

# CHỦ ĐỀ

## KĨ THUẬT CHUẨN HÓA TRONG GIẢI TOÁN ĐIỆN XOAY CHIỀU

### I. CƠ SỞ CỦA KĨ THUẬT CHUẨN HÓA SỐ LIỆU

+ Để hiểu hơn về kĩ thuật này, ta bắt đầu từ biểu thức hệ số công suất của một đoạn mạch điện xoay chiều RLC:

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

+ Giả sử rằng từ giả thuyết của bài toán ta có thể biểu diễn được  $Z_L = nR$ ,  $Z_C = mR$ . Thay vào biểu thức  $\cos\varphi$  ta thấy rằng kết quả của phép tính không phụ thuộc vào giá trị của R

→ Do vậy để đơn giản hơn cho bước biến đổi  $Z_L = nR$ ,  $Z_C = mR$  ta chọn  $R = 1$ . Khi đó thay vì làm việc với các biến hình thức  $Z_L$ ,  $Z_C$  và R ta sẽ chỉ giải các phương trình với các hệ số xác định

**Bài tập minh họa 1: (Quốc gia – 2009)** Một đoạn mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết cảm kháng gấp đôi dung kháng. Dùng vôn kế xoay chiều (điện trở rất lớn) đo điện áp giữa hai đầu tụ điện và điện áp giữa hai đầu điện trở thì số chỉ của vôn kế là như nhau. Độ lệch pha của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A.  $\frac{\pi}{4}$ .

B.  $\frac{\pi}{6}$ .

C.  $\frac{\pi}{3}$ .

D.  $-\frac{\pi}{3}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Cảm kháng gấp đôi dung kháng  $\rightarrow Z_L = 2Z_C$ .

Điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện và hai đầu điện trở bằng nhau  $Z_C = R$ . Ta chuẩn hóa  $R = 1 \rightarrow Z_C = 1$  và  $Z_L = 2$ .

$$\rightarrow \text{Độ lệch pha } \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{2-1}{1} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

✓ **Đáp án A.**

**Bình luận:** Bài toán trên bước đầu giúp ta làm quen với kĩ thuật chuẩn hóa, tuy nhiên tính ưu việt của kĩ thuật này vẫn chưa thể hiện rõ. Để thấy rõ hơn ta tiến hành so sánh các kĩ thuật giải ở các ví dụ sau.

**Bài tập minh họa 2: (Chuyên ĐH Vinh – 2012)** Cho đoạn mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp với  $\frac{L}{C} = R^2$ , đặt vào

hai đầu đoạn mạch trên một điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được). Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = 9\omega_1$  thì mạch có cùng hệ số công suất, giá trị của hệ số công suất đó là

A.  $\frac{3}{\sqrt{73}}$ .

B.  $\frac{2}{\sqrt{13}}$ .

C.  $\frac{2}{\sqrt{21}}$ .

D.  $\frac{4}{\sqrt{67}}$ .

**Hướng dẫn:**

**Ta giải theo cách thông thường**

Từ  $\frac{Z_L}{Z_C} = R^2 \Rightarrow Z_L Z_C = R^2$

+ Hai giá trị của tần số góc  $\omega$  cho cùng hệ số công suất của mạch

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Leftrightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2}} \Leftrightarrow Z_{L_1} - Z_{C_1} = -(Z_{L_2} - Z_{C_2})$$

$$+ \text{Mặc khác } \omega_2 = 9\omega_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L_2} = 9Z_{L_1} \\ Z_{C_2} = \frac{Z_{C_1}}{9} \end{cases} \text{ và } Z_{C_1} = \frac{R^2}{Z_{L_1}}$$

$$+ \text{Thay vào phương trình trên ta thu được } \begin{cases} Z_{L_1} = \frac{R}{3} \\ Z_{C_1} = 3R \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{Vậy hệ số công suất của mạch khi đó là: } \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{3} - 3R\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{73}}$$

✓ Đáp án A

**Vận dụng kĩ thuật chuẩn hóa vào bài toán:**

+ Chuẩn hóa  $\begin{cases} R = 1 \\ Z_L = n \end{cases} \Rightarrow Z_C = \frac{1}{n}$

+ Hai trường hợp của tần số góc cho cùng một giá trị của hệ số công suất

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(9n - \frac{1}{9n}\right)^2}} \Leftrightarrow n - \frac{1}{n} = -\left(9n - \frac{1}{9n}\right) \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \text{Vậy hệ số công suất của mạch sẽ là } \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{73}}$$

→ Qua ví dụ trên ta thấy rằng công cụ chuẩn hóa giúp ta có thể đơn giản hóa các phép biến đổi toán học

**Bài tập minh họa 3: (Chuyên ĐH Vinh – 2012)** Một cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với tụ điện có điện dung C trong mạch điện xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos\omega t$  V thì dòng điện trong mạch sớm pha hơn điện áp u là  $\varphi_1$ , điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây là 30 V. Biết rằng, nếu thay tụ điện C bằng tụ điện  $C' = 3C$  thì dòng điện trong mạch chậm pha hơn điện áp u là  $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây là 90 V. Hỏi biên độ  $U_0$  bằng bao nhiêu vôn

A. 60 V.

B.  $30\sqrt{2}$  V.

C.  $60\sqrt{2}$  V.

D. 30 V.

**Hướng dẫn:**

**Giải theo cách thông thường**

+ Vì  $C' = 3C \Rightarrow Z'_C = \frac{Z_C}{3}$

+ Ta có  $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan|\varphi_1| \tan|\varphi_2| = 1 = \frac{Z_C - Z_L}{R} \frac{Z_L - Z'_C}{R} = 1 \Rightarrow Z_L - Z'_C = \frac{R^2}{Z_C - Z_L}$

Mặc khác  $U'_d = 3U_d \Rightarrow I' = 3I \Leftrightarrow R^2 + (Z_C - Z_L)^2 = 9[R^2 + (Z_L - Z'_C)^2]$

+ Thay giá trị  $Z_L - Z'_C = \frac{R^2}{Z_C - Z_L}$  ta thu được:  $(Z_C - Z_L)^4 - 8R^2(Z_C - Z_L)^2 - 9R^4 = 0$

Giải phương trình  $\sqrt{\Delta} = \sqrt{64R^4 + 36R^4} = 10R^2 \Rightarrow \begin{cases} (Z_C - Z_L)^2 = 9R^2 \\ (Z_C - Z_L)^2 = -R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C - Z_L = 3R \\ Z_C - Z_L = -R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z'_C = \frac{R}{3} \\ Z_L - Z'_C = \frac{R}{3} \end{cases}$

→ Hệ phương trình trên tương đương với  $\begin{cases} Z_C - Z_L = 3R \\ Z_L - Z'_C = \frac{R}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C - Z_L = 3R \\ Z_L - \frac{Z_C}{3} = \frac{R}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 2R \\ Z_C = 5R \end{cases}$

Ta có  $\frac{U_d}{U} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\sqrt{R^2 + 4R^2}}{\sqrt{R^2 + (2R - 5R)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow U_0 = 2U_d = 60$  V

✓ Đáp án A

**Vận dụng kĩ thuật chuẩn hóa vào bài toán:**

+ Ta có  $\frac{U_d}{U} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \rightarrow \text{Nhận thấy rằng, nếu ta biểu diễn được } Z_L - Z_C = nR, Z_L = mR \text{ kết quả của } U \text{ sẽ không phụ thuộc vào } R$

+ Chuẩn hóa  $\begin{cases} R = 1 \\ Z_L - Z_C = n \end{cases}$

$$|\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan|\varphi_1| \tan|\varphi_2| = 1 = \frac{Z_C - Z_L}{R} \frac{Z_L - Z'_C}{R} = 1 \Rightarrow Z_L - Z'_C = \frac{1}{n}$$

+ Kết hợp với

$$I' = 3I \Leftrightarrow Z = 3Z' \Leftrightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 9[R^2 + (Z_L - Z_C)^2] \Leftrightarrow 1^2 + n^2 = 9 + \frac{9}{n^2} \Rightarrow n = 3$$

Ta có hệ  $\begin{cases} Z_C - Z_L = 3 \\ Z_L - \frac{Z_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 2 \\ Z_C = 5 \end{cases}$  Vậy  $\frac{U_d}{U} = \frac{\sqrt{1^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow U_0 = 2U_d$

→ Một lần nữa ta thấy rằng công cụ chuẩn hóa này giúp ta rút ngắn hơn thời gian tính toán với các biểu thức.

**Bài tập minh họa 4: (Chuyên Nguyễn Huệ – 2012)** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần. Bỏ qua điện trở của máy phát. Khi roto quay với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là 1 A. Khi roto quay với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là  $\sqrt{3}$  A. Nếu roto quay với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì cảm kháng của đoạn mạch là

- A.  $\frac{R}{\sqrt{3}}$ .      B.  $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ .      C.  $R\sqrt{3}$ .      D.  $2R\sqrt{3}$ .

