cao

$\Rightarrow AI = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$. Lại có: ΔSAI vuông tại A

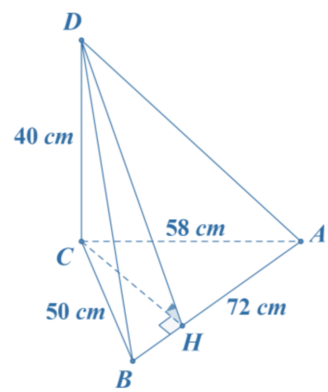
$\Rightarrow SA = AI.\tan\alpha = a\sqrt{3}.\tan\alpha \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}.\tan\alpha = a^3.\tan\alpha$

$\Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow$ ***Chọn đáp án A***

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 72cm$, $CA = 58cm$, $BC = 50cm$, $CD = 40cm$, và $CD \perp (ABC)$. Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** Đáp án khác.

Lời giải



Từ chân đường cao C kẻ $CH \perp AB$, nối DH

$\Rightarrow \big((ABD),(ABC)\big) = (DH,CH) = DHC = \alpha$

Đặt $p = \dfrac{AB + AC + BC}{2} = 90 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 1440\,\text{cm}^2$

Lại có: $CH = \dfrac{2.S_{\Delta ABC}}{AB} = \dfrac{2.1440}{72} = 40\,\text{cm}$

$\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{DC}{HC} = \dfrac{40}{40} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow$ ***Chọn đáp án A***

Câu 9: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ góc $BAC = 120^\circ$, $BB' = a$ và I là trung điểm của CC'. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{3}{10}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

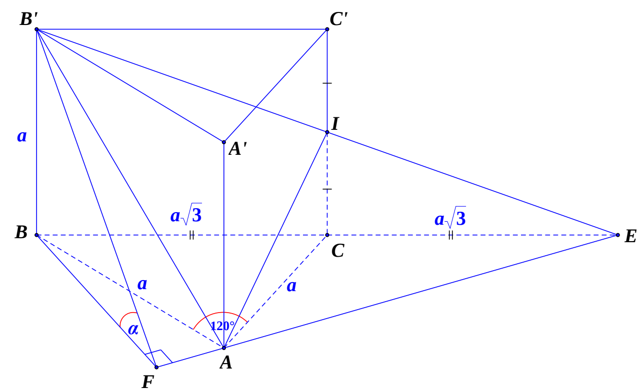
Kéo dài $B'I$ cắt BC tại $E \Rightarrow AE = (AB'I) \cap (ABC)$

Từ chân đường cao B kẻ $BF \perp AE$, nối $B'F$ $\Rightarrow \big((AB'I),(ABC)\big) = (BF,B'F) = B'FB = \alpha$

Do I là trung điểm CC' $\Rightarrow E$ và B đối xứng qua C

$\Rightarrow AC$ là đường trung tuyến trong ΔABE

$\Rightarrow S_{\Delta ABE} = 2S_{\Delta ABC} = 2.\frac{1}{2}.AB.AC.\sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$



Do ΔABC cân tại A

$\Rightarrow \ BCA = \frac{180^\circ - BAC}{2} = 30^\circ \Rightarrow ACE = 180^\circ - BCA = 150^\circ$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ACE ta có: $AE^2 = AC^2 + CE^2 - 2.AC.CE.\cos ACE = 7a^2 \Rightarrow AE = a\sqrt{7}$

Xét ΔABE có BF là đường cao $\Rightarrow BF = \frac{2.S\Delta ABE}{AE} = \frac{2.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

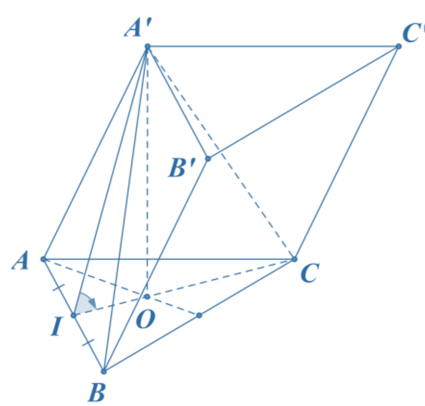
Lại có: $\Delta B'BF$ vuông tại $B \Rightarrow B'F = \frac{a\sqrt{70}}{7} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{BF}{B'F} = \frac{a\sqrt{21}}{7} : \frac{a\sqrt{70}}{7} = \sqrt{\frac{3}{10}} \Rightarrow$ ***Chọn đáp án B***

Câu 10: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, $A'A = A'B = A'C = m$. Để góc giữa mặt bên $(ABB'A')$ và mặt đáy bằng 60° thì giá trị của m là

A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Do $A'A = A'B = A'C = m \Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp O của ΔABC.



