

Các dạng toán liên quan đến hàm số lượng giác

Dạng: Xét Tính Chẵn Lẻ Của Hàm Số Lượng Giác.

Định Nghĩa.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

a, Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu với mọi x thuộc D , ta có $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.

b, Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu với mọi x thuộc D , ta có $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

STUDY TIP:

Để kết luận hàm số $y = f(x)$ không chẵn không lẻ thì ta chỉ cần chỉ ra điểm $x_0 \in D$ sao cho

$\begin{cases} f(-x_0) \neq f(x_0) \\ f(-x_0) \neq -f(x_0) \end{cases}$ hoặc chỉ ra tập xác định của $f(x)$ không phải là tập đối xứng.

Phương pháp chung:

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số, khi đó

* Nếu D là tập đối xứng (tức $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$), thì ta thực hiện tiếp bước 2.

* Nếu D không phải tập đối xứng (tức là $\exists x \in D$ mà $-x \notin D$) thì ta kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Bước 2: Xác định $f(-x)$:

* Nếu $f(-x) = f(x), \forall x \in D$ thì kết luận hàm số là hàm số chẵn.

* Nếu $f(-x) = -f(x), \forall x \in D$ thì kết luận hàm số là hàm số lẻ.

* Nếu không thỏa mãn một trong hai điều kiện trên thì kết luận hàm số không chẵn không lẻ.

Các kiến thức đã học về hàm lượng giác cơ bản:

1, Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ trên $D = \mathbb{R}$.

2, Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn trên $D = \mathbb{R}$.

3, Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ trên $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

4, Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ trên $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Ví dụ 1. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = -2 \cos x$.

B. $y = -2 \sin x$.

C. $y = 2 \sin(-x)$.

D. $y = \sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Với các kiến thức về tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác cơ bản ta có thể chọn luôn A.

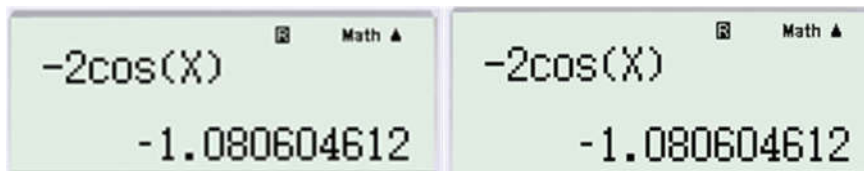
Xét A: Do tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f(-x) = -2 \cos(-x) = -2 \cos x = f(x)$. Vậy hàm số $y = -2 \cos x$ là hàm số chẵn.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Ta có thể thử từng phương án bằng máy tính cầm tay, sử dụng CALC để thử trường hợp x và $-x$.

Với A: Nhập vào màn hình hàm số sử dụng CALC với trường hợp $x=1$ (hình bên trái) và trường hợp $x=-1$ (hình bên phải) đều đưa kết quả giống nhau. Vì $f(x) = -f(x) \Rightarrow$ ta chọn luôn **A**.



STUDY TIP:

Khi sử dụng máy tính cầm tay ta nên chú ý cả tập xác định của hàm số xem có phải là tập đối xứng không.

Ví dụ 2. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$ thì $y = f(x)$ là

- A. Hàm số chẵn.
- B. **Hàm số lẻ.**
- C. Không chẵn không lẻ.
- D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

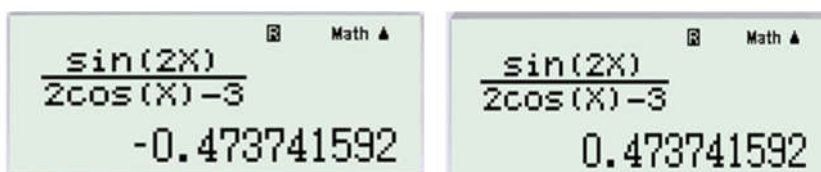
Ta có $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \frac{\sin(-2x)}{2 \cos(-x) - 3} = \frac{-\sin 2x}{2 \cos x - 3} = -f(x). \text{ Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.}$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Ta có thể thử từng phương án bằng máy tính cầm tay, sử dụng CALC để thử trường hợp x và $-x$.

Với A: Nhập biểu thức của hàm số vào màn hình sử dụng CALC với trường hợp $x=1$ (hình bên trái) và trường hợp $x=-1$ (hình bên phải), ta thấy $f(1) = -f(-1) \Rightarrow$ hàm số đã cho là hàm số lẻ.