#### Hướng dẫn:

+ Chuẩn hóa  $R = 1$

Gọi  $x$  là cảm kháng của cuộn dây khi roto quay với tốc độ  $n$  vòng/phút

$$+ Ta có \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_1 Z_2}{U_2 Z_1} = \frac{\sqrt{1^2 + (3x)^2}}{3\sqrt{1^2 + x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

→ Vậy khi roto quay với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì cảm kháng của đoạn mạch là  $Z_L = \frac{2R}{\sqrt{3}}$

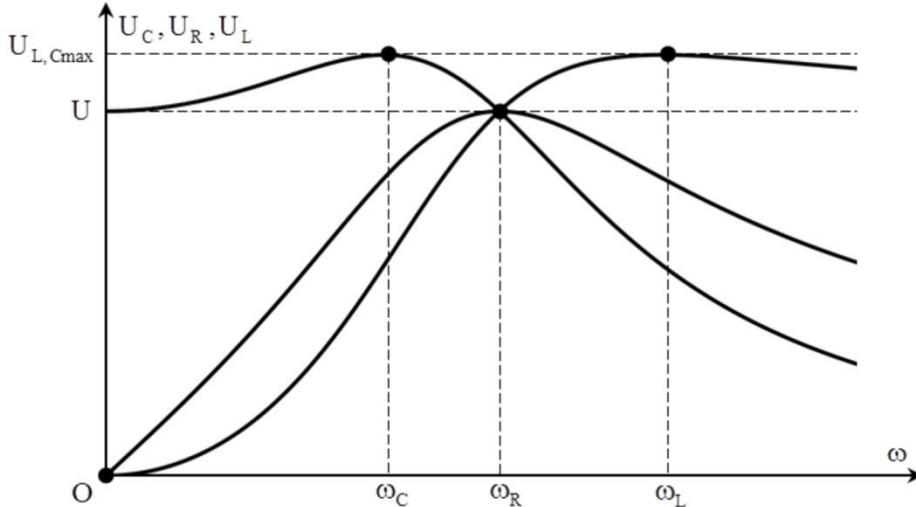
#### ✓ Đáp án B

## II. VẬN DỤNG KĨ THUẬT CHUẨN HÓA VÀO BÀI TOÁN TẦN SỐ GÓC BIẾN THIÊN LIÊN QUAN ĐẾN CỰC ĐẠI TRÊN $U_R$ , $U_L$ VÀ $U_C$ :

### 1. Nhắc lại các kết quả của bài toán tần số góc biến thiên liên quan đến cực đại trên $U_R$ , $U_L$ và $U_C$ :

Tần số góc $\omega$ biến thiên	Điện áp hiệu dụng cực đại	Hai giá trị cho cùng điện áp hiệu dụng
$U_R$	$\omega_R = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và $U_{Rmax} = U$ ,	$\omega_1 \omega_2 = \omega_R^2$
$U_L$	$\omega_L = \frac{1}{CX}$ và $U_{Lmax} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{L}{CX^2}\right)^2}}$ với $X = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$ .	$\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{2}{\omega_L^2}$ → Khi $U_L = U$ thì có hai giá trị của $\omega$ thỏa mãn là: $\begin{cases} \omega_1 = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} \\ \omega_2 = \infty \end{cases}$
$U_C$	$\omega_C = \frac{X}{L}$ và $U_{Cmax} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{L}{CX^2}\right)^2}}$ với $X = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$ .	$\omega_1^2 + \omega_2^2 = 2\omega_C^2$ → Khi $U_C = U$ thì có hai giá trị của $\omega$ thỏa mãn là: $\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{2}\omega_C \end{cases}$

### 2. Mối liên hệ giữa các trường hợp và phép chuẩn hóa:



Ta để ý rằng khi tăng dần  $\omega$  thì thứ tự cực đại của các điện áp là  $\omega_C = \frac{X}{L} \rightarrow \omega_L = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow \omega_L = \frac{1}{CX}$  và  $\omega_L \omega_C = \omega_R^2$ .

+ Để đơn giản cho biểu thức ta tiến hành chuẩn hóa  $X = 1$  và đặt  $n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{L}{C}$ .

$$+ \text{Khi } U_{Cmax} \text{ thì } \omega_C = \frac{X}{L} \Rightarrow Z_L = X = 1, n = \frac{L}{C} = \frac{\omega_L}{\omega_C} = Z_L Z_C \Rightarrow \begin{cases} Z_C = n \\ R = \sqrt{2n - 2} \end{cases}, \text{ khi đó } \begin{cases} U_{Cmax} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \\ \cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \end{cases}.$$

$$+ \text{Khi } U_{Lmax} \text{ thì } \omega_L = \frac{1}{CX} \Rightarrow Z_C = X = 1, n = \frac{L}{C} = \frac{\omega_L}{\omega_C} = Z_L Z_C \Rightarrow \begin{cases} Z_L = n \\ R = \sqrt{2n - 2} \end{cases}, \text{ khi đó } \begin{cases} U_{Lmax} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \\ \cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \end{cases}.$$

**Bài tập minh họa 1:** Cho đoạn mạch điện AB gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp với nhau theo thứ tự như trên và có  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos\omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_{Cmax} = 1,25U$ . Gọi M là điểm nối giữa L và C. Hệ số công suất của đoạn mạch AM là

A.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$

B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{6}$

D.  $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn:

$$+ \text{Thay đổi } \omega \text{ để điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại, chuẩn hóa } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n - 2} \end{cases} \Rightarrow U_{Cmax} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

$$\text{Hệ số công suất của đoạn mạch chứa RL: } \cos\varphi_{RL} = \frac{\sqrt{2n-2}}{\sqrt{2n-1}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

✓ Đáp án A

**Bài tập minh họa 2: (Chuyên Lê Hồng Phong – 2017)** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos(2\pi ft)$  V (f thay đổi đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở  $R = 50 \Omega$  và tụ điện có điện dung C, với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có giá trị cực đại. Khi  $f = f_2 = \sqrt{3}f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở đạt giá trị cực đại. Khi  $f = f_3$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại và công suất tiêu thụ trên mạch lúc này là  $P_3$ . Giá trị của  $P_3$  là

A. 120 W.

B. 124 W.

C. 144 W.

D. 160 W.

Hướng dẫn:

Ta có  $\begin{cases} n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\omega_R^2}{\omega_C^2} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = 3 \\ \cos^2 \varphi_3 = \frac{2}{1+n} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow P_3 = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi_3 = 144W$

✓ Đáp án C

**Bài tập minh họa 3: (Chuyên sư phạm Hà Nội – 2016)** Đặt một hiệu điện thế xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t) V$  (với  $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB gồm ba điện trở thuận R, tụ điện C và cuộn cảm thuận L mắc nối tiếp ( $CR^2 < 2L$ ). Điều chỉnh giá trị của  $\omega$ , thấy rằng khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu bản tụ đạt giá trị cực đại. Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Khi đó giá trị hiệu dụng  $U_{L_{max}} = 2U$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì hệ số công suất của đoạn mạch AB **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 0,76

B. 0,87

C. 0,67

D. 0,95

Hướng dẫn:

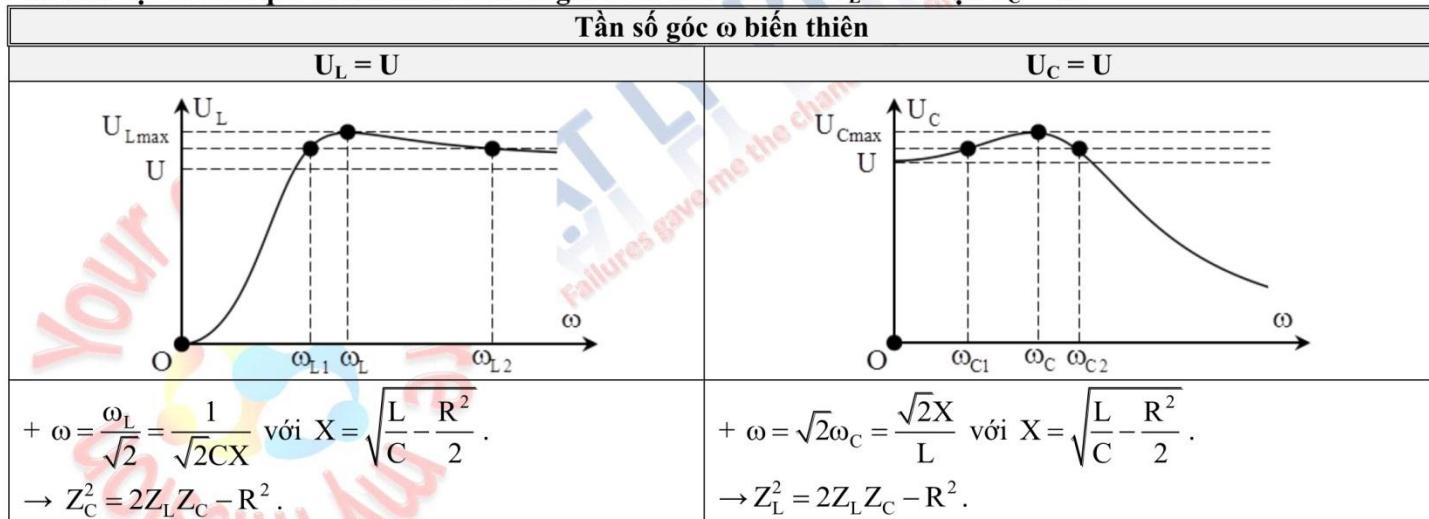
+ Hệ số công suất của đoạn mạch khi xảy ra cực đại với điện áp trên tụ hoặc trên cuộn dây  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{\omega_L}{\omega_C}}}$