Mà ΔABC đều $\Rightarrow O$ là trọng tâm ΔABC.

Từ chân đường cao O kẻ $OI \perp AB$, nối $A'I$

$\Rightarrow \left((ABB'A'),(ABC)\right) = (A'I, OI) = A'IO = 60^\circ$

Có: $OI = \frac{1}{3}CI = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow A'O = OI.\sqrt{3} = \frac{a}{2}$ và $OA = OC = \frac{2}{3}CI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

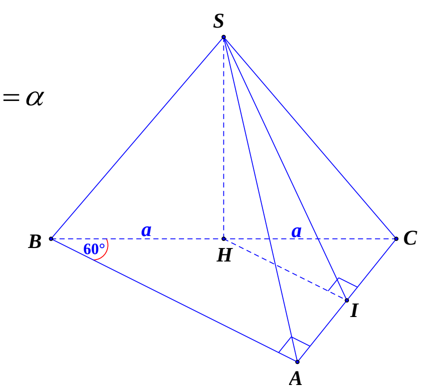
Mà $\Delta A'AO$ vuông tại $O \Rightarrow AA' = \sqrt{A'O^2 + OA^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$ $\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C***

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $ABC = 60^\circ$, tam giác SBC là tam giác đều có bằng cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC).

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Trong tam giác SBC kẻ $SH \perp BC$, do $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$



Từ chân đường cao H kẻ $HI \perp AC$, nối $SI \Rightarrow \big((SAC),(ABC)\big) = (HI, SI) = SIH = \alpha$

ΔSBC đều cạnh $2a \Rightarrow HB = HC = a; \sin HCI = \dfrac{HI}{HC} \Rightarrow HI = HC.\sin 30^\circ = \dfrac{a}{2}$

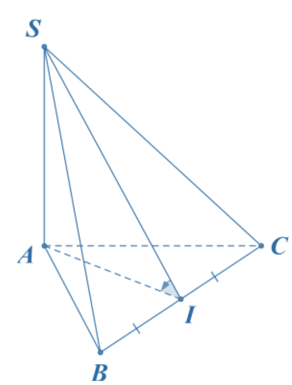
và $SH = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{SH}{HI} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\dfrac{a}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow$ ***Chọn đáp án B***

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Tính sin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Từ chân đường cao A kẻ $AI \perp BC$, nối $SI \Rightarrow \big((SBC),(ABC)\big) = (SI, AI) = SIA = \alpha$



ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có ΔSAI vuông tại $A \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{SA}{SI} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + \dfrac{3a^2}{4}}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D***

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính cot của góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Ta có $\left((SCD),(ABCD)\right) = SDA = \alpha$. ΔSAD vuông tại $A \Rightarrow \cot\alpha = \frac{AD}{SA} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. $\Rightarrow$ ***Ta chọn B***

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

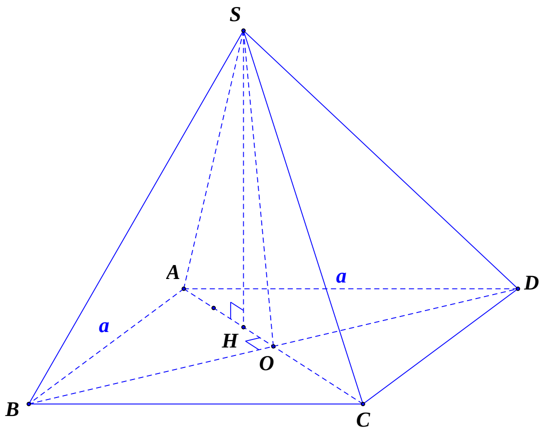
Lời giải

Tương tự câu số 1.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I, cạnh a, góc $BAD = 60^0$, $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính tan của góc tạo bởi giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** 1.

Lời giải



Do $SA = SB = SD \Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là tâm đường tròn H ngoại tiếp ΔABD.

Lại có ΔABD đều $\Rightarrow H$ là trọng tâm ΔABD

Có: $HO \perp BD \Rightarrow \left((SBD),(ABCD)\right) = (SO, HO) = SOH = \alpha$

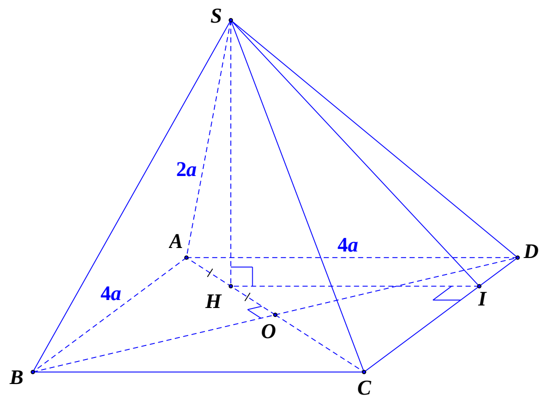
$HO = \frac{1}{3}AO = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $HA = \frac{2}{3}AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