STUDY TIP:

Trong bài toán này, tập xác định $D = \mathbb{R}$ bởi $2 \cos x - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ví dụ 3. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được $y = f(x)$ là:

- A. Hàm số chẵn.
- B. Hàm số lẻ.
- C. Không chẵn không lẻ.
- D. **Vừa chẵn vừa lẻ.**

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:

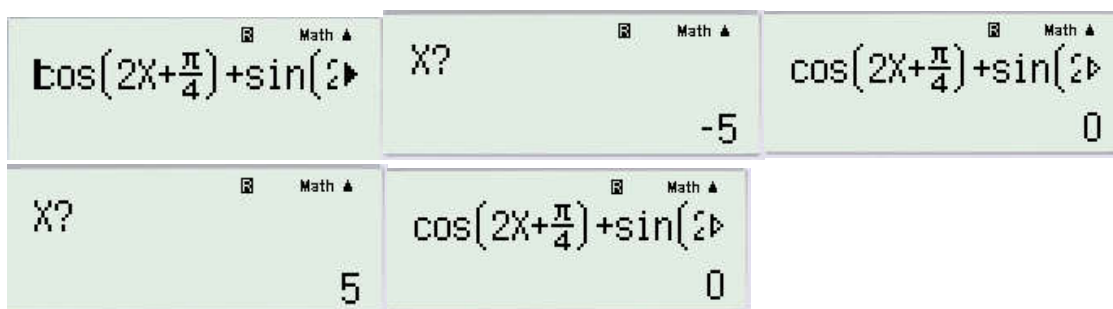
$$\text{Ta có } y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x - \sin 2x) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2x - \cos 2x) = 0.$$

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = 0$ vừa thỏa mãn tính chất của hàm số chẵn, vừa thỏa mãn tính chất của hàm số lẻ, nên đây là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Tương tự các bài toán trên ta nhập hàm số và sử dụng CALC để thử thì thấy cả hai trường hợp đều ra kết quả là 0. Mà $y = 0$ vừa là hàm số chẵn, vừa là hàm số lẻ vừa là hàm hằng nên ta chọn **D**.



STUDY TIP:

Hàm số $y = 0$ vừa là hàm số chẵn, vừa là hàm số lẻ vừa là hàm hằng.

Ví dụ 4. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ và $g(x) = \sin\sqrt{1-x}$. Kết luận nào sau đây đúng về tính chẵn lẻ của hai hàm số này?

- A.** Hai hàm số $f(x); g(x)$ là hai hàm số lẻ.
- B.** Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn; hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ.
- C.** Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ; hàm số $g(x)$ là hàm số không chẵn không lẻ.
- D.** Cả hai hàm số $f(x); g(x)$ đều là hàm số không chẵn không lẻ.

Lời giải

Chọn D.

a, Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x-3} + 3\sin^2 x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $x = -3 \in D$ nhưng $-x = 3 \notin D$ nên D không có tính đối xứng. Do đó ta có kết luận hàm số $f(x)$ không chẵn không lẻ.

b, Xét hàm số $g(x) = \sin\sqrt{1-x}$ có tập xác định là $D_2 = [1; +\infty)$. Dễ thấy D_2 không phải là tập đối xứng nên ta kết luận hàm số $g(x)$ không chẵn không lẻ.

Vậy chọn **D**.

STUDY TIP:

Khi xét tính chẵn lẻ của hàm số ta cần chú ý xét tập xác định đầu tiên để giải quyết bài toán một cách chính xác.

Ví dụ 5. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $f(x) = \sin^{2007} x + \cos nx$, với $n \in \mathbb{Z}$. Hàm số $y = f(x)$ là:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| <p>A. Hàm số chẵn.</p> | <p>B. Hàm số lẻ.</p> |
| <p>C. Không chẵn không lẻ.</p> | <p>D. Vừa chẵn vừa lẻ.</p> |

Lời giải

Chọn C.

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f(-x) = \sin^{2007}(-x) + \cos(-nx) = -\sin^{2007}x + \cos nx \neq \pm f(x)$.

Vậy hàm số đã cho không chẵn không lẻ.

Ví dụ 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin^{2004n} x + 2004}{\cos x}$, với $n \in \mathbb{Z}$. Xét các biểu thức sau:

- 1, Hàm số đã cho xác định trên $D = \mathbb{R}$.
- 2, Đồ thị hàm số đã cho có trục đối xứng.
- 3, Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
- 4, Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.
- 5, Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
- 6, Hàm số đã cho là hàm số không chẵn không lẻ.