Mặc khác  $\left(\frac{U}{U_{L_{max}}}\right)^2 + \left(\frac{\omega_C}{\omega_L}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\omega_C}{\omega_L} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{Vậy } \cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{\omega_L}{\omega_C}}} = 0,96$

✓ Đáp án D

**III. VẬN DỤNG KĨ THUẬT CHUẨN HÓA VÀO BÀI TOÁN TẦN SỐ GÓC BIẾN THIÊN ĐỀ  $U_L = U$  HOẶC  $U_C = U$**

**1. Nhắc lại các kết quả của bài toán tần số góc biến thiên liên đế  $U_L = U$  hoặc  $U_C = U$ :**



**2. Vận dụng kĩ thuật chuẩn hóa:**

+ Khi  $U_L = U$ , ta chuẩn hóa  $\sqrt{2}X = 1 \Rightarrow Z_C = 1$ ,  $m = \frac{L}{C} = \frac{\omega_L}{2\omega_C} = \frac{n}{2} = Z_L Z_C \Rightarrow \begin{cases} Z_L = m \\ R = \sqrt{2m-1} \end{cases}$ , khi đó  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{\sqrt{2m-1}}{m}$ .

+ Khi  $U_C = U$ , ta chuẩn hóa  $\sqrt{2}X = 1 \Rightarrow Z_L = 1$ ,  $m = \frac{L}{C} = \frac{\omega_L}{2\omega_C} = \frac{n}{2} = Z_L Z_C \Rightarrow \begin{cases} Z_C = m \\ R = \sqrt{2m-1} \end{cases}$ , khi đó  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{\sqrt{2m-1}}{m}$ .

**Bài tập minh họa 1:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $f = f_0$  Hz thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 5\sqrt{6}$  Hz thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm  $U_L = U$  và hệ số công suất của toàn mạch lúc này là  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Tần số  $f_0$  **gần với giá trị nào nhất** sau đây?

A. 30 Hz.

B. 15 Hz.

C. 60 Hz.

D. 50 Hz.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } \cos\varphi = \frac{\sqrt{2m-1}}{m} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow m \approx 0,55$$

$$\rightarrow \text{Với } m = \frac{f_C}{f_L} = \frac{f_0}{f_0 + 5\sqrt{6}} = 0,55 \xrightarrow{\text{SHIFT+SOLVE}} f_0 = 15 \text{ Hz}$$

**✓ Đáp án B**

### BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1: (Chuyên ĐH Vinh – 2012)** Cho đoạn mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định, mạch có cùng hệ số công suất với hai giá trị của tần số góc  $\omega_1 = 50\pi$  rad/s và  $\omega_2 = 200\pi$  rad/s. Hệ số công suất của đoạn mạch bằng

A.  $\frac{2}{\sqrt{13}}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

D.  $\frac{3}{\sqrt{12}}$

+ Từ biểu thức  $L = CR^2 \Rightarrow Z_L Z_C = R^2$

Gọi  $n$  giá trị của cảm kháng khi tần số của dòng điện là  $\omega_1$

$$+ \text{Chuẩn hóa } \begin{cases} R = 1 \\ Z_L = n \end{cases} \Rightarrow Z_C = \frac{1}{n}$$

$$\text{Từ giả thuyết của bài toán } \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(4n - \frac{1}{4n}\right)^2}} \Leftrightarrow \left(n - \frac{1}{n}\right) = -\left(4n - \frac{1}{4n}\right) \Rightarrow n = \frac{1}{2}$$

$$\text{Hệ số công suất của mạch } \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

**✓ Đáp án A**

**Câu 2: (Chuyên ĐH Vinh – 2012)** Hai cuộn dây nối tiếp với nhau trong một mạch điện xoay chiều. Cuộn 1 có điện trở thuần  $r_1$  lớn gấp  $\sqrt{3}$  lần cảm kháng  $Z_{L_1}$  của nó, điện áp trên cuộn 1 và cuộn 2 có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ . Tỉ số độ tự cảm  $\frac{L_1}{L_2}$  của hai cuộn dây

A.  $\frac{3}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{2}{3}$

+ Chuẩn hóa  $Z_{L_1} = 1 \Rightarrow r_1 = \sqrt{3}$

$$\text{Ta có } \tan\varphi_1 = \frac{Z_{L_1}}{r_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Vậy cuộn dây thứ hai là thuần cảm } U_{d_1} = U_{d_2} \Leftrightarrow Z_{L_2} = \sqrt{Z_{L_1}^2 + r^2} = 2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2}$$

**✓ Chọn C**

**Câu 3: (Chuyên SPHN – 2012)** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t$  vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Khi nối tắt tụ C thì điện áp hiệu dụng trên điện trở R tăng 2 lần và dòng điện trong hai trường hợp này vuông pha nhau. Hệ số công suất của đoạn mạch lúc sau bằng

A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$+ \text{Ta có: } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan\varphi_1 \tan\varphi_2 = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \frac{Z_L}{R} = -1$$

+ Chuẩn hóa  $R = 1 \Rightarrow Z_L - Z_C = -\frac{1}{Z_L}$

$$U_{R_2} = 2U_{R_1} \Leftrightarrow Z_1 = 2Z_2 \Leftrightarrow 1 + (Z_L - Z_C)^2 = 4 + 4Z_L^2$$

Thay  $Z_L - Z_C = -\frac{1}{Z_L}$  ta thu được  $1 + \frac{R^4}{Z_L^2} = 4 + 4Z_L^2 \Rightarrow 4Z_L^4 + 3Z_L^2 - 1 = 0 \Rightarrow Z_L = \frac{1}{2}$

→ Vậy hệ số công suất của mạch  $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

✓ Đáp án A

**Câu 4: (Chuyên Phan Bội Châu – 2012)** Mắc vào đoạn mạch không phân nhánh RLC một nguồn điện xoay chiều có tần số thay đổi được. Ở tần số  $f_1 = 60$  Hz, hệ số công suất của mạch đạt cực đại  $\cos\phi = 1$ . Ở tần số  $f_2 = 120$  Hz, hệ số công suất nhận giá trị  $\cos\phi = 0,707$ . Ở tần số  $f_3 = 90$  Hz, hệ số công suất của mạch bằng

A. 0,872

B. 0,486

C. 0,625

D. 0,781

+ Chuẩn hóa  $R = 1$ .

Gọi  $n$  là cảm kháng của cuộn dây khi tần số của dòng điện  $\omega = \omega_1$ .

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L_1} = n \\ Z_{C_1} = n \end{cases}$$

Ta có  $\cos\phi = 0,707 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(2n - \frac{n}{2}\right)^2}} \Rightarrow n = \frac{2}{3}$

Hệ số công suất khi  $\omega = \omega_3$  là  $\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{2}n - \frac{2n}{3}\right)^2}} = 0,87$

✓ Đáp án A

**Câu 5: (Chuyên Thái Bình – 2012)** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm biến trở  $R$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L$ , đoạn mạch MB là tụ điện có điện dung  $C$ . Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  ( $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi tần số là  $f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên  $R$  đạt cực đại. Khi tần số  $f_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai điểm AM là không đổi khi điều chỉnh  $R$ . Hệ thức liên hệ giữa  $f_1$  và  $f_2$

A.  $f_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} f_1$

B.  $f_2 = \frac{4}{3} f_1$

C.  $f_2 = \frac{3}{4} f_1$

D.  $f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$

+ Ta có  $\omega_1^2 = \frac{1}{LC}$

Chuẩn hóa  $\begin{cases} R = 1 \\ Z_L = x \end{cases} \Rightarrow Z_C = x$

+ Giả sử rằng tần số góc  $\omega_2 = n\omega_1$ , khi đó ta có  $U_{AM} = \frac{U\sqrt{1^2 + (nx)^2}}{\sqrt{1^2 + \left(nx - \frac{x}{n}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{n^2} - 2x^2}}$