ΔSAH vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{SH}{HO} = \sqrt{5}$. ***Ta chọn A***

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng $4a$. Cạnh bên $SA = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của H của đoạn thẳng AO. Tính $\tan$ của góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{3}$.   **B.** $\sqrt{2}$.   **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.   **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Kẻ $HI \perp CD \Rightarrow \left((SCD),(ABCD)\right) = SIH = \alpha$

Do $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow HI \parallel AD$

$\Rightarrow \dfrac{HI}{AD} = \dfrac{HC}{AC} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow HI = \dfrac{3}{4}.AD = 3a$

Có: $HA = \dfrac{1}{2}OA = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

ΔSAH vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$. Lại có $\tan\alpha = \dfrac{SH}{HI} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3a} = \dfrac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow$ ***Ta chọn D***

Câu 17: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. M là trung điểm của cạnh BC. Góc giữa hai mặt phẳng (SDM) với (SBC) bằng:

A. $\arctan\dfrac{2\sqrt{11}}{110}$.   **B.** $\arctan\dfrac{\sqrt{110}}{11}$.

C. $\arctan\dfrac{2\sqrt{110}}{33}$.   **D.** $\arctan\dfrac{2\sqrt{110}}{11}$.

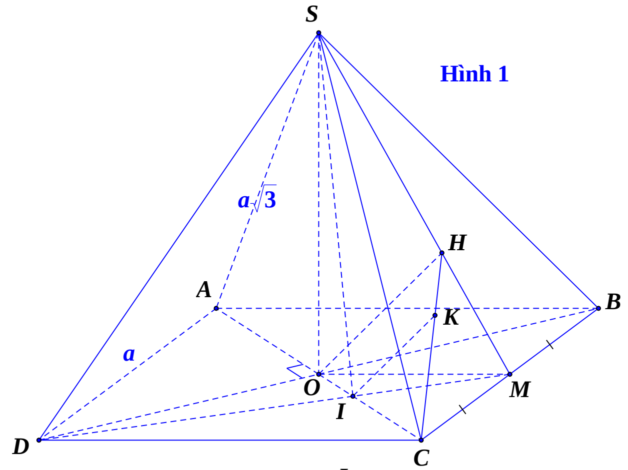
Lời giải

Kẻ $OH \perp SM$. Ta có: $\begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow BC \perp OH$, mà $OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SBC)$

Gọi $I = OC \cap DM$, kẻ $IK \parallel OH \Rightarrow K \in CH$. Khi đó $IK \perp (SBC)$

Vậy lúc này ta coi I là đỉnh, chân đường cao là K, đáy là mp$(SMC) \equiv (SBC)$ và mp $(SMI) \equiv (SDM)$

Từ chân đường cao K kẻ $KE \perp SM \Rightarrow \left((SMI),(SMC)\right) = (KE, IE) = KEI = \alpha$ (hình 2)



Xét ΔBDC có $I = OC \cap DM$; mà OC, DM là các đường trung tuyến $\Rightarrow I$ là trọng tâm ΔBDC

$$\Rightarrow \frac{IK}{OH} = \frac{KC}{HC} = \frac{IC}{OC} = \frac{2}{3}.$$

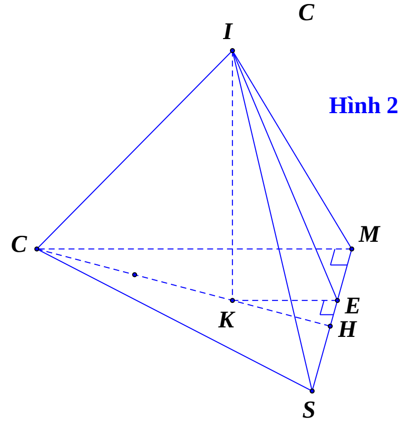
Có: $OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}; SA = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

$$\Rightarrow OH = \frac{SO.OM}{SM} = \frac{a\sqrt{110}}{22} \Rightarrow IK = \frac{2}{3}OH = \frac{a\sqrt{110}}{33}$$

Có: $\begin{cases} CM \perp OM \\ CM \perp SO \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SOM) \Rightarrow CM \perp SM \Rightarrow KE \parallel CM$

$$\Rightarrow \frac{KE}{CM} = \frac{KH}{CH} = \frac{1}{3} \Rightarrow KE = \frac{1}{3}CM = \frac{a}{6}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{IK}{KE} = \frac{a\sqrt{110}}{33} : \frac{a}{6} = \frac{2\sqrt{110}}{11} \Rightarrow \alpha = \arctan\frac{2\sqrt{110}}{11}$$



$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***