Số phát biểu đúng trong sáu phát biểu trên là

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <p>A. 1.</p> | <p>B. 2.</p> | <p>C. 3.</p> | <p>D. 4.</p> |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy phát biểu 1 sai.

Ở đây ta cần chú ý: các phát biểu 2; 3; 4; 5; 6 để xác định tính đúng sai ta chỉ cần đi xét tính chẵn lẻ của hàm số đã cho.

Ta có tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{\sin^{2004n}(-x) + 2004}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2004n}x + 2004}{\cos x} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. Suy ra đồ thị hàm số đối xứng qua trục Oy. Vậy chỉ có phát biểu 2 và 3 là phát biểu đúng. Từ đây ta chọn B.

STUDY TIP

Đồ thị hàm số lẻ thì đối xứng qua tâm O.
Đồ thị hàm số chẵn thì đối xứng qua trục Oy.

Ví dụ 7. Cho hàm số $f(x) = |x|\sin x$. Phát biểu nào sau đây là đúng về hàm số đã cho?

- A. Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có tâm đối xứng.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có trục xứng.
- D. Hàm số có tập giá trị là $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho xác định trên tập $D = \mathbb{R}$ nên ta loại A.

Tiếp theo để xét tính đối xứng của đồ thị hàm số ta xét tính chẵn lẻ của hàm số đã cho.

$f(-x) = |-x|\sin(-x) = -|x|\sin x = -f(x)$. Vậy đồ thị hàm số đối xứng qua gốc tọa độ O. Vậy ta chọn đáp án B.

STUDY TIP

Với bài toán này ta nên xét B và C trước thay vì xét lần lượt A, B, C, D.

Ví dụ 8. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = 3m \sin 4x + \cos 2x$ là hàm chẵn.

- A. $m > 0$.
- B. $m < -1$.
- C. $m = 0$.
- D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = 3m \sin 4(-x) + \cos 2(-x) = -3m \sin 4x + \cos 2x$.

Để hàm số đã cho là hàm chẵn thì

$$\begin{aligned} f(-x) = f(x), \forall x \in D &\Leftrightarrow -3m \sin 4x + \cos 2x = 3m \sin 4x + \cos 2x, \forall x \in D \\ &\Leftrightarrow 4m \sin 4x = 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m = 0. \end{aligned}$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay.

Với bài toán này ta có thể sử dụng máy tính cầm tay để thử các giá trị. Với A và C, ta thử một trường hợp để loại hai đáp án còn lại, tương tự với B và D. Ở đây ta sử dụng CALC để thử tại giá trị x và $-x$.

Ví dụ: Nhập vào màn hình như hình bên.

Ấn CALC để gán các giá trị cho m . Ta thử với $m = 0$ thì ấn

Chọn x bất kì, sau đó làm lại lần nữa và gán x cho $-x$ ban đầu và so sánh (ở đây ta thử với $x = 5$ và tại -5).

0

=

```
3Msin(4X)+cos(2)
3Msin(4X)+cos(2)
-0.8390715291
```

Ta thấy $f(-x) = f(x)$. Vậy C đúng. Ta chọn luôn C và loại các phương án còn lại.

$$3\sin(4x) + \cos(2x) \\ = -0.8390715291$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

Dạng: Xét tính chẵn lẻ của hàm số lượng giác

Câu 1. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = -2\cos x$. B. $y = -2\sin x$. C. $y = 2\sin(-x)$. D. $y = \sin x - \cos x$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

- A. $y = -2\cos x$. B. $y = -2\sin x$. C. $y = -2\sin^2 x + 2$. D. $y = -2\cos x + 2$.

Câu 3. Hàm số $y = \sin x \cdot \cos^2 x + \tan x$ là:

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ
C. Vừa chẵn vừa lẻ. D. Không chẵn không lẻ.

Câu 4. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x}$ ta kết luận hàm số đã cho là:

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ .
C. Vừa chẵn vừa lẻ D. Không chẵn không lẻ

Câu 5. Xét các câu sau:

I. Hàm số $y = \sin x \sqrt{\sin x}$ là hàm số lẻ.

II. Hàm số $y = \cos x \sqrt{\cos x}$ là hàm số chẵn.

III. Hàm số $y = \sin x \sqrt{\cos x}$ là hàm số lẻ.

Trong các câu trên, câu nào đúng?