Để  $U_{AM}$  không phụ thuộc vào  $R$  thì  $\left(\frac{x^2}{n^2} - 2x^2\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ n = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

✓ Đáp án D

**Câu 6: (Chuyên ĐH Vinh – 2013)** Một máy phát điện xoay chiều một pha có roto là phần cảm, điện trở thuận của máy không đáng kể, đang quay với tốc độ  $n$  vòng/phút được nối vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp,  $L$  thay đổi được. Ban đầu khi  $L = L_1$  thì  $Z_{L1} = Z_C = R$  và hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn là  $U$ . Nay roto quay với tốc độ  $2n$  vòng/phút, để hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm vẫn là  $U$  thì độ tự cảm  $L_2$  bằng

A.  $\frac{5L_1}{4}$

B.  $\frac{L_1}{4}$

C.  $\frac{3L_1}{8}$

D.  $\frac{3L_1}{4}$

+ Chuẩn hóa  $Z_{L_1} = Z_C = R = 1$

+ Giả sử rằng  $L_2 = nL_1$

$$\text{Ta có } U_1 = U_2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{I^2}}{\sqrt{I^2 + (1-1)^2}} = \frac{2\sqrt{(2n)^2}}{\sqrt{I^2 + \left(2n - \frac{1}{2}\right)^2}} \Rightarrow n = \frac{1}{4}$$

### ✓ Đáp án B

**Câu 7: (Chuyên ĐH Vinh – 2013)** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  ( $U_0$  không đổi,  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$  và tụ điện  $C$ . Khi tần số bằng 20 Hz thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch là 20 W, khi tần số bằng 40 Hz thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch bằng 32 W. Khi tần số bằng 60 Hz thì công suất tiêu thụ của mạch bằng

A. 48 W.

B. 44 W.

C. 36 W.

D. 64 W.

+ Chuẩn hóa  $\begin{cases} R = 1 \\ Z_C = n \end{cases}$

$$\text{+ Ta có } \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2^2}{I_1^2} = \frac{Z_1^2}{Z_2^2} = \frac{1^2 + n^2}{1^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2} \Rightarrow n = 1$$

$$\text{Tương tự ta cũng có } P_3 = P_1 \frac{1+n^2}{1+\left(\frac{n}{3}\right)^2} = 36W$$

### ✓ Đáp án C

**Câu 8: (Chuyên ĐH Vinh – 2013)** Cho đoạn mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp, đoạn mạch AM gồm biến trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều ổn định  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ . Ban đầu, giữ  $L = L_1$ , thay đổi giá trị của biến trở  $R$  ta thấy điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AM luôn không đổi với mọi giá trị của biến trở. Sau đó, giữ  $R = Z_{L1}$  thay đổi  $L$  để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm đạt cực đại, giá trị điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm bằng

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}U$

B.  $\frac{U}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}U$

D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}U$

$$\text{+ Ta có điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch AM: } U_{AM} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}}$$

$$\text{Để } U_{AM} \text{ không phụ thuộc vào } R \text{ thì } \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2} = 0 \Rightarrow Z_L = 2Z_C$$

+ Chuẩn hóa  $R = 1$ .

$$\rightarrow \text{Điện áp hiệu dụng cực đại giữa hai đầu cuộn dây } U_{L_{max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = U \frac{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}}{1} = \frac{\sqrt{5}}{2}U$$

### ✓ Đáp án D

**Câu 9: (Chuyên ĐH Vinh – 2013)** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn dây có điện trở thuần  $r = R$  và một tụ điện  $C$ . Điểm M nằm giữa  $R$  và cuộn dây, điểm N nằm giữa cuộn dây với tụ điện  $C$  thì thấy  $u_{AN}$  vuông pha với  $u_{MB}$  và có cùng giá trị hiệu dụng. Hệ số công suất của đoạn mạch trên là

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D.  $\frac{1}{3}$

+ Chuẩn hóa  $R = r = 1$ .

$$\text{Ta có } \varphi_{AN} - \varphi_{MB} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{MB} = -1 \Leftrightarrow Z_L (Z_L - Z_C) = -2 \Rightarrow (Z_L - Z_C) = -\frac{2}{Z_L}$$

+ Điện áp hai đoạn mạch có cùng giá trị hiệu dụng:  $U_{AN} = U_{MB} \Rightarrow Z_{AN} = Z_{MB} \Leftrightarrow 2^2 + Z_L^2 = 1^2 + (Z_L - Z_C)^2$

Thay  $(Z_L - Z_C) = -\frac{2}{Z_L}$  ta thu được  $Z_L^4 + 2Z_L^2 - 4 = 0 \Rightarrow Z_L = 1 \Rightarrow Z_C = 3$

$$\text{Hệ số công suất của toàn mạch } \cos\varphi = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1+1}{\sqrt{(1+1)^2 + (1-3)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

✓ Đáp án C

**Câu 10: (Chuyên ĐH Vinh – 2013)** Đặt điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos\omega t$  V vào hai đầu đoạn mạch RCL mắc nối tiếp, trong đó cuộn dây thuần cảm thì thấy  $U = U_L = \frac{U_{RC}}{\sqrt{3}}$ . Hệ số công suất của mạch điện là

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D.  $\frac{1}{3}$

+ Chuẩn hóa  $U = U_L = 1 \Rightarrow U_{RC} = \sqrt{3}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Leftrightarrow 1 = U_R^2 + (1 - U_C)^2 \\ U_{RC} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 3 = U_R^2 + U_C^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ U_C = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{Hệ số công suất của toàn mạch } \cos\varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

✓ Đáp án B

**Câu 11: (Chuyên ĐH Vinh – 2013)** Đặt vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  V, trong đó tần số f có thể thay đổi được. Khi tần số là  $f_1$  và  $4f_1$  thì công suất trong mạch là như nhau và bằng 80% công suất cực đại mà mạch có thể đạt được. Khi  $f = 5f_1$  thì hệ số công suất của mạch điện là

A. 0,53

B. 0,46

C. 0,82

D. 0,75

+ Hai giá trị của tần số góc cho cùng một công suất tiêu thụ:  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = 4\omega_1^2 \Rightarrow Z_{L_1} = \frac{Z_{C_1}}{4}$

$$\text{Chuẩn hóa: } \begin{cases} R = 1 \\ Z_{L_1} = n \end{cases} \Rightarrow Z_{C_1} = 4n$$

$$P = P_{\max} \cos^2 \varphi \Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{P}{P_{\max}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Ta có: } \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (n-4n)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow n = \frac{1}{6}$$

$$\text{Hệ số công suất của mạch khi } \omega = 5\omega_1: \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(5n - \frac{4}{5}n\right)^2}} = 0,82$$

✓ Đáp án C

**Câu 12: (Chuyên Nguyễn Huệ – 2013)** Cho mạch điện xoay chiều có đoạn mạch AM gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với đoạn mạch MN gồm cuộn dây không thuần cảm, có điện trở  $r = R$  và độ tự cảm L và nối tiếp với đoạn mạch NB chứa tụ điện C. Giá trị hiệu dụng của điện áp  $U_{AB} = U_{NB}$ . Hệ số công suất trên cuộn dây là  $k_1 = 0,6$ . Hệ số công suất của cả mạch là bao nhiêu?

A. 0,923.

B. 0,683.

C. 0,752.

D. 0,854.

+ Chuẩn hóa  $R = r = 1$ .

$$\cos \varphi_{MN} = \frac{1}{\sqrt{1+Z_L^2}} = 0,6 \Rightarrow Z_L = \frac{4}{3}$$

$$U_{AB} = U_{NB} \Leftrightarrow 2^2 + \left(\frac{4}{3} - Z_C\right)^2 = Z_C^2 \Rightarrow Z_C = 2,16$$

$$\text{Hệ số công suất của mạch } \cos \varphi_{AB} = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2^2 + \left(\frac{4}{3} - 2,16\right)^2}} = 0,924$$

## ✓ Đáp án A

**Câu 13: (Vật Lý Phổ Thông)** Cho đoạn mạch điện gồm cuộn dây mắc nối tiếp với tụ điện. Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây là  $U_d$ , giữa hai đầu bản tụ là  $U_C$ . Biết  $U_C = \sqrt{3}U_d$  và độ lệch pha giữa hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây và dòng điện là  $\frac{\pi}{3}$ . Hệ số công suất của mạch là

A. 0,5

B. 0,707

C. 0,87

D. 0,25

+ Chuẩn hóa  $r = 1$ .

$$\tan \varphi_d = \frac{Z_L}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow Z_L = \sqrt{3}$$

$$\text{Kết hợp với } U_C = \sqrt{3}U_d \Leftrightarrow Z_C^2 = 3(r^2 + Z_L^2) \Rightarrow Z_C = 2\sqrt{3}$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 0,5$$

## ✓ Đáp án A

**Câu 14: (THPT Cẩm Bình – 2016)** Cho đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm) với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  với  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh  $\omega$  để điện áp hiệu dụng ở hai đầu bản tụ đạt cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng trên điện trở gấp 5 lần điện áp hiệu dụng trên cuộn dây. Hệ số công suất của đoạn mạch đó

A.  $\frac{5}{\sqrt{31}}$

B.  $\frac{2}{\sqrt{29}}$

C.  $\frac{5}{\sqrt{29}}$

D.  $\frac{3}{\sqrt{19}}$

+ Thay đổi  $\omega$  để điện áp hai đầu tụ điện đạt cực đại, chuẩn hóa

$$\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_R = 5U_d \Leftrightarrow \frac{U\sqrt{2n-2}}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{5U}{\sqrt{n^2-1}} \Rightarrow n = 13,5$$

$$\rightarrow \text{Hệ số công suất của đoạn mạch lúc đó } \cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{1+n}} = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

## ✓ Đáp án B

**Câu 15: (Vật Lý Phổ Thông)** Cho đoạn mạch điện xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L và tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là  $I_1$ . Nếu nối tắt tụ điện thì cường độ dòng điện trong mạch là  $I_2 = 2I_1$ , đồng thời hai dòng điện  $i_1$  và  $i_2$  vuông pha với nhau. Hệ số công suất của đoạn mạch khi không nối tắt tụ điện là

A. 0,5

B.  $0,2\sqrt{5}$

C.  $0,4\sqrt{5}$

D. 0,75

+ Chuẩn hóa  $R = 1$ .

$$+ \text{Dòng điện trong hai trường hợp vuông pha với nhau } (Z_L - Z_C)Z_L = -1 \Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = \frac{1}{Z_L^2}$$

$$+ I_2 = 2I_1 \Leftrightarrow Z_1^2 = 4Z_2^2 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{Z_L^2} = 4 + 4Z_L^2 \Rightarrow Z_L = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \text{Hệ số công suất của đoạn mạch khi không nối tắt: } \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

## ✓ Đáp án B

**Câu 16: (Vật Lý Phổ Thông)** Mạch RLC có  $R^2 = n \frac{L}{C}$  và tần số thay đổi được. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = f_2$  thì mạch có cùng hệ số công suất. Hệ số công suất của mạch lúc đó là

A.  $\frac{1}{\sqrt{1+n\left(\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} - \sqrt{\frac{f_2}{f_1}}\right)^2}}$

B.  $\frac{1}{\sqrt{n+\left(\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} - \sqrt{\frac{f_2}{f_1}}\right)^2}}$

C.  $\frac{n}{\sqrt{1+\left(\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} - \sqrt{\frac{f_2}{f_1}}\right)^2}}$

D.  $\frac{n}{\sqrt{1+n\left(\sqrt{\frac{f_1}{f_2}} - \sqrt{\frac{f_2}{f_1}}\right)^2}}$

+ Chuẩn hóa  $R = 1 \Rightarrow n \frac{L}{C} = 1$

$$\text{Hệ số công suất } \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + L^2(\omega_1 - \omega_2)^2}}$$

$$+ \text{Kết hợp với } \begin{cases} \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \\ 1 = n \frac{L}{C} \end{cases} \Rightarrow L^2 = \frac{1}{n\omega_1\omega_2} \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

### ✓ Đáp án B

**Câu 17: (Vật Lý Phổ Thông)** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định, mạch có cùng hệ số công suất với hai giá trị của tần số góc là  $50\pi$  rad/s và  $200\pi$  rad/s. Tổng trở của mạch trong trường hợp trên bằng

- A.  $0,5\sqrt{13}R$       B.  $6R$ .      C.  $0,5\sqrt{85}R$       D.  $36R$ .

Chuẩn hóa  $R = 1$ .

$$+ \text{Ta có } \begin{cases} \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \\ L = C \end{cases} \Rightarrow L = C = \frac{1}{\sqrt{\omega_1\omega_2}}$$

$$\text{Tổng trở của mạch } Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_2}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

### ✓ Đáp án A

**Câu 18: (Vật Lý Phổ Thông)** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch RLC. Khi máy phát quay với tốc độ  $n$  vòng/phút thì trong mạch có cộng hưởng và công suất tiêu thụ đạt cực đại là  $P_0$ . Khi máy quay với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì công suất tiêu thụ là  $\frac{2P_0}{5}$ . Khi máy quay với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì hệ số công suất của đoạn mạch là

- A.  $0,5$       B.  $\frac{3}{\sqrt{265}}$       C.  $\frac{3}{\sqrt{34}}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

+ Khi  $\omega = \omega_1$  mạch xảy ra cộng hưởng, chuẩn hóa  $\begin{cases} R = 1 \\ Z_L = Z = 1 \end{cases}$

$$+ \text{Khi } \omega = 2\omega_1 \text{ thì } P = \frac{4U^2}{R} \cos^2 \varphi = \frac{2}{5} \frac{U^2}{R} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(2X - \frac{X}{2}\right)^2}} \Rightarrow X = 2$$

$$+ \text{Khi } \omega = 3\omega_1 \text{ thì hệ số công suất của mạch sẽ là: } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(3X - \frac{X}{3}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{265}}$$

### ✓ Đáp án B

**Câu 19: (Vật Lý Phổ Thông)** Cho mạch điện AB gồm hai đoạn mạch AM và MB nối tiếp nhau, trong đó đoạn mạch AM gồm điện trở  $R$  nối tiếp với một tụ điện có điện dung  $C$ , MB có cuộn dây với độ tự cảm  $L$  thỏa mãn  $\sqrt{\frac{L}{C}} = R + r$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều với tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Với hai giá trị của tần số là  $\omega = \omega_1$  rad/s và  $\omega_2 = \omega_1 + 120$  rad/s thì mạch có cùng hệ số công suất  $a = \frac{2}{\sqrt{13}}$ . Giá trị của  $\omega_1$  bằng

- A.  $40$  rad/s.      B.  $160$  rad/s.      C.  $120$  rad/s.      D.  $80$  rad/s.

+ Chuẩn hóa  $R + r = 1$ .

$$\rightarrow \text{Hệ số của suất của mạch} \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{4}$$

Từ đó ta tìm được  $\omega_1 = 40 \text{ rad/s}$ .

✓ Đáp án A

**Câu 20: (Chuyên Thái Bình – 2011)** Cho mạch điện RC với  $R = 15\Omega$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một máy phát điện xoay chiều một pha. Khi roto quay với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện  $I_1 = 1 \text{ A}$ . Khi roto quay với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì cường độ  $I_2 = \sqrt{6} \text{ A}$ . Nếu roto quay với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì dung kháng của tụ là

- A.  $2\sqrt{5} \Omega$       B.  $18\sqrt{5} \Omega$       C.  $4 \Omega$       D.  $\sqrt{5} \Omega$

+ Chuẩn hóa  $R = 1$ .

$$I_2 = \sqrt{2}I_1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{X^2}{4}}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{1 + X^2}} \Rightarrow X = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Dung kháng của tụ khi tốc độ quay của roto là  $3n$ :  $Z_C = \frac{15X}{3} = 2\sqrt{5} \Omega$

✓ Đáp án A

**Câu 21: (Vật Lý Phổ Thông)** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\omega t$  V vào hai đầu đoạn mạch AB theo thứ tự gồm một tụ điện C, cuộn cảm thuần L và điện trở thuần R mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nối giữa tụ điện và cuộn cảm. Biết điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB gấp  $\sqrt{3}$  lần điện áp hiệu dụng của đoạn mạch AM và cường độ dòng điện lệch pha  $\frac{\pi}{6}$  so với điện áp hai đầu mạch. Hệ số công suất của đoạn mạch MB là

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

+ Chuẩn hóa  $R = 1$

$$\begin{cases} Z_L - Z_C = \sqrt{3} \\ Z_{MB} = \sqrt{3}Z_{AM} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |Z_L - Z_C| = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ Z_L^2 + 1 = 3Z_C^2 \end{cases} \Rightarrow Z_L = \sqrt{3}$$

Hệ số công suất của đoạn mạch MB:  $\cos\varphi_{MB} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{1}{2}$

✓ Đáp án C

**Câu 22: (Vật Lý Phổ Thông)** Cho mạch điện nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở r. Biết  $L = CR^2 = Cr^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t$  V thì điện áp hai đầu đoạn mạch RC gấp  $\sqrt{3}$  lần điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây. Hệ số công suất của đoạn mạch là

- A. 0,83      B. 0,657      C. 0,785      D. 0,5

$$+ \text{Chuẩn hóa } R = r = 1 \Rightarrow \begin{cases} Z_L = X \\ Z_C = \frac{1}{X} \end{cases}$$