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Chỉ (III) . D. Cả 3 câu .

Câu 6. Hãy chỉ ra hàm số nào là hàm số lẻ:

- A. $y = \sqrt{\sin x}$. B. $y = \sin^2 x$.
C. $y = \frac{\cot x}{\cos x}$. D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 7. Hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\sin^3 x}$ có tính chất nào sau đây?

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm không chẵn không lẻ. D. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 8. Hãy chỉ ra hàm số không có tính chẵn lẻ

A. $y = \sin x + \tan x$.

B. $y = \tan x + \frac{1}{\sin x}$.

C. $y = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \cos^4 x - \sin^4 x$.

Câu 9. Hàm số nào có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ?

A. $y = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $y = \frac{1}{\sin^{2013} x}$.

C. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $y = \sqrt{1 - \sin 2012x}$.

Câu 10. Hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

A. $y = \sin 2017x$.

B. $y = \frac{1}{\sin x}$.

C. $y = \sqrt{\cos x}$.

D. $y = \sqrt{\sin 2x}$.

Câu 11. Hãy chỉ ra hàm nào là hàm số chẵn:

A. $y = \sin^{2016} x \cdot \cos x$.

B. $y = \frac{\cot x}{\tan^2 x + 1}$.

C. $y = \sin x \cdot \cos 6x$.

D. $y = \cos x \cdot \sin^3 x$.

Câu 12. Xét hai mệnh đề:

(I) Hàm số $y = f(x) = \tan x + \cot x$ là hàm số lẻ

(II) Hàm số $y = f(x) = \tan x - \cot x$ là hàm số lẻ

Trong các câu trên, câu nào đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đúng.

D. Cả hai sai.

Câu 13. Xét hai mệnh đề:

(I) Hàm số $y = f(x) = \tan x + \cos x$ là hàm số lẻ

(II) Hàm số $y = f(x) = \tan x + \sin x$ là hàm số lẻ

Trong các câu trên, câu nào đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đúng.

D. Cả hai sai.

Câu 14. Hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là:

A. Hàm số chẵn.

B. Hàm số lẻ.

C. Hàm không chẵn không lẻ.

D. Hàm số không tuần hoàn.

Câu 15. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 2x$.

B. $y = x \cdot \cos x$.

C. $y = \cos x \cdot \cot x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin|x|$.

B. $y = x^2 \cdot \sin x$.

C. $y = \frac{x}{\cos x}$.

D. $y = x + \sin x$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \frac{1}{2} \sin x \cdot \cos 2x$.

B. $y = 2 \cos 2x$.

C. $y = \frac{x}{\sin x}$.

D. $y = 1 + \tan x$.

Câu 18. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $y = |\sin x|$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

B. $y = \cos x$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy .

C. $y = |\tan x|$ có đồ thị đối xứng qua trục Oy .

D. $y = \cot x$ có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 19. Cho hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ xét trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm không chẵn không lẻ.

B. Hàm lẻ.

C. Hàm chẵn.

D. Có đồ thị đối xứng qua trục hoành.

Câu 20. Tìm kết luận sai:

A. Hàm số $y = x \cdot \sin^3 x$ là hàm chẵn.

B. Hàm số $y = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\tan x + \cot x}$ là hàm lẻ.

C. Hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{\sin x + \cot x}$ là hàm chẵn.

D. Hàm số $y = \cos^3 x + \sin^3 x$ là hàm số không chẵn không lẻ.

Câu 21. Nhận xét nào sau đây là sai?

A. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{2 \sin x + 3 \cot x}$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

B. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$ nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng.

C. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x}$, ($n \in \mathbb{Z}$) nhận trục Oy làm trục đối xứng.

D. Đồ thị hàm số $y = \sin^{2009} x + \cos nx$, ($n \in \mathbb{Z}$) nhận góc tọa độ làm tâm đối xứng.

Câu 22. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có trục đối xứng.