Ta có  $U_{RC} = \sqrt{3}U_d \Leftrightarrow 1^2 + \frac{1}{X^2} = 3(1 + X)^2 \Rightarrow X = 0,528$

$$+ \text{Hệ số công suất của mạch } \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{1^2 + \left(X - \frac{1}{X}\right)^2}} \approx 0,83$$

✓ Đáp án A

**Câu 23: (Chuyên Lê Quý Đôn – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  V vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C mắc nối tiếp nhau. Khi nối tắt tụ C thì điện áp hiệu dụng trên điện trở R tăng hai lần và dòng điện trong hai trường hợp này vuông pha nhau. Hệ số công suất của đoạn mạch lúc sau bằng

- A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

+ Điện áp trên điện trở tăng lên 2 lần:  $I_2 = 2I_1 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 4R^2 + 4Z_C^2$

Dòng điện trong hai trường hợp này vuông pha nhau:  $\tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = -1 \Rightarrow \frac{(Z_L - Z_C)}{R} \frac{Z_C}{R} = 1$

Chuẩn hóa  $R = 1 \Rightarrow Z_L - Z_C = \frac{1}{Z_C}$

+ Thay lên phương trình đầu ta thu được  $4Z_C^4 + 3Z_C^2 - 1 = 0 \Rightarrow Z_C = \frac{1}{2}$

+ Hệ số công suất của mạch lúc sau  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

#### ✓ Đáp án A

**Câu 24: (Chuyên Lê Quý Đôn – 2016)** Cho mạch điện AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp nhau. Đoạn AM gồm một điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB gồm một điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu A, B. Khi đó mạch điện AB tiêu thụ công suất  $P_1$ . Nếu nối tắt hai đầu cuộn cảm thì điện áp hai đầu mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ , lúc này công suất tiêu thụ của mạch AB bằng 120 W. Giá trị của  $P_1$  là

- A. 200 W      B. 240 W      C. 160 W      D. 320 W

+ Khi nối tắt cuộn dây, điện áp hai đầu AM và MB lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3} \Rightarrow Z_C = \sqrt{3}R_1$

Chuẩn hóa  $R_1 = 1 \Rightarrow Z_C = \sqrt{3}$

$$U_{AM} = U_{MB} \Rightarrow R_1^2 + Z_C^2 = R_2^2 \Rightarrow R_2 = 2$$

Công suất tiêu thụ của mạch lúc sau  $P = P_1 \cos^2 \varphi \Rightarrow P_1 = P \frac{Z_C^2 + (R_1 + R_2)^2}{(R_1 + R_2)^2} = 160W$

#### ✓ Đáp án C

**Câu 25: (Chuyên Lê Quý Đôn – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, tụ điện có điện dung C. Khi tần số là  $f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại là  $U_{Cmax}$ . Khi tần số  $f_2 = \frac{\sqrt{6}}{2} f_1$  thì điện áp giữa hai đầu điện trở đạt

cực đại. Khi tần số  $f_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ bằng 150 V. Giá trị  $U_{Cmax}$  **gần giá trị nào** sau đây?

- A. 120 V      B. 180 V      C. 220 V      D. 200 V

+ Với  $\omega = \omega_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} \text{ và } U_1 = \frac{2LU}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{2U}{\frac{R}{L}\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

+ Với  $\omega = \omega_2 = \frac{\sqrt{6}}{2} \omega_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở đạt giá trị cực đại

$$\omega_2^2 = \frac{3}{2} \omega_1^2 = \frac{1}{LC} \text{ và } U_2 = U$$

$$\text{Chuẩn hóa } \omega_2^2 = \frac{1}{LC} = 1 \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{2}{3} = 1 - \frac{R^2}{2L^2} \Rightarrow \frac{R^2}{L^2} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{LC} = 1 \\ \frac{R^2}{L^2} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow R^2 C^2 = \frac{2}{3}$$

+ Khi  $\omega = \omega_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \omega_1$ , điện áp hiệu dụng trên hai đầu tụ điện là

$$U_C = \frac{U}{C\omega_3 \sqrt{R^2 + \left(L\omega_3 - \frac{1}{C\omega_3}\right)^2}} = \frac{U}{\omega_3 \sqrt{R^2 C^2 + \left(LC\omega_3 - \frac{1}{\omega_3}\right)^2}} = \frac{U}{\frac{\sqrt{8}}{3} \sqrt{\frac{2}{3} + \left(\frac{\sqrt{8}}{3} - \frac{3}{\sqrt{8}}\right)^2}} = \frac{9U}{7}$$

$$U_1 = \frac{2LU}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{2U}{\frac{R}{L}\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{2U}{\sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{4 - \frac{2}{3}}} = \frac{3U}{\sqrt{5}}$$

Từ đó ta tìm được  $U_1 = 90\sqrt{5}$  V

✓ Đáp án D

**Câu 26: (Chuyên Lê Quý Đôn – 2016)** Một đoạn mạch gồm biến trở R, cuộn dây và một tụ điện mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định. Khi  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ điện trên biến trở đạt cực đại, điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch lớn gấp 1,5 lần điện áp hiệu dụng giữa hai đầu biến trở. Hệ số công suất của đoạn mạch khi đó bằng:

A. 0,87

B. 0,67

C. 0,80

D. 0,75

+ Công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị cực đại khi  $R^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2$

Chuẩn hóa  $(Z_L - Z_C)^2 = 1 \Rightarrow R^2 = 1 + r^2$

$$\text{Mặc khác } U_R = \frac{UR}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{1,5} = \frac{\sqrt{1+r^2}}{\sqrt{(\sqrt{1+r^2}+r)^2+1}} \Rightarrow \begin{cases} r=0,125 \\ R=1,008 \end{cases}$$

$$+ \text{Hệ số công suất của mạch } \cos\varphi = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 0,749$$

✓ Đáp án D

**Câu 27: (Chuyên sư phạm Hà Nội – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây, tụ điện C và điện trở thuần R mắc nối tiếp. Biết điện áp hiệu dụng trên tụ điện C và điện trở thuần R là  $U_R = U_C = 60$  V, dòng điện sớm pha hơn điện áp trong mạch là  $\frac{\pi}{6}$  và trễ pha hơn so với điện áp ở hai đầu cuộn dây là  $\frac{\pi}{3}$ . Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch có giá trị

A. 82 V

B. 60 V

C.  $82\sqrt{2}$  V

D.  $60\sqrt{2}$  V

+ Ta có  $U_C = U_R \rightarrow R = Z_C$ , chuẩn hóa  $R = Z_C = 1$ .

Dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{3}$  so với điện áp hai đầu đoạn dây  $\Rightarrow Z_L = \sqrt{3}r$

$$\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R+r} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}r-1}{1+r} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}$$

$$U_R = \frac{UR}{Z} \Rightarrow U = \frac{U_R Z}{R} = U_R \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} - 1\right)^2} \approx 82 \text{ V}$$

✓ Đáp án A

**Câu 28: (Chuyên sư phạm Hà Nội – 2016)** Đặt một hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  V vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2$  với  $R_1 = 2R_2$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được và tụ điện có điện dung C. Điều chỉnh  $L = L_1$  để hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và L lệch pha cực đại so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AB, khi đó hệ số công suất giữa hai đầu đoạn mạch AB có giá trị  $\cos\varphi_{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Điều chỉnh  $L = L_2$  để cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có giá trị cực đại. Tỉ số  $\frac{L_1}{L_2}$

A. 2

B. 0,5

C. 4

D. 0,25

+ Chuẩn hóa  $R_2 = 1 \rightarrow R_1 = 2$ .

Hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và L lệch pha cực đại so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AB

$$\frac{Z_{L_1}}{R_2} \frac{(Z_{L_1} - Z_C)}{R_1 + R_2} = -1 \Leftrightarrow Z_{L_1} (Z_{L_1} - Z_C) = -3$$

$$+ \text{Kết hợp với } \cos\varphi_{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} \Leftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{3^2}{3^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}$$

$$\text{Từ hai phương trình trên ta có } \frac{3}{4} = \frac{3^2}{3^2 + \frac{3^2}{Z_L^2}} \Rightarrow Z_{L_1} = \sqrt{3} \Rightarrow Z_C = 2\sqrt{3}$$

Điều chỉnh  $L = L_2$  để cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có giá trị cực đại  $\Rightarrow Z_{L_2} = Z_C = 2\sqrt{3}$

$$\text{Vậy } \frac{L_1}{L_2} = 0,5$$

✓ Đáp án B

**Câu 29: (Chuyên sư phạm Hà Nội – 2016)** Đặt một hiệu điện xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t$  (với  $U_0$  không đổi) vào đoạn mạch AB gồm ba đoạn mạch AM, MN và NB ghép nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở R. Đoạn mạch MN gồm tụ điện có điện dung C. Đoạn mạch NB gồm ống dây. Nếu dùng một ampe kế xoay chiều (lý tưởng) mắc nối tiếp vào đoạn mạch AB thì ampe kế chỉ  $I_1 = 2,65$  A. Nếu dùng ampe kế đó nhưng nối hai điểm A và M thì ampe kế đó chỉ  $I_2 = 3,64$  A. Nếu dùng ampe kế đó nhưng nối hai điểm M và N thì ampe kế chỉ  $I_3 = 1,68$  A. Nếu dùng ampe kế đó nối vào hai điểm A và N thì chỉ số ampe kế **gần giá trị nào nhất?**

A. 1,54 A

B. 1,21 A

C. 1,86 A

D. 1,91 A

+ Chuẩn hóa  $R = 1$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} I_{RLC} = 2,65 \\ I_{LC} = 3,64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,65 = \frac{U}{\sqrt{1 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ 3,64 = \frac{U}{Z_L - Z_C} \end{cases} \Rightarrow Z_L - Z_C = 1,06$$

$$\text{Tương tự với } \begin{cases} I_{LC} = 3,64 \\ I_{RL} = 1,68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3,64 = \frac{U}{1,06} \\ 1,68 = \frac{U}{\sqrt{1 + Z_L^2}} \end{cases} \Rightarrow Z_L = 2,06$$

$$\text{Dùng ampe kế đó nối vào hai điểm A và N: } I = \frac{U}{Z_L} = \frac{U}{2,06} = 1,87 \text{ A}$$

✓ Đáp án C

**Câu 30: (Chuyên KHTN Hà Nội – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C sao cho  $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ . Thay đổi tần số đến các giá trị  $f_1$  và  $f_2$  thì hệ số công suất của đoạn mạch là như nhau và bằng  $\cos\varphi$ . Thay đổi tần số đến giá trị  $f_3$  thì điện áp hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại, biết rằng  $f_1 = f_2 + \sqrt{2}f_3$ . Giá trị  $\cos\varphi$  **gần với giá trị nào nhất** sau đây?

A. 0,56

B. 0,45

C. 0,35

D. 0,86

Chuẩn hóa  $R = 1 \Rightarrow L = C = X$

$$+ \text{ Hai giá trị của tần số góc cho cùng giá trị công suất: } \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{X^2}$$

$$+ \text{Tần số góc để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt cực đại: } \omega_3^2 = \frac{1}{LC - \frac{R^2 C^2}{2}} = \frac{2}{X^2}$$

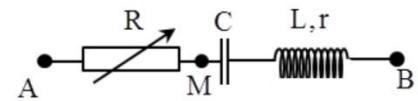
$$\text{Ta có: } \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + X^2(\omega_1 - \omega_2)^2}}$$

$$\text{Mặc khác } \omega_1 = \omega_2 + \sqrt{2}\omega_3 \Rightarrow \omega_1 - \omega_2 = \sqrt{2}\omega_3 = \frac{2}{X^2}$$

$$\text{Thay vào biểu thức trên ta thu được } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 2^2}} = 0,447$$

✓ Đáp án B

**Câu 31: (Chuyên ĐH Vinh – 2016)** Cho mạch điện như hình vẽ, đặt vào hai đầu mạch điện áp  $u_{AB} = 30\sqrt{14} \cos \omega t$  V (với  $\omega$  không thay đổi). Điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch MB lêch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với dòng điện trong mạch. Khi giá trị biến trở là  $R = R_1$  thì công suất tiêu thụ trên biến trở là P và điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch MB là  $U_1$ . Khi giá trị biến trở là  $R = R_2$  ( $R_2 < R_1$ ) thì công suất tiêu thụ trên biến trở vẫn là P và điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch MB là  $U_2$ . Biết rằng  $U_1 + U_2 = 90$ V. Tỉ số  $R_1$  và  $R_2$  là:



A.  $\sqrt{6}$

B. 2

C.  $\sqrt{7}$

D. 4

+ Điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch MB lêch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với dòng điện trong mạch  $\Rightarrow |Z_L - Z_C| = \sqrt{3}r$

$$\text{Công suất tiêu thụ trên biến trở: } P = \frac{U^2 R}{(R+r)^2 + 3r^2} \Rightarrow R^2 + \left(2r - \frac{U^2}{P}\right)R + 4r^2 = 0$$

Hai giá trị của biến trở R cho cùng một công suất tiêu thụ thỏa mãn  $R_1 R_2 = 4r^2$

$$\text{Chuẩn hóa } r=1 \Rightarrow R_2 = \frac{4}{R_1}$$

$$\text{Ta có: } U_1 + U_2 = \frac{U_2 r}{\sqrt{(R_1+r)^2 + 3r^2}} + \frac{U_2 r}{\sqrt{(R_2+r)^2 + 3r^2}} = 90 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{(R_1+1)^2 + 3}} + \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_1}+1\right)^2 + 3}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 1 \\ R_2 = 4 \end{cases}$$

#### ✓ Đáp án D

**Câu 32: (Chuyên ĐH Vinh – 2016)** Cho mạch điện mắc nối tiếp theo thứ tự tụ điện C, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(2\pi f) V$ , với f cũng thay đổi được. Ban đầu tần số được giữ  $f = f_1$ , thay đổi L đến khi hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch chứa R và L cực đại thì cố định giá trị L này, đồng thời nhận thấy giá trị L thỏa mãn  $L > \frac{R^2 C}{2}$ . Sau đó, cho f thay đổi đến khi

$f = f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$  thì hiệu điện thế hai đầu tụ điện đạt cực đại. Bây giờ muốn cường độ dòng điện trong mạch đạt cực đại cần phải tăng hay giảm tần số bao nhiêu lần so với  $f_2$

A. tăng  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  lần

B. tăng  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  lần

C. giảm  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  lần

D. giảm  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  lần

+ Giá trị của tần số góc để dòng điện hiệu dụng trong mạch là cực đại

$$\omega_3^2 = \frac{1}{LC}, \text{ chuẩn hóa } \omega_3^2 = \frac{1}{LC} = 1$$

+ Thay đổi L để điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa R và L cực đại

$$Z_L^2 - Z_C Z_L - R^2 = 0 \Leftrightarrow R^2 = L^2 \omega_1^2 - \frac{L}{C} \Rightarrow \frac{R^2}{L^2} = \omega_1^2 - \frac{1}{LC} = \omega_1^2 - 1$$

+ Giá trị của tần số góc để điện áp hiệu dụng trên tụ điện đạt cực đại

$$\omega_2^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} = 1 - \frac{(\omega_1^2 - 1)}{2} = \frac{3}{2} - \frac{\omega_1^2}{2}$$

$$\text{Mặc khác } \omega_1^2 = 2\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{3}{2} - \omega_1^2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy phải tăng tần số lên } \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ lần}$$

#### ✓ Đáp án B

**Câu 33: (Vật Lý Phổ Thông – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C ( $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ). Thay đổi tần số góc đến các giá trị  $f_1$  và  $f_2$  thì cường độ dòng điện trong mạch là như nhau và công suất tiêu thụ mạch lúc này là  $P_0$ . Thay đổi tần số đến giá trị  $f_3$  thì điện áp

hiệu dụng ở hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại và công suất tiêu thụ của mạch lúc này là P. Biết rằng  $\left(\frac{f_1}{f_3} + \frac{f_2}{f_3}\right)^2 = \frac{25}{2}$ .

Gọi  $\delta = \frac{P_0}{P}$ . Giá trị  $\delta$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 0,45

B. 0,57

C. 0,66

D. 2,2

Chuẩn hóa  $R=1 \Rightarrow L=C=X$

+ Hai giá trị của tần số cho cùng dòng điện hiệu dụng trong mạch  $\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{X^2}$

+ Giá trị của tần số để điện áp hiệu dụng trên tụ là cực đại  $\omega_3^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} = \frac{1}{2X^2}$

$$\text{Ta có } \delta = \frac{P_0}{P} = \frac{Z_3^2}{Z_1^2} = \frac{R^2 + \left(L\omega_3 - \frac{1}{C\omega_3}\right)^2}{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2} = \frac{1 + \frac{1}{2\omega_3^2}(\omega_3 - 2\omega_3)^2}{1 + \frac{1}{2\omega_3^2}(\omega_1 - \omega_2)^2} = \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_1}{\omega_3} - \frac{\omega_2}{\omega_3}\right)^2}$$

$$\begin{cases} \frac{\omega_1}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} = 2 \\ \frac{\omega_1}{\omega_3} + \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{5}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\omega_2}{\omega_3} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Thay vào biểu thức trên ta thu được  $\delta = \frac{P_0}{P} = \frac{6}{13}$

✓ Đáp án A

**Câu 34: (Chuyên Thái Bình – 2016)** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$  V (U và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp. Biết cuộn dây có hệ số công suất bằng 0,97 và tụ điện có điện dung thay đổi được. Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng trên cuộn dây và tụ điện có giá trị lớn nhất, khi đó tỉ số giữa cảm kháng và dung kháng của đoạn mạch điện **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 0,52