A. $y = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{2012 \sin x}$.

B. $y = \tan x + \cot x$.

C. $y = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15}$.

D. $y = \frac{1}{2 \sin x - 1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2 x}{\sin 4x}$. Hàm số trên là hàm số.

A. Hàm lẻ.

B. Hàm không tuần hoàn.

C. Hàm chẵn.

D. Hàm không chẵn không lẻ.

Câu 24. Hàm số $y = \cos 2x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là

A. Hàm lẻ.

B. Hàm không tuần hoàn.

C. Hàm chẵn.

D. Hàm không chẵn không lẻ.

Câu 25. Xác định tính chẵn lẻ của hàm số: $y = 1 + 2x^2 - \cos 3x$

A. Hàm lẻ.

B. Hàm không tuần hoàn.

C. Hàm chẵn.

D. Hàm không chẵn không lẻ.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Dạng: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số lượng giác.

Câu 1. Đáp án A.

Với A: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có với $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \Rightarrow -2\cos(-x) = -2\cos x$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 2. Đáp án B.

Với A: Ta có $-2\cos(-x) = -2\cos x$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Với B: Ta có:

$-2\sin(-x) = -2 \cdot (-\sin x) = 2\sin x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. Vậy ta chọn B.

Câu 3. Đáp án B.

Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Vậy với $x \in D \Rightarrow -x \in D$. Ta có $f(-x) = \sin(-x)\cos^2(-x) + \tan(-x)$
 $= -\sin x \cdot \cos^2 x - \tan x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ. Đáp án B.

Câu 4. Đáp án A.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \frac{1 + \sin^2(-2x)}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + (\sin(-2x))^2}{1 + \cos(-3x)} = \frac{1 + \sin^2 2x}{1 + \cos 3x} \rightarrow$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 5. Đáp án C.

Ta loại I và II do khi $\sin x > 0$ thì $\sin(-x) = -\sin x < 0$, do đó $\sqrt{-\sin x}$ không tồn tại.

Với III: Hàm số xác định khi $\cos x \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} + k2\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định của hàm số là tập đối xứng.

Do vậy, ta xét $f(-x) = \sin(-x) \cdot \sqrt{\cos(-x)} = -\sin x \cdot \sqrt{\cos x} = -f(x)$.

Vậy III đúng.

Câu 6. Đáp án C.

Với A: Tương tự như câu 26, thì ta loại A.

Với B: Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \sin^2(-x) = (-\sin x)^2 = \sin^2 x$. Vậy hàm số ở phương án C là hàm số lẻ.

Câu 7. Đáp án A.

Ta loại D vì để hàm số đã cho xác định thì $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$ nên tập xác định của hàm số đã cho không thể là hàm số chẵn.

$$\text{Do } f(-x) = \frac{\tan(-2x)}{\sin^3(-x)} = \frac{-\tan 2x}{-\sin^3 x} = f(x).$$

Câu 8. Đáp án B.

Ta thấy các hàm số ở phương án A,C là các hàm số lẻ, còn ở phương án D là hàm số chẵn. Do vậy, ta chọn B. Thật vậy $\sqrt{2} \sin\left(-x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 9. Đáp án C.

Hàm số lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng, do đó ta đi tìm hàm số lẻ trong bốn hàm số đã cho. Với bài toán này ta đi tìm hàm số là hàm số lẻ. Với các bạn tinh ý thì ta có thể chọn luôn C.

Lý giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{1}{\sin^{2013}(-x)} = \frac{-1}{\sin^{2013} x} = -f(x). \text{ Vậy hàm số ở phương án C là hàm số lẻ có đồ thị đối}$$

xứng qua gốc tọa độ.

Câu 10. Đáp án B.

Hàm số chẵn có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng do đó ta đi tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho.

Hàm số ở D loại vì lí do tương tự câu 26.

Hàm số A và C là hàm số lẻ. Do vậy ta chọn B.

Câu 11. Đáp án A.

Với A: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = (\sin(-x))^{2016} \cdot \cos(-x) = \sin^{2016} x \cdot \cos x.$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Các hàm số ở B, C, D đều là hàm số lẻ.

Câu 12. Đáp án D.

(I) Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x).$$

Vậy (I) đúng.

(II) Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng.

Ta có

$$f(-x) = \tan(-x) - \cot(-x) = -\tan x + \cot x = -f(x).$$

Vậy (II) đúng.

Câu 13. Đáp án A.

$$\text{- Với (I) ta có } f(-x) = \tan(-x) + \cos(-x) = -\tan x + \cos x \neq f(x) \neq f(x).$$

Vậy hàm số ở (I) không phải hàm số chẵn cũng không phải hàm số lẻ.

$$\text{- Với (II) ta có } f(-x) = \tan(-x) + \sin(-x) = -\tan x - \sin x = -f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 14. Đáp án C.