B. 0,71

C. 0,86

D. 0,26

+ Áp dụng bất đẳng thức Bunhia  $\Rightarrow (U_d + U_C)_{\max}$  khi  $U_d = U_C \Leftrightarrow Z_C^2 = Z_L^2 + r^2$

+ Chuẩn hóa  $r = 1$ .

$$0,97 = \frac{1}{\sqrt{1+Z_L^2}} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 0,25 \\ Z_C = 1,03 \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = 0,24$$

✓ Đáp án D

**Câu 35: (Vật Lý Phổ Thông – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$  V vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L > \frac{R^2 C}{2}$ , tần số góc  $\omega$  có thể thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  để điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm đạt cực đại bằng  $\frac{2U}{\sqrt{3}}$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) thì hệ số công suất của mạch là như nhau và bằng k. Biết  $3(\omega_1 + \omega_2)^2 = 16\omega_1\omega_2$ , giá trị  $k$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 0,66

B. 0,92

C. 0,3

D. 0,83

+ Hai giá trị của tần số góc cho cùng một giá trị của hệ số công suất:  $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$$\text{Chuẩn hóa } \omega_0 = 1 \text{ và } \begin{cases} \omega_1 = X \\ \omega_1 = \frac{1}{X} \end{cases}$$

$$\text{Từ phương trình } 3(\omega_1 + \omega_2)^2 = 16\omega_1\omega_2 \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 0,57 \\ \omega_2 = 1,75 \end{cases}$$

$$\text{Mặc khác } \frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{R^2 C}{2L^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{U}{U_{L_{\max}}}\right)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{LC} = 1$$

$$\text{Hệ số công suất của mạch } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{L^2}{R^2}(\omega_1 - \omega_2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_1 - \omega_2)^2}} = 0,65$$

**✓ Đáp án A**

**Câu 36: (Chuyên ĐH Vinh – 2015)** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\omega t$  V ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại. Khi  $\omega = \omega_2 = \frac{4}{3}\omega_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại và bằng 332,61(V). Giữ nguyên  $\omega = \omega_2$  và bây giờ cho  $C$  thay đổi đến khi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện lại đạt cực đại mới. Giá trị cực đại mới này xấp xỉ bằng bao nhiêu?

- A. 220,21 V      B. 381,05 V      C. 421,27 V      D. 311,13 V

$$+ \text{ Chuẩn hóa } \omega_1 = 1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{4}{3}$$

$$\text{Ta có } \frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{R^2 C}{2L} = 1 - \frac{R^2}{2L^2} \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \Rightarrow \frac{R^2}{L^2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Điện áp hiệu dụng cực đại giữa hai đầu cuộn cảm khi } \omega = \omega_2 = \frac{4}{3}: U_{L_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2}} \Rightarrow U = 220 \text{ V}$$

$$\text{Giá trị cực đại của điện áp hiệu dụng trên tụ điện khi } C \text{ thay đổi: } U_{C_{\max}} = U \sqrt{1 + \frac{L^2}{R^2} \omega_2^2} = 421 \text{ V}$$

**✓ Đáp án C**

**Câu 37: (Vật Lý Phổ Thông – 2016)** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện, giữa hai đầu biến trở và hệ số công suất của đoạn mạch khi biến trở có giá trị  $R_1$  lần lượt là  $U_{C1}, U_{R1}$  và  $\cos\varphi_1$ . Khi biến trở có giá trị  $R_2$  thì các giá trị tương ứng trên là  $U_{C2}, U_{R2}$  và  $\cos\varphi_2$ . Biết  $9U_{C1} = 16U_{C2}, 16U_{R1} = 9U_{R2}$ . Giá trị  $\cos\varphi_1$  và  $\cos\varphi_2$  là

- A. 0,74 và 0,89      B. 0,49 và 0,78      C. 0,94 và 0,78      D. 0,49 và 0,87

$$\text{Chuẩn hóa } \begin{cases} U_{R_2} = 1 \\ U_{C_2} = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{R_1} = \frac{9}{16} \\ U_{C_1} = \frac{16n}{9} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } U_{R_1}^2 + U_{C_1}^2 = U_{R_2}^2 + U_{C_2}^2 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{16}\right)^2 + \left(\frac{16n}{9}\right)^2 = 1^2 + n^2 \Rightarrow n = 0,5625$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \cos\varphi_1 = \frac{U_{R_1}}{\sqrt{U_{R_1}^2 + U_{C_1}^2}} = \frac{\frac{9}{16}}{\sqrt{\left(\frac{9}{16}\right)^2 + \left(\frac{16 \cdot 0,5625}{9}\right)^2}} = 0,49 \\ \cos\varphi_2 = \frac{U_{R_2}}{\sqrt{U_{R_2}^2 + U_{C_2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} = 0,87 \end{cases}$$

**✓ Đáp án D**

**Câu 38: (Hoàng Hóa – 2017)** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp. Biết  $L = \frac{CR^2}{4}$ . Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều có tần số góc thay đổi được. Đoạn mạch có cùng hệ số công suất với hai giá trị của tần số góc  $\omega_1 = 100 \text{ rad/s}$  và  $\omega_2 = 400 \text{ rad/s}$ . Hệ số công suất trên bằng

- A. 0,9      B. 0,75      C. 0,83      D. 0,8

$$+ \text{ Chuẩn hóa } R = 1 \Rightarrow C = 4L$$

$$\text{Hai giá trị của tần số góc cho cùng hệ số công suất } \omega_1 \omega_2 = 4\omega_1^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{4L^2} \Rightarrow L^2 = \frac{1}{16\omega_1^2}$$

$$\text{Hệ số công suất của mạch } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{16\omega_1^2}(\omega_1 - \omega_2)^2}} = 0,8$$

✓ **Đáp án D**

**Câu 39:** (Chuyên Phan Bội Châu – 2017) Một đoạn mạch AB gồm một cuộn dây và một tụ điện theo thứ tự đó mắc nối tiếp. M là điểm nằm chính giữa cuộn dây và tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có tần số thay đổi được. Khi tần số là  $f_1 = 60$  Hz thì hệ số công suất của đoạn AM là 0,6; của đoạn AB là 0,8 và mạch có tính cảm kháng. Khi tần số của dòng điện là  $f_2$  thì trong mạch có cộng hưởng điện,  $f_2$  **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A. 48 Hz      B. 35 Hz      C. 42 Hz      D. 55 Hz

Giả sử rằng  $\omega_1 = n\omega_2$ .

+ Khi  $\omega = \omega_2$ , mạch xảy ra cộng hưởng  $Z_{L2} = Z_{C2}$ , ta chuẩn hóa  $Z_{L2} = Z_{C2} = 1$ .

$$+ \text{Khi } \omega = \omega_1 = n\omega_2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = \frac{1}{n} \end{cases}, \text{ chú ý rằng lúc này mạch đang có tính cảm kháng do vậy } n > 1.$$

$$\text{Từ giả thuyết của bài toán ta có } \cos\varphi_{AM} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + n^2}} = 0,6 \Rightarrow r = \frac{3}{4}n$$

$$\cos\varphi_{AB} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} = 0,8 \xrightarrow{r = \frac{3}{4}n} 0,8 = \frac{\frac{3}{4}n}{\sqrt{\frac{9}{16}n^2 + \left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} \Rightarrow \begin{cases} n = 0,8 \\ n = \frac{4}{\sqrt{7}} \end{cases}$$

$$\text{Vậy ta tìm được } f_2 = \frac{f_1}{\frac{4}{\sqrt{7}}} = 15\sqrt{7} \approx 40 \text{ Hz}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 40:** (Chuyên KHTN Hà Nội – 2016) Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, trong đó  $RC^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  V, trong đó U có giá trị không đổi, f thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị cực đại và mạch tiêu thụ một công suất bằng  $\frac{3}{4}$  công suất cực đại. Khi tần số của dòng điện là  $f_2 = f_1 + 100$  Hz thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có giá trị cực đại. Tính tần số của dòng điện khi điện áp trên tụ điện là cực đại

- A. 150Hz      B.  $75\sqrt{5}$ Hz      C.  $75\sqrt{2}$ Hz      D. 125Hz

+ Hệ số công suất của mạch khi điện áp hiệu dụng trên tụ hoặc cuộn cảm cực đại là

$$\cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_C}{\omega_L}\right)^2}} \Rightarrow \frac{\omega_C}{\omega_L} = 0,6$$

$$+ \text{Kết hợp với } \frac{f_1}{f_1 + 100} = 0,6 \Rightarrow f_1 = 150 \text{ Hz}$$

✓ **Đáp án A**

Chủ đề này được biên soạn bởi: Vật Lý Phổ Thông – Bùi Xuân Dương