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = 1 - \sin^2(-x) = 1 - (-\sin x)^2 = 1 - \sin^2 x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 15. Đáp án D.

Để thấy hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ.

$$\text{Với B ta có } f(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) = -x \cdot \cos x = -f(x).$$

Vậy hàm số ở B là hàm số lẻ.

Với C ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \cos(-x) \cdot \cot(-x) = \cos x \cdot (-\cot x) = -f(x).$$

Vậy hàm số ở C là hàm số lẻ. Vậy ta chọn D.

Câu 16. Đáp án A.

Ta chọn luôn A vì ở phần ví dụ ta có đưa ra hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn trên D.

Câu 17. Đáp án A.

Với A: Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{1}{2} \sin(-x) \cdot \cos(-2x) = -\frac{1}{2} \sin x \cdot \cos 2x = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 18. Đáp án A.

Ta thấy hàm số ở phương án A là hàm số chẵn thì ta có đồ thị đối xứng qua trục tung, chứ không phải đối xứng qua gốc tọa độ.

Câu 19. Đáp án C.

Tập $D = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \sqrt{\cos(-x)} = \sqrt{\cos x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn

Câu 20. Đáp án B.

Với A: Ta có $f(-x) = (-x) \sin^3(-x) = x \sin^3 x = f(x)$. vậy A đúng.

Với B: Tập xác định D là tập đối xứng.

$$\text{Ta có } f(-x) = \frac{\sin(-x) \cos(-x)}{\tan(-x) + \cot(-x)} = \frac{-\sin x \cos x}{-(\tan x + \cot x)} = \frac{\sin x \cos x}{\tan x + \cot x} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn. Vậy B sai.

Câu 21. Đáp án D.

Với A: Tập xác định của hàm số đã cho là tập đối xứng. Ta có $f(-x) = \frac{\sin(-x) - \tan(-x)}{2 \sin(-x) + 3 \cot(-x)} =$

$\frac{-\sin x + \tan x}{-2 \sin x - 3 \cot x} = \frac{\sin x - \tan x}{2 \sin x + 3 \cot x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn có đồ thị nhận trục oy làm trục đối xứng. Vậy A đúng.

Với B: Ta có $f(-x) = \frac{(-x)^2}{\sin(-x) + \tan(-x)} = \frac{x^2}{-\sin x - \tan x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số

lẻ có đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng. vậy B đúng.

Với C: Ta có $f(-x) = \frac{\sin^{2008n}(-x) + 2009}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2008n} x + 2009}{\cos x} = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm

số chẵn có đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng. Vậy C đúng.

Từ đây ta chọn D.

Câu 22. Đáp án C.

Bài toán trở thành tìm hàm số chẵn trong bốn hàm số đã cho phần phương án.

Với A: Ta có $f(-x) = \frac{\cos^{2008n}(-x) + 2003}{2012 \sin(-x)} = \frac{\cos^{2008n} x + 2003}{-2012 \sin x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm

số lẻ, (loại).

Với B: Ta có $f(-x) = \tan(-x) + \cot(-x) = -\tan x - \cot x = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ (loại).

Với C: Ta có $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{6(-x)^6 + 4(-x)^4 + 2(-x)^2 + 15} = \frac{\cos x}{6x^6 + 4x^4 + 2x^2 + 15} = f(x)$. vậy ta chọn

C

Câu 23. Đáp án A.

Vì $\cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó điều kiện là $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \sin 4x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{k\pi}{4} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. vậy tập

xác định của D là tập đối xứng.

Ta có $f(-x) = \frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2(-x)}{\sin(-4x)} = -\frac{\sqrt{\cos x + 2} + \cot^2(-x)}{\sin 4x} = -f(x)$. Vậy hàm số đã cho là

hàm số lẻ.

Câu 24. Đáp án D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(-x) = \cos(-2x) \cdot \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = \cos 2x \cdot \sin(-x - \frac{\pi}{4}) = -\cos 2x \cdot \sin(x + \frac{\pi}{4})$

Ta thấy $\begin{cases} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \end{cases}$. Vậy hàm số đã cho không chẵn không lẻ.

Câu 25. Đáp án C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.

$f(-x) = 1 + 2(-x)^2 - \cos 3(-x) = 1 + 2x^2 - \cos 3x = f(x)$. Